This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

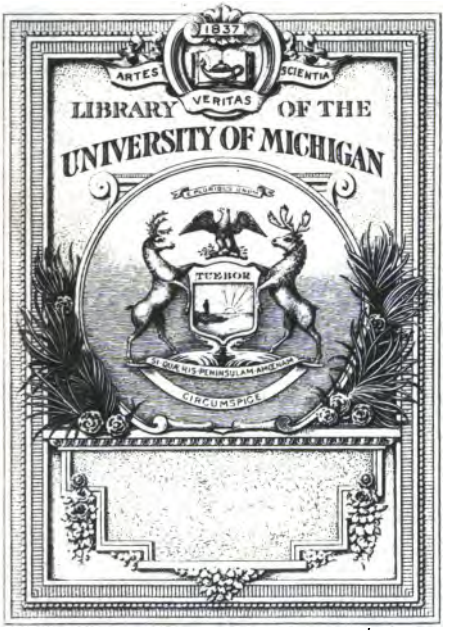
+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUIS HIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QA
35
.A33
1790

TRATTATO

DELLA MISURA

DELLE FABBRICHE.

TRATTATO

DELLA MISURA

DELLE FABBRICHE

DI

GIUSEPPE ANTONIO ALBERTI
BOLOGNESE

Nel quale si espone la misura delle Superficie di tutti i Solidi, e di ogni spezie di Volte.

Con un' Appendice del modo di misurare le Vasche, i Legnaj, i Fienili, i Grani &c. Oltre alcune Memorie levate dalla Storia della Reale Accademia di Parigi, attinenti alla misura delle Volte, ad estinguere gl' Incendi, a misurare le Botti, e ad altri generi aderenti alle Fabbriche.

CON NOTE ED AGGIUNTE

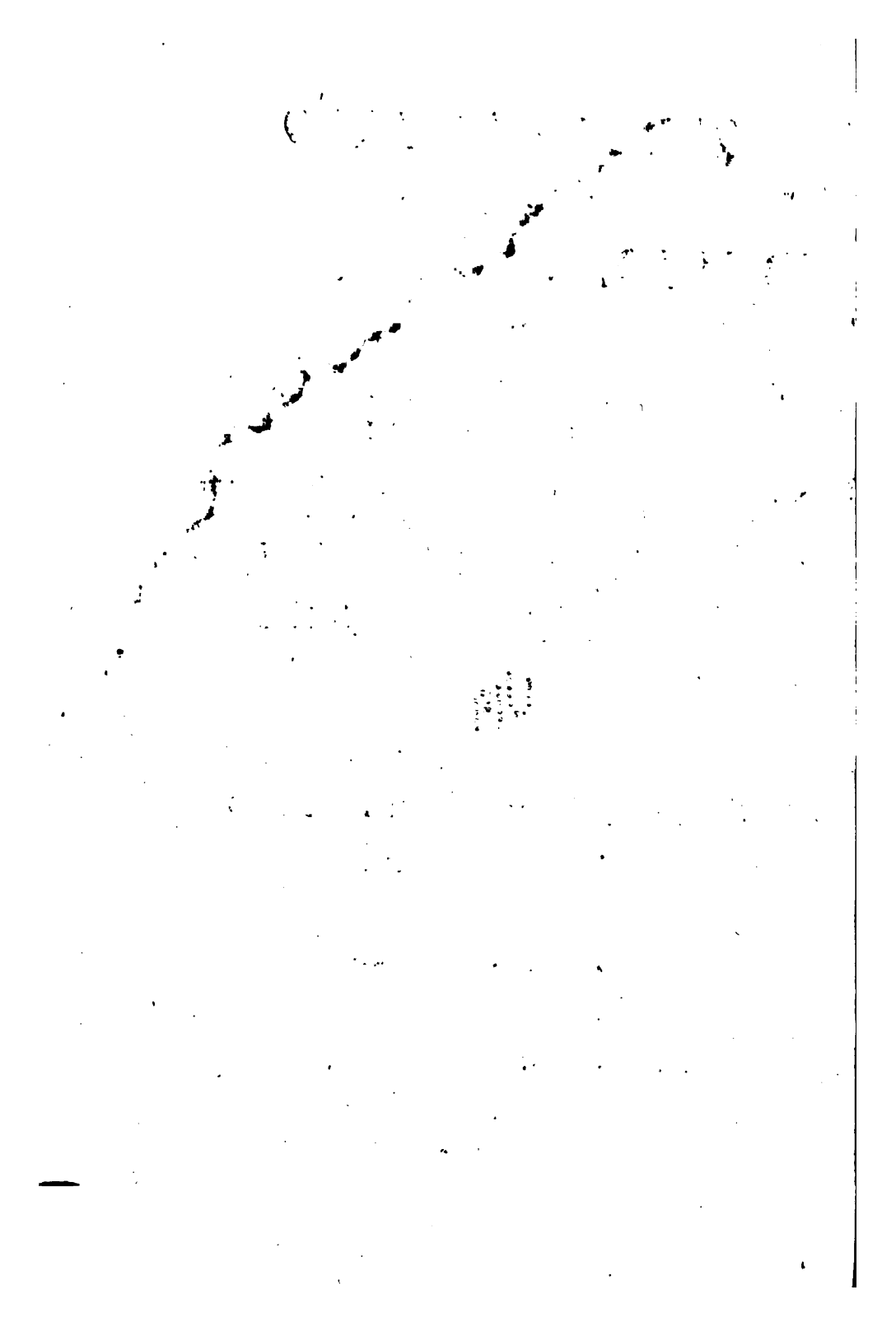
DI BALDASSARRE ORSINI PERUGINO

SECONDA EDIZIONE.

IN PERUGIA 1790.

PRESSO CARLO BADUEL

Con approvazione de' Superiori.



Hist. of Science
Gondolfi
10-24-28
1817

PREFAZIONE.

L'*Autore* (*) *fece queſto Trattato con animo di unirlo ad un altra ſua Opera, che ha per titolo* L'Ingegnere Civile; *ma il motivo principale fù veramente quello dell' utilità, che egli ſi perſuadeva, di arrecare agl' Inſpettori delle Fabbriche, a' Capomaſtri, ed a qualunque Perſona, che a fabbricare ſi accingeſſe.*

Materia così neceſſariſſima non era ſtata mai ſviluppata da alcun altro Geometra nella noſtra Italia, pochiſſimo era inteſa, e forſe anche malamente uſata dalla maggior parte de' Pratici; onde conſiderabiliſſimi danni ne venivano, o a' Fabbricieri, o agl' Inſpettori. Indiſpenſabile pertanto era il biſogno di un' Operetta, che della miſura delle Fabbriche trattaſſe. In fatti come ſi potrebbe fare il calcolo di ciò che occorre per una nuova Fabbrica, o per qualche aggiunta ad un vecchio Edifizio, o per un riparo che occorreſſe, ſe non ſi ſapeſſero miſurare le parti, che compongono il Fabbricato, o 'l da Fabbricarſi? Perciocchè dalla miſura ſi argomenta la quantità de' materiali che ci occorrono, e la ſpeſa delle manifatture; cosicchè il Fabbriciere poſſa regolarſi colla propria borſa, ſenza impegnarſi in que' progetti, che potrebbono metterlo in anguſtie; come pur troppo ben ſpeſſo ſuccede; e per queſti motivi ſi veggono non poche Fabbriche abbandonate, o rimaſe imperfette.

9-9-29 N.6.51

*

Queſto

(*) *Giuſeppe Antonio Alberti* Bologneſe, Geometra, Architetto, ed Idroſtatico, dimorò parecchj anni in Perugia, dove con lode eſercitò la propria Arte; e morì l'anno 1768. il dì 31. Agoſto, di anni 55., e fu ſepellito in S. Stefano, Chieſa Parrocchiale in P. S. Suſanna.

Queſto diſordine tanto più è da ſcanſarſi nelle opere pubbliche, quanto che queſte maggiormente intereſſano il commune vantaggio di molti individui; e malamente ſi verrebbe di poi a diſtribuire la quota per ciaſcheduno intereſsato, ſe prima non ſi faceſſe nota la ſpeſa mediante una diligente miſura.

Non potrà adunque eſſere queſto Libro, ſe non che di molto gradimento, ed utiliſſimo ancora ad ogni genere di perſone, poichè da' diſegni, e da' modelli ſi potranno, con le regole che s' inſegnano, intendere beniſſimo tutte quante le miſure, e dedurne le ſpeſe del da Fabbricarſi.

Le uſanze de' Paeſi, e delle Città non convengono in tutto e per tutto nella pratica di queſte miſure; per il che ſi è procurato in queſta Edizione, di avvertire il vario metodo, a cui non ha penſato l' Autore di queſt' Opera; onde a' debiti luoghi ſi ſono fatte delle Aggiunte. Come ancora a rendere più chiara o più facile una materia, ſi è ſupplito con alcune note; le quali talvolta ſerviranno per maggiormente erudire i Lettori, oppure per rammentare loro le coſe di Geometria, o di Aritmetica, o che forſe non ſapendole, ne ricaveranno queſt' utile di più di apprenderle.

Neſſuno però iſperi intendere le miſure delle Fabbriche, ſenza la cognizione di ambedue le dette Facoltà. Per la Geometria l' Autore vi ha ſufficientemente provveduto, con premetterne le Definizioni, perſuaſo, che tra i più, che ſi faranno a ſtudiare queſto Trattato, dovrà prevalere la ſcienza de' numeri alla inſtruzione de' principj geometrici. Sembrami però che queſto Libro domandi non poca ſperienza delle operazioni analitiche, e de' logaritmi per capire a fondo, quel tanto che l' Autore ci ha tradotto dal Franceſe nel noſtro Idioma. Per verità coteſti

Problemi

Problemi ſorpaſſano il limitato ingegno de' Pratici Manuali, per non dire anche di taluni altri più avanzati negli ſtudj d' Architettura. Queſto di più obbliga anche il Matematico a provvederſi di un' Operetta doppiamente utile.

Le regole di queſta s' incominciano a dividere in tre Parti. La prima Parte contiene la miſura delle Superficie Piane, che vien detta Planimetrìa. *La ſeconda comprende la miſura delle Superficie Curve, o ſia* Curvimetrìa. *La terza diſpiega le miſure di ogni Solido, e diceſi* Stereometrìa. *Sono le ſuddette Parti diviſe in Problemi, o ſieno Operazioni, da cui ſi deducono de' Corollarj, ovvero conſeguenze applicabili alle Fabbriche, e ad altri uſi. Seguita all' ultima Parte un Appendice, che tratta del modo di miſurare i Legnaj, i Fienili, le Maſſe di Grano, e ſimili.*

L' Autore ha avuto i ſuoi giuſti motivi per aggiungere alla miſura delle Volte anche quella data da M. du Senes *nella Storia della Reale Accademia di Parigi in due Memorie, l' una ſcritta da eſſo l' anno* 1719. *e l' altra nel* 1722. *Portano queſte Memorie lo ſtudioſo a più alte cognizioni di quelle che dà la ſemplice pratica, e piuttoſto intereſſano gli Architetti, ed i Matematici che altre perſone. I Pratici potranno benissimo ottenere il loro intento dalle operazioni date dall'* Alberti, *leggendo quelle Note, ed Aggiunte, che in queſta Edizione ci ſono ſtate fatte.*

La Memoria di M. de la Hire *ſopra la ſpinta degli Archi, e delle volte, mi è paruta aſſai ſmembrata per il pieno intendimento, di queſta materia; onde ho ſtimato eſſere eſpediente il ſupplire con un' Aggiunta.*

L' altra Memoria di M. Pitot, *che va ad eſaminare la forza delle armature per coſtruire i grandi ar-*

chi,

chi, ſembrami, a parlar chiaro, materia piuttoſto ſiſica, che da ridurſi ad operazione pratica, e le ſue dimoſtrazioni, che ſono poſteriori all' inventato, diventano buone per aſſotigliare l' ingegno, ma non già per formare un pratico Meccanico. Non ſono così chiare, che tutti ne poſſano profittare con quel vantaggio che l' Autore avrebbe voluto.

Ad altri vaghi ritrovati dall' induſtria Franceſe paſſa l' Autore del Libro; come di un' Aggiunta da farſi a' ſportelli delle fineſtre, perchè l' acqua delle pioggie non penetri per eſſe nelle camere. Si deſcrive una botticella per eſtinguere gl' incendj; e ſi parla di una tromba, e di una macchina per ſomigliante uſo.

La miſura delle Botti, benchè ſi trovi riportata quaſi in tutti i libri di Geometria Pratica, l' Autore par che voglia preferire queſta di M. Camus, *ma il ſuo ſtrumento, o paſſetto richiede cognizione non ordinaria delle Matematiche per formarlo con puntualità, e ſaperlo addattare alla pratica d'ogni Paeſe. Formato lo ſtrumento, l'uſo è facilisſimo.*

Tutti queſti ritrovati hanno attinenza colle Fabbriche, e per queſto l' Autore ne ha voluto arricchire il ſuo Libro. Poteva egli però iſtruire i Miſuratori delle Fabbriche anche nelle materie, che riſguardano i lavori degli Scarpellini, i quali domandano la cognizione di alcune pratiche diverſe da quelle dei Muratori, e degli Stuccatori; e che non meno delle altre coſe enunciate intereſſano coloro, che debbono avere occupazione, e ſopraintendere alle Fabbriche. Anche a queſta parte ſi è ſupplito. Dovranno adunque gli ſtudioſi di queſto Libro accettare il buon animo dell' Editore, che ha impiegato ogni ſforzo, perchè queſta nuova impreſſione rimaneſſe in ogni ſua parte compita, e riuſciſſe di genio loro; e ſarà certamente queſto il ſuo piacere.

ALCUNE

ALCUNE DEFINIZIONI

NECESSARIE PER INTENDERE LA SEGUENTE OPERA.

Linea. Per linea intendesi una estensione presa per un solo verso, cioè in lunghezza, senza alcuna larghezza, e grossezza, cioè si considera la semplice estensione pel lungo. Nella pratica non può farsi una linea senza larghezza, e grossezza, tuttavia viene considerata in quanto alla sua sola lunghezza.

Superficie, è quella estensione che prendesi per due versi, cioè in lunghezza, e larghezza, senza alcuna grossezza.

Corpo, o *Solido* è qualsivoglia estensione presa per tre lati, cioè in lunghezza, larghezza, e grossezza, o profondità, o altezza, che dicasi.

Punto, chiamasi quell' ultimo termine, che nell' estensione può concepirsi senza alcuna estensione. In pratica si prende il punto sensibile, in luogo del punto matematico, perchè i nostri sensi non possono scoprire alcuna cosa che per rapporto alla materia.

Linea retta, è quella la quale si estende ugualmente fra i suoi punti senza piegar da alcuna parte, come *A Figura* 1.

Linea curva, è quella la quale piega da qualche parte, come sono le *B*, *B*, *Figura* 2.

Superficie piana, o *piano*, è quella superficie, la quale può essere combaciata da una linea retta in qualsivoglia positura questa le si adatti, per lo che i pratici Marangoni per conoscere, se hanno

no

no tirato, o piallato a dovere qualche legno, ci adattano in molte positure una riga ben dirizza, per indi osservare i difetti, e correggerli.

Superficie curva, è quella la quale non può esser combaciata da una linea retta in tutte le positure, nelle quali questa vi si può adattare, come la *AB Figura* 3.

Convesso di una superficie curva chiamasi il difuori di essa, cioè la parte segnata *A Figura* 3.

Concavo di una superficie curva chiamasi il dentro di essa, come la parte *B*, della stessa *Fig.* 3.

Circolo, chiamasi quello spazio compreso da una linea segnata dall' estremità di una retta che si giri, e l'altra estremità stii ferma.

L' estremità *B* della retta *AB*, *Figura* 4. stando ferma in *A* giri sopra un piano intorno ad esso punto *A*, finchè sia tornata nella situazione *AB* dove cominciò il giro; la linea *BCD* che ne resterà descritta, racchiude lo spazio che chiamasi circolo. I Pratici per segnar il circolo adoprano il compasso.

Circonferenza del circolo è la linea *BCD Figura* 4, descritta dall' estremità *B*, nel modo detto di sopra. La suddetta circonferenza, chiamasi ancora *Perimetro*, o *Periferia*.

Centro del circolo chiamasi il punto *A* dove la linea che ha formato il circolo è stata immobile *Figura* 4.

Semidiametro, *Raggio*, *o intervallo*, di un circolo è la stessa retta *AB*, della detta *Figura* 4, presa in qualsivoglia delle situazioni, nelle quali si è trovata nel suo giro, come in *AB*, *AC*, *AD* ec.

Diametro

Diametro di un circolo, chiamaſi la linea retta, *AB Figura* 5. condotta pel centro *C* del circolo, che viene terminata dalla circonferenza in *A* e *B*.

Semicirolo, chiamaſi ogn' una delle parti del circolo diviſe dal diametro, onde nella ſuddetta *Figura* 5. *ADB*, è un ſemicircolo, come pure lo è l' *AEB*.

Arco di Circolo, chiamasi qualſivoglia porzione della circonferenza come *BC*, *CD*, *DB*. *Fig.* 4.

Corda, o *Sotteſa* di un arco di circolo, chiamaſi la retta *DC*, che vi è ſottopoſta. *Figura* 4.

Saetta di un' arco di circolo, chiamaſi la perpendicolare eretta ſul mezzo della corda, e terminata dall' arco, come la *EF* della ſteſſa *Figura* 4.

Circoli concentrici, ſono quelli che hanno uno ſteſſo centro, come li *BCD*, *EFG*, *HIK*, *Figura* 6, che hanno lo ſteſſo centro *A*, e le circonferenze di detti circoli, chiamanſi concentriche.

Gradi, *minuti*, *ſecondi* ec. Intendonſi per gradi, e minuti della circonferenza di qualſivoglia circolo diviſa in 360. parti uguali, ogn' una delle quali chiamaſi grado; inteſo poi ogni grado diviſo in 60. parti, ogn' una di queſte chiamaſi minuto; e ogni minuto diviſo in altre 60. parti, che chiamanſi ſecondi ec. queſti miſuranſi in pratica con un ſemicircolo diviſo ne' ſuoi gradi: e per ſignificare gradi, minuti, ſecondi, ec. v. g. gradi 72, minuti 43, e ſecondi 39, in grazia della brevità ſcrivonſi così 72 ° 43 ' 39 "

Segmento di circolo, chiamaſi qualunque parte di eſſo terminata da una linea retta, e da parte della

della circonferenza, come ſi vede nella *Figura* 7. in *B*, e in *C*, che ſono due ſegmenti di circolo, de' quali il *B* chiamaſi minore, e il *C* maggiore per eſſere il primo minore, e l'altro maggiore del ſemicircolo.

Settore di circolo, è quella porzione di eſſo, che viene tagliata da due ſemidiametri, che aſſieme facciano angolo nel centro, come *ABCD*, e *ABCE*, *Figura* 8.

Corona di circolo, è lo ſpazio racchiuſo fra due circoli concentrici, come *AAA Figura* 9.

Angolo piano rettilineo, intendeſi l' apertura di due linee, che s' incontrino inſieme in un punto; purchè non s' incontrino in dirittura l' una dell' altra, nel qual caſo formerebbero una ſol linea, come ſi vede negli angoli *A*, *A*, *Figura* 10.

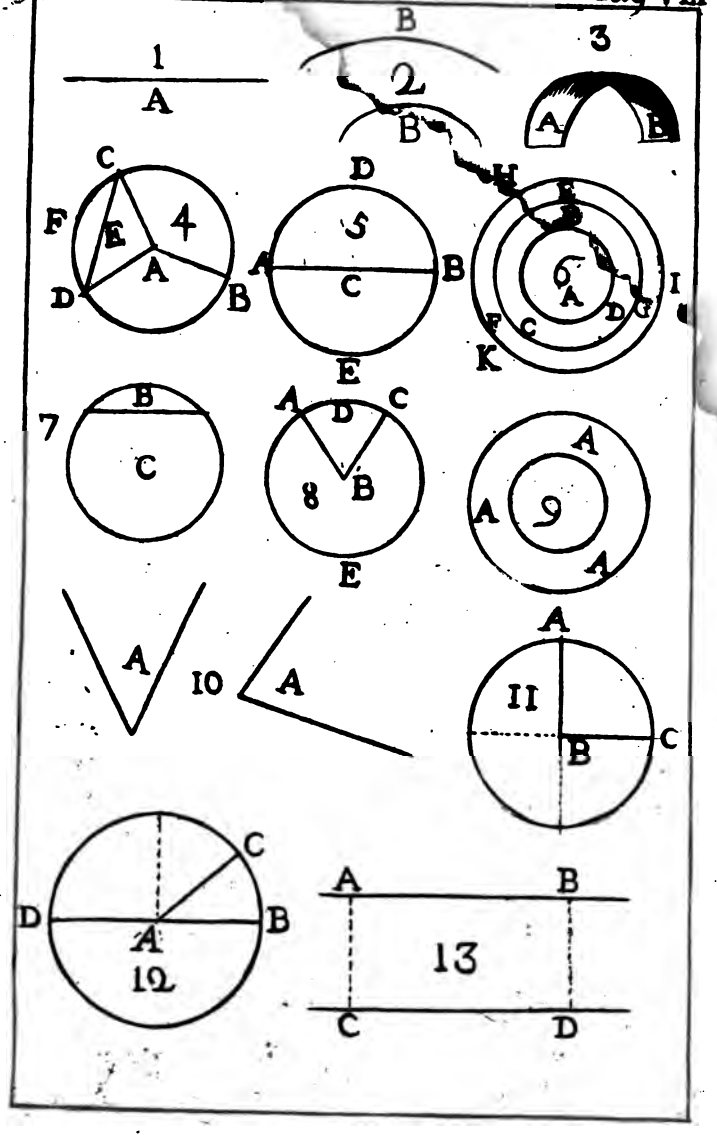
Angolo retto, chiamaſi quello il quale comprende la quarta parte del circolo, cioè gradi 90., come l' *ABC*, *Figura* 11.

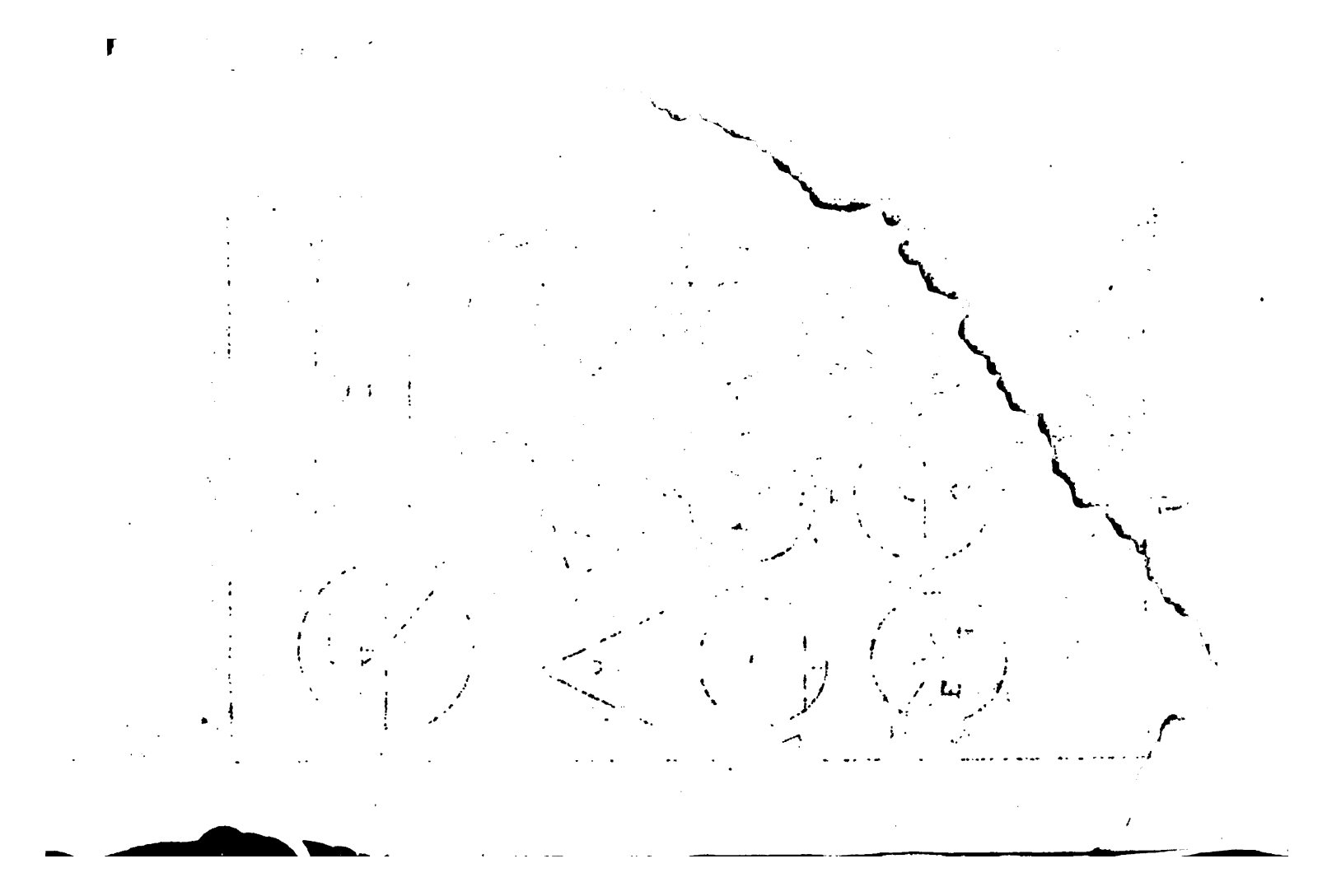
Linee perpendicolari, chiamanſi le linee, le quali comprendono l' angolo retto, chiamandoſi perpendicolari l' una riſpetto all' altra, perciò nella ſuddetta *Figura*. 11, la *AB* diceſi perpendicolare riſpetto alla *BC*, e così parimente la *BC* diceſi perpendicolare riſpetto all' *AB*.

Angolo Acuto, chiamaſi quello che è minor del retto, come il *CAB Figura* 12.

Angolo ottuſo, diceſi quello che è maggiore del retto, come il *DAC* della ſteſſa *Figura* 12.

Linee parallele, o *equidiſtanti* ſono due linee ugualmente diſtanti fra di loro, come le *AB*, *CD*, che in ogni luogo mantengono la ſteſſa diſtanza


1
A
B
2
B
3
A
B
C
F
E
4
A
D
B
D
5
A
C
B
E
H
6
A
I
F
C
D
G
K
7
B
C
A
D
C
8
B
E
A
9
A
A
A
10
A
A
11
B
C
C
D
A
B
12
A
B
13
C
D



diſtanza *AC*, *BD Figura* 13, la qual diſtanza ſem-
re intendeſi quella retta, che è perpendicolare
d amendue le parallele, altrimenti non ſareb-
ero parallele.

Figura, chiamaſi una ſuperficie, o ſolido, ter-
inati da tutte le parti.

Figura piana, è quella che è formata ſopra un
ano.

Figura rettilinea, *o rettilineo*, è quella Figura la
ale è terminata da linee rette, come la *ABCDE*
gura 14.

Figura curvilinea, è quella che è terminata da
ee curve, come il circolo ec.

Perimetro, *Circuito*, *Periferia*, *o Circonferenza*,
endeſi tutta la ſomma delle linee chè termi-
no una Figura.

Triangolo rettilineo, è una Figura terminata da
linee rette, come *ABC*, *Figura* 15.

Baſe di un Triangolo, è qualſivoglia linea di
o che lo termina, come la *AC*, nella ſteſſa
ura 15, nel qual caſo i
Lati del Triangolo ſono le rette *AB*, *BC*
Triangolo Equilatero, diceſi
i ſuoi lati uguali, co
Iſoſcele,
l' *AB*
i
Tria
lo rett
Triangolo
lo ottuſo,

diſtanza *AC*, *BD Figura* 13, la qual diſtanza ſempre intendeſi quella retta, che è perpendicolare ad amendue le parallele, altrimenti non ſarebbero parallele.

Figura, chiamaſi una ſuperficie, o ſolido, terminati da tutte le parti.

Figura piana, è quella che è formata ſopra un piano.

Figura rettilinea, *o rettilineo*, è quella Figura la quale è terminata da linee rette, come la *ABCDE Figura* 14.

Figura curvilinea, è quella che è terminata da linee curve, come il circolo ec.

Perimetro, *Circuito*, *Periferia*, *o Circonferenza*, intendeſi tutta la ſomma delle linee chè terminano una Figura.

Triangolo rettilineo, è una Figura terminata da tre linee rette, come *ABC*, *Figura* 15.

Baſe di un Triangolo, è qualſivoglia linea di eſſo che lo termina, come la *AC*, nella ſteſſa *Figura* 15, nel qual caſo i

Lati del Triangolo ſono le rette *AB*, *BC*.

Triangolo Equilatero, diceſi quello, che ha tutti e tre i ſuoi lati uguali, come l' *ABC Figura* 16.

Triangolo Iſoſcele, diceſi quello che ha due lati uguali, come l' *ABC*. *Figura* 17.

Triangolo Scaleno, chiamaſi quello, che ha tutti i ſuoi lati diſuguali, come li *B*, *B*, *Figura* 18.

Triangolo Rettangolo, è quello che ha un angolo retto, come il ſegnato *BAC Figura* 19.

Triangolo Ottuſiangolo, è quello che ha un angolo ottuſo, come *B*. *Figura* 20.

Triangolo

Triangolo acuziangolo, è quello che ha tutti e tre gli angoli acuti, come l' *ABC Figura* 17.

Ipotenusa, è la linea retta opposta all'angolo retto di un triangolo rettangolo, come la *BC*, opposta all' angolo *A* retto, del triangolo rettangolo *BAC Figura* 19.

Cateti, o perpendicolari, sono i due lati del triangolo rettangolo, che formano l' angolo retto, come li *BA* e *AC*, *Figura* 19.

Quadrilatero, o quadrangolo, è ogni figura terminata da quattro linee, come le *Figure* 21, 22, 23.

Parallelogrammo, chiamasi ogni Figura quadrilatera, i cui lati sono paralleli a due a due, come la *Figura* 21, 22.

Rettangolo, è un Parallelogrammo, il quale ha i suoi angoli retti, come la *Figura* 21.

Capo tagliato semplice, è quella Figura quadrilatera la quale ha due lati paralleli, e un altro perpendicolare ad essi, come l' *ABCD*, *Figura* 24, i cui due lati *AB*, *DC* sono paralleli, e l'altro *BC* perpendicolare, a essi.

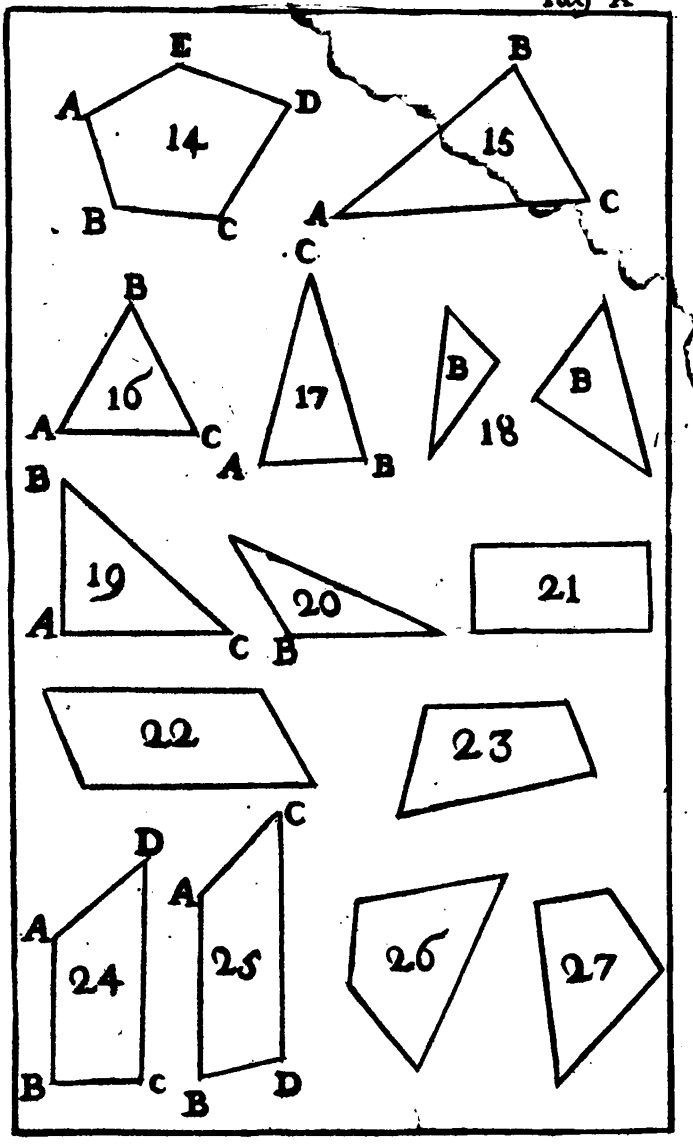
Base del Capotagliato semplice, e la perpendicolare ai lati paralleli, come la *BC* della detta *Fig.* 24.

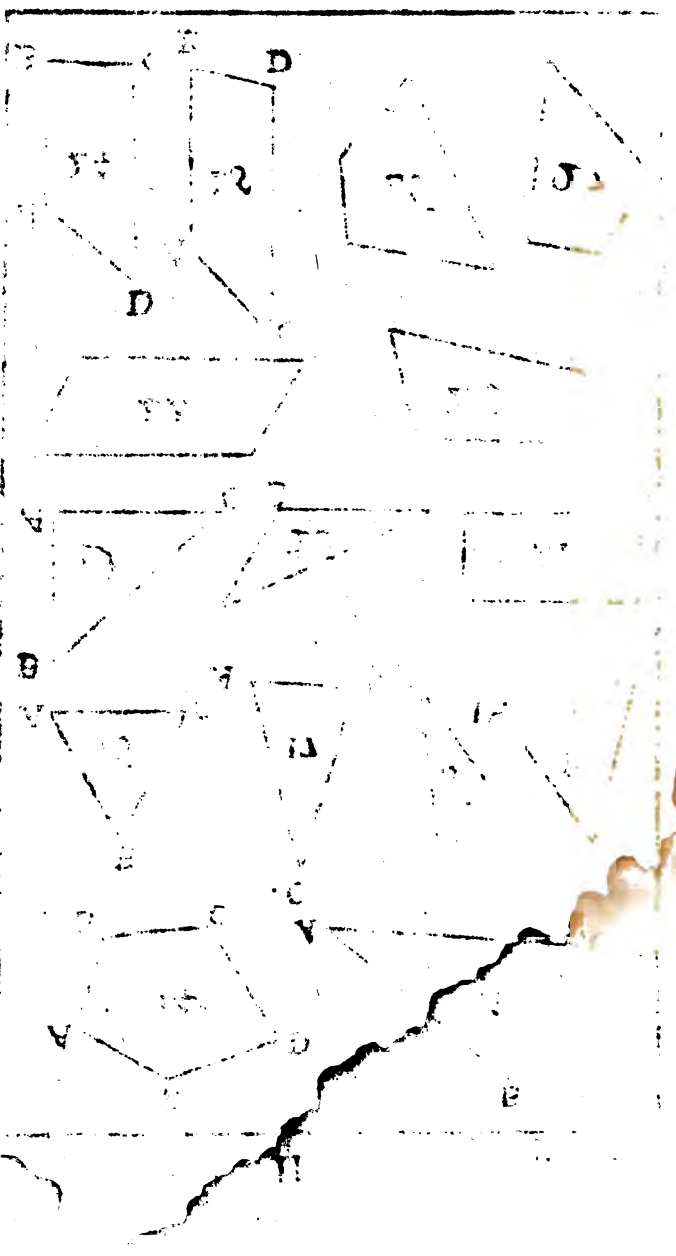
Capo tagliato doppio, è quello il quale ha due lati paralleli, come *ABCD*, che ha i due lati *AB*, *DC* paralleli, senza alcun riguardo agli altri, come si vede nella *Figura* 25.

Trapezio, è ogni figura quadrilatera, la quale non ha alcun lato parallelo, come le *Figure* 23, 26, e 27.

Quadrato, è una Figura quadrilatera, la quale ha tutti i lati uguali, e gli angoli retti, come la *Figura* 28.

Rombo


E
A
D
14
B
C
B
15
A
C
C
B
16
A
C
17
A
B
B
18
B
B
19
A
C
20
B
21
22
23
C
D
A
24
B
C
A
25
B
D
26
27



Rombo, è una Figura quadrilatera, la quale ha tutti i lati uguali, ma gli angoli non retti, come la *Figura* 29.

Romboide, è quella Figura quadrilatera, che ha i lati a due a due paralleli, ed uguali, ma gli angoli non retti, come la *Figura* 22, e perciò è anche un parallelogrammo.

Diametro o *Diagonale* di un Parallelogrammo è la linea retta, condotta dagli angoli oppoſti del Parallelogrammo come le *AB*, *CD*, *Figura* 30.

Poligono, chiamaſi ogni Figura compoſta di più di quattro lati, come le *Figure* 31, 32, 33, 34, 35, 36.

Pentagono, chiamaſi quel Poligono compoſto di cinque lati, come la *ABCDE*, *Figura* 31.

Eſagono quello compoſto di ſei lati, come la *Figura* 32.

Settagono, quello compoſto da ſette lati, come la *Figura* 33.

Ottagono, quello compoſto da otto lati, come la *Figura* 34.

Enneagono, quello compoſto da nove lati, come la *Figura* 35.

Decagno, quello compoſto da dieci, come la *Figura* 36, e così degli altri di più lati.

Figure regolari, e *Poligoni regolari*, ſono quelle Figure rettilinee, le quali hanno i loro lati tutti uguali, e i loro angoli anch' eſſi uguali, come ſono le *Figure* 16, 28, 31, 32, 33, 34, 35, 36.

Figure irregolari, ſono quelle che hanno i lati inuguali, come le *Figure* 14, 18, 23, 26, 27.

Figura inſcritta in un circolo, diceſi quella la quale co' ſuoi angoli tocca il circolo, come la *ABCDE Figura* 31.

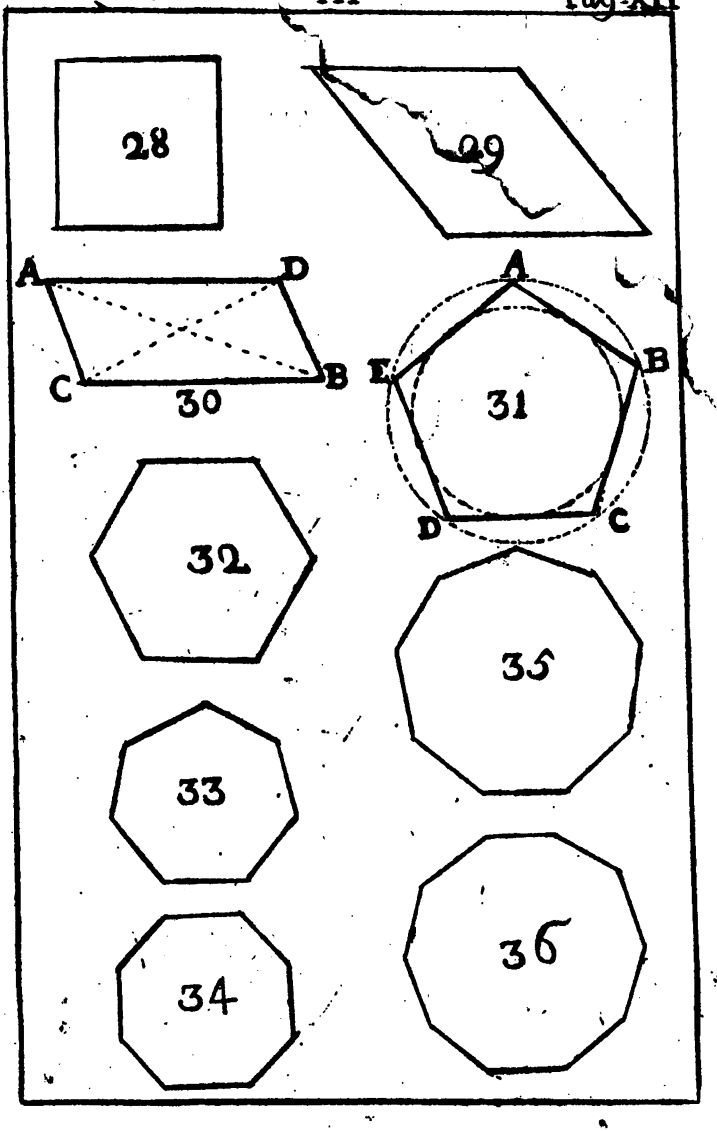
Figura circonſcritta, a un circolo, diceſi la ſteſſa *ABCDE Figura* 31, riſpetto al circolo che vi è di dentro, e che tocca ogn'uno dei lati di eſſa.

Elliſſe, o *Ovato*, è una Figura piana curvilinea la quale ſi deſcrive da' pratici ordinariamente nella ſeguente maniera. Conducanſi due rette, che ſi taglino ad angoli retti in *E Figura* 37; prendaſi da *E*, verſo *C*, e verſo *D*, due punti ugualmente diſtanti, come *C*, *D*; e lo ſteſſo facciaſi da *E*, in *A*, e da *E* in *B*, purchè le *EA*, *EB* ſieno minori delle *EC*, *ED*. Ciò fatto prendaſi la *EC*, ovvero *ED*, e ſi ponghi da *A* verſo *C* fino che incontri la *CF*, che l'incontri, verbi grazia, in *F*; da *E* verſo *D* pongaſi la diſtanza *EG* uguale alla *EF*, e ſi avranno i due punti, *F*, *G*, in queſti due punti conficcanſi due perni o chiodi, e ad eſſi vi s'aſſodino i due capi di un filo, paſſato nella cruna di un ago; queſto filo dee eſſer tanto lungo, che teſo, arrivi appunto al punto *A*. Ciò fatto giraſi attorno il filo mediante la cruna dell'ago in cui è infilato, facendo che reſti ſempre teſo, mentre nel girarlo attorno verrà a deſcrivere l'Elliſſe, ma come vedeſi nelle varie ſituazioni *H*, *H*, ec. e quando ſi ſarà pervenuto dove ſi cominciò ſarà terminata l'Elliſſe.

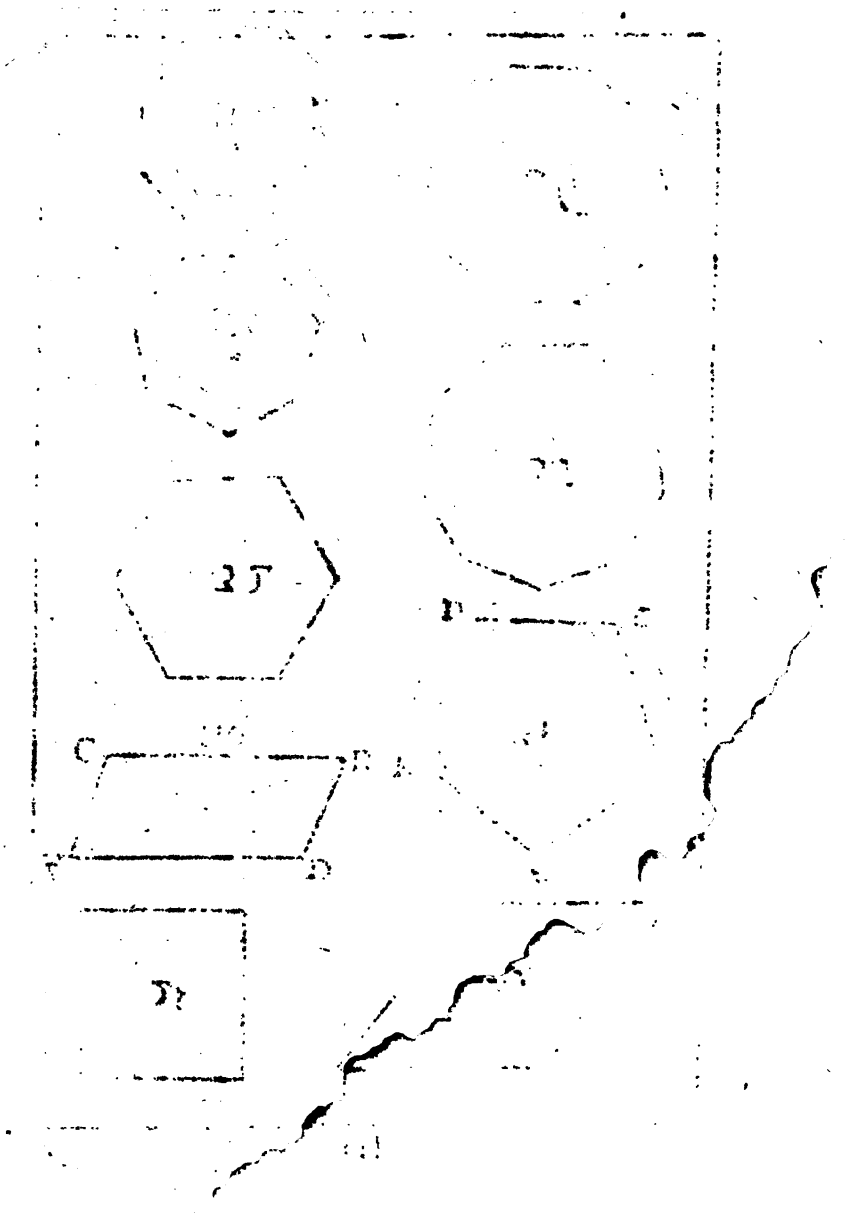
Fuochi dell'Elliſſe, ſono i due punti *F* e *G*.

Aſſi dell'Elliſſe ſono le due rette *AB*, *CD*, la prima delle quali chiamaſi *Aſſe minore*, e la ſeconda *Aſſe maggiore*.

Parabola,



UNIV. OF MICH.



Parabola, è una Figura terminata da una linea curva, e da una retta, come la *ABD Figura* 38. Descrivesi questa conducendo in mezzo alla retta *AB* la perpendicolare *CD*, misurasi poi la *DC*, che sia verbi grazia piedi 9, e anche misurasi la *AB*, ovvero la sua metà *BC*, che sia piedi 10; si quadri questa *BC* moltiplicandola in se stessa, cioè 10 per 10 che fa 100, questo 100 dividasi pel quadruplo di *DC*, che essendo 9, il suo quadruplo è 36, e ne viene nel quoziente $2\frac{7}{9}$; ponendo ora da *D* verso *C* piedi $2\frac{7}{9}$, ne avremo il punto *G*. Si fermi in questo punto un perno, o chiodo con un filo lungo quanto le rette *CD*, *DG*, assodasi questo filo dall' altro capo al punto *H* dell' angolo retto di uno squadro *IHM*; poi vadasi scorrendo il lato *IH* dello squadro sopra la retta *BA*, mediante una riga adattata ad essa, e tenendo teso il filo mediante un ago, nella cui cruna sarà detto filo fatto passare, e girando in tal modo, ne verrà descritta la curva *DKKKB*, lo che fatto anche dall' altra parte verso *A*, ne avremo descritta la Parabola *ABD*.

Asse della Parabola chiamsi la linea *CD*.

Base della Parabola, chiamasi la *AB*.

Fuoco della Parabola, viene chiamato il punto *G*.

Linea Parabolica, è la curva *BDA*.

Iperbole è una Figura compresa da una linea curva, e da una retta come la *ABD Figura* 39, e si descrive col condurre nel mezzo della *AB*, la perpendicolare *CD*; prolungata questa *CD*; verso *K*

scelgasi

ſcelgaſi in eſſa un punto come *X*, e facciaſi la *XF* uguale alla *XD*, indi miſurata la *DC*, ſia piedi 6, miſurata anche la *CA*, ſia piedi 12, queſto 12 moltiplicaſi in ſe ſteſſo, e fa 144, il quale ſi dividi per la *DC*, cioè per 6, che avremo il quoziente 24; miſuraſi poi la *FC*, che ſia piedi 10, e miſuraſi anche la *FD*, che ne ſia 4, queſto quattro moltiplicaſi pel 24 trovato di ſopra, e il prodotto 96 dividaſi per la *FC*, cioè per piedi 16, e del quoziente 9 $\frac{3}{5}$ preſane la quarta parte, dà piedi 2 $\frac{2}{5}$: Poſto ora da *D* verſo *C* piedi 2 $\frac{2}{5}$, avremo il punto *H*; pongaſi poi da *F* in *K* una miſura uguale alla trovata *DH*, indi pongaſi in *K* una riga girevole attorno ad eſſo punto *K* come la *KY*, e aſſodaſi al punto *H* mediante un perno o chiodo il filo inſerto nella cruna di un ago, e ſi faccia queſta cruna ſcorrere pel filo ſteſſo, ſicchè la cruna, e la parte ſcorſa del filo ſempre tocchi la riga, che anche eſſa anderà movendoſi, e girandoſi attorno al punto *K* ſecondo che ſi girerà colla cruna dell'ago, e filo, e in tal modo facendo ſi deſcriverà la curva *AOOD*, e quando ſarà fatto lo ſteſſo dall'altra parte verſo *B*, reſterà deſcritta l'Iperbole *ADB*.

Aſſe dell'Iperbole, è la linea *CD*.

Baſe dell'Iperbole, è la linea *AB*.

Ho inſegnato il modo di deſcrivere l'Elliſſe, Parabola, ed Iperbola, perchè m'è noto come molti Inſpettori, ed Architetti ancora, ſopra le Fabbriche non hanno tai notizie, fuorchè quella di deſcriver

descriver l'Ellisse che è notissima, eppure può succedere doversi fare la descrizione di tai Figure per fabbricar Volte, particolarmente di que' luoghi, ne' quali deesi sonare, e cantare, contribuendo molto a invigorire il suono, ed a produrre altri effetti curiosi, come dirassi a suo luogo, e perchè occorre segnare le dette figure non solo sul fatto, ma anco su la carta, per disegnarle, e per farne i modelli, perciò ho stimato bene aggiunger quì la descrizione di esse col ritrovare molti de' suoi punti.

Chiunque, anche poco versato nel disegno, sa descrivere in carta l'Ellisse, non così però la Parabola, e l'Iperbole, perciò ho stimato bene insegnare il modo di descriverle in su la carta mediante più punti.

La descrizione della Parabola per molti punti si ha in questo modo. Sia l'asse *BA*, e la base *DC* *Fig.* 40, su quali vogliasi descrivere la Parabola; dividasi *AC* in tante parti uguali quanto si vuole (quanto più sono è meglio) e sia divisa in *EE*; conducasi pei punti *D* e *B* la *DBF*, innalzasi in *C* la perpendicolare *CF*, la quale taglierà la *DBF* nel punto *F*; dividasi la *CF* in altrettante parti uguali quanto quelle nelle quali si divise la *AC*, e sia divisa in *G*, *G*; pel punto *D* conducansi le *DG*, *DG*, indi pei punti *E*, *E*, conducansi le *EH*, *EH*, perpendicolari alla *AC*, queste incontreranno le *DG*, *DG*, nei punti *H*, *H*, finalmente fatta passare per i punti, *B*, *H*, *H*, *C*, una curva, e lo stesso fatto dall'altra parte verso *D*, resterà descritta la Parabola *DBC*, come volevasi.

L'Iperbole

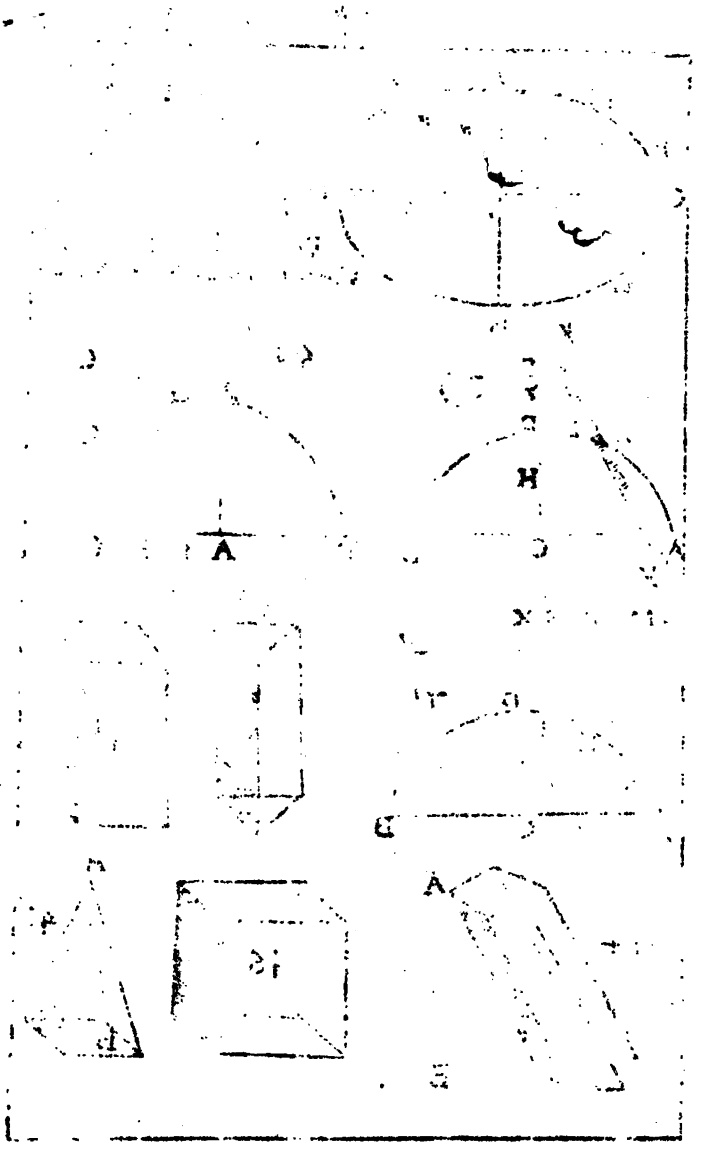
L' Iperbole descrivesi trovando molti de' suoi punti, nel seguente modo. Sia dato *Fig.* 41. l'asse *DC*, e la base *AB*; conducasi la *LY* parallela alla base *AB*, prolungasi l'asse *CD* tanto che incontri la *LY* in *X*, poi conducansi alla *LX* tante perpendicolari quante si vogliono (quante sono in maggior numero, tanto è meglio) e sieno *MN*, *MN*, *MN*, poi posta una punta del compasso nei punti *M*, *M*, *M*, e cogl' intervalli *MD*, *MD*, *MD*; si descrivano gli archi *N*, *N*, *N*, i quali tagliano le *MN*, *MN*, *MN*, nei punti *N*, *N*, *N*, pe' quali fattavi passare la curva *ANNND*, e fatto lo stesso dall' altra parte si avrà l' Iperbola *ANNNDB* ricercata.

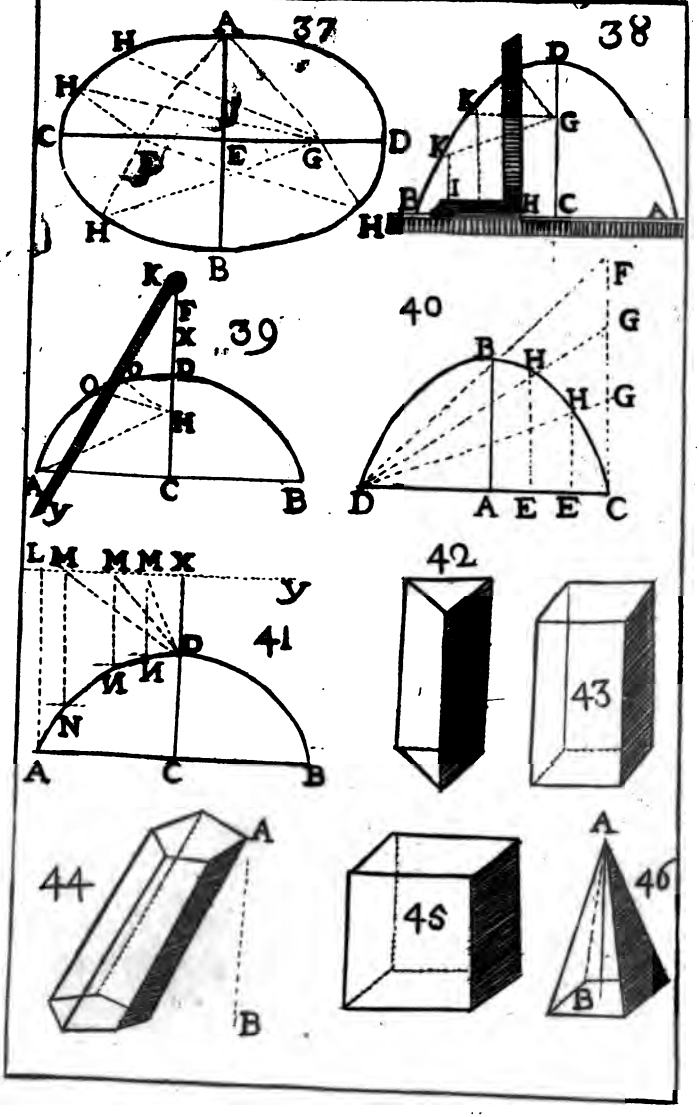
Moltissimi altri modi vi sono di descrivere le suddette curve, tanto mediante il movimento continuo, quanto pel mezzo di più punti, ma perchè le suddette, a mio parere, sono le più facili alla pratica, le ho per questo a tal effetto dalle altre prescelte.

Alcune definizioni spettanti ai Corpi o Solidi.

Prisma, è una Figura solida contenuta da più figure piane rettilinee, due delle quali, e fra loro opposte, sono sempre uguali in tutte le sue parti, e le altre sono parallelogrammi. Se queste figure sono di tre lati, il prisma chiamasi *triangolare* come la *Fig.* 42, se è di quattro, chiamasi *prisma quadrangolare* come la *Fig.* 43, se è di cinque, *Pentagonico* come la *Fig.* 44, e così degli altri.

Parallelepipedo,





UNIV. OF MICH.

Parallelepipedo, è un Prisma contenuto da sei piani quadrilateri, de' quali gli opposti fra loro, a due a due sono parallelogrammi, come la *Figura* 43, la quale è anche un Prisma.

Cubo è un Solido, o Prisma contenuto da sei quadrati uguali come mostra la *Figura* 45.

Piramide, è un solido contenuto, almeno da tre, o più triangoli, che poggiano sopra i lati di un poligono, che chiamasi *base*, e concorrono in un punto che dicesi *cima*, *punta*, o *vertice* della piramide, come le *Figure* 46, e 47.

Altezza dei Prismi, e delle Piramidi è quella perpendicolare, che nelle piramidi si conduce dal loro vertice sopra la base, almeno prolungata, e l'altezza dei Prismi è quella perpendicolare condotta da qualsivoglia punto di un piano dei due paralleli, ed uguali sopra l'altro almeno prolungato, come la *AB* nelle *Figure* 44, 46, 47.

Cilindro, è un solido contenuto da due circoli uguali, e paralleli, e da una superficie curva chiamata *cilindrica* descritta da una linea retta che movesi radendo le circonferenze de'circoli opposti, come le *Fig.* 48, e 49.

Asse del cilindro, chiamansi nelle suddette figure le linee *AB*, *CD*, che congiungono i centri de' circoli opposti, se queste sono perpendicolari alla base cioè perpendicolari, almeno a due linee rette condotte ne' circoli, e che passino pei loro centri, come *AB Figura* 48, il cilindro chiamasi *retto* e se sono inclinate, cioè non perpendicolari alle suddette come la *CD Figura* 49, chiamasi *obliquo*.

Altezza di un cilindro è la perpendicolare condotta da qualsivoglia punto di uno dei due circo-

li,

li, ſopra il piano dell' altro almeno prolungato, come le *AB*, *AB*, *Figure* 48, e 49.

Cono, è un ſolido compreſo da un circolo *K* come baſe, e dalla ſuperficie curva, che ſi produce da una retta, che rivolgendoſi attorno del punto immobile *I*, *Figura* 50, il qual punto chiamaſi *cima*, *punta*, o *vertice* del Cono, rade la circonferenza intiera del circolo, che ſi chiama *baſe*.

Aſſe, del Cono, chiamaſi la retta *IK* condotta dal vertice del Cono al centro della baſe, ſe queſta è perpendicolare ſopra la baſe del Cono, il Cono allora diceſi *Cono retto*, come la *Fig.* 50. Se poi queſta linea è obliqua, il Cono chiamaſi *obliquo*, come la *Fig.* 51.

Altezza del Cono, chiamaſi la linea che perpendicolarmente cade dal vertice nella baſe, almeno prolungata, come la *IK*, *Figura* 50, ed *IL*, *Fig.* 51.

Sfera, o *palla*, è un ſolido generato dalla rivoluzione del circolo *ABCD* intorno al ſuo diametro *AB*, *Figura* 52.

Superficie Sferica, è la ſuperficie curva che termina la sfera.

Diametro della Sfera, chiamaſi la linea *AB*.

Circolo maſſimo della Sfera, diceſi quello il quale paſſa pel diametro di eſſa, e la divide in due parti uguali.

Centro della Sfera, è il punto *E*, cioè il centro del circolo, che ha prodotto la sfera.

Settore di Sfera, è il ſolido generato dalla rivoluzione del ſettore di circolo *AFCB*, *Figura* 53, intorno al raggio *FB*.

Segmento o *porzione di Sfera*, è quel ſolido che riſulta dal tagliarſi la Sfera per traverſo, come ſono li due *A*, *B*, *Figura*, 54. *Emiſferi*,

Emisfari, sono que' segmenti di Sfera, che essendo tagliati dalla Sfera restano fra loro uguali, cioè sono la metà della Sfera, come li *C*, *D*, *Fig.* 55.

Sferoide, è il solido generato dalla rivoluzione dell' Ellisse intorno al proprio asse *AC Fig.* 56 o *BD Fig.* 57.

Conoide Parabolico, è il solido generato dalla rivoluzione della Parabola *AEC* intorno al proprio asse *EF*, *Figura* 58.

Conoide Iperbolico, è il solido creato dalla rivoluzione della Iperbole *AEC*, intorno al suo asse *EF Fig.* 59.

Porzioni, *tronchi*, o *Segmenti* di Sferoidi, o Conoidi sono le parti delle Sferoidi, e Conoidi tagliati dalle intere Sferoidi, o Conoidi, con dei piani traversi.

Fra i corpi solidi, ve ne sono di quelli composti da più facce, o superficie, gli angoli de' quali toccherebbero una Sfera, che li fosse circonscritta. Questi solidi si chiamano regolari, e fra essi vi è il Cubo, detto anche *Esaedro*, del quale già si è parlato, e gli altri sono i seguenti.

Tetraedro, è una Piramide Triangolare, le cui quattro superficie sono triangoli equilateri, ed uguali come la *Figura* 170.

Ottaedro, è quello, che è terminato da otto triangoli uguali ed equilateri, come la *Figura* 171.

Dodecaedro è quello, che è terminato da dodici Pentagoni regolari, ed uguali, come la *Figura* 172.

Icosaedro, è quello il quale è compreso da venti triangoli equilateri ed uguali, come la *Fig.* 173.

Poliedri, sono i suddetti, o altri simili corpi terminati da più figure rettilinee regolari, che chiamansi faccie del Poliedro.

TAVOLA

TAVOLA

Delle Misure lineari, quadrate, e cube, che occorrono nella misura delle Fabbriche.

MISURE LINEARI.

10 Piedi fanno una Pertica.
12 Oncie fanno un Piede.
12 Punti fanno un' oncia; onde ne viene, che
120 Oncie fanno una Pertica.
1440 Punti fanno la detta Pertica.
144 Punti fanno un Piede.

MISURE QUADRATE.

La misura quadrata sorge dalla moltiplicazione della misura lineare in se medesima. Per modo di esempio moltiplicando i piedi 10. *che compongono la Pertica, ne vengono piedi* 100. *quadrati. Onde*

100 Piedi quadrati fanno una Pertica quadrata.
144 Oncie quadrate fanno un Piede quadrato.
144 Punti quadrati fanno un' oncia quadrata; onde ne viene, che
14400 Punti quadrati fanno una Pertica quadrata.
20736 Punti quadrati fanno un Piede quadrato.

MISURE CUBE.

La misura cuba sorge dalla moltiplicazione della misura quadrata colla misura lineare. Per modo di esempio moltiplicando una pertica quadrata, o piedi 100. *quadrati per una Pertica lineare, o sieno piedi* 10., *si producono* 1000. *piedi cubi. Onde*

1000. Piedi cubi fanno una Pertica cuba.
1728 Oncie cube fanno un piede cubo.
1728 Punti cubi fanno un' oncia cuba.
1728000 Oncie cube fanno una Pertica cuba.
2985984000 Punti cubi fanno una Pertica cuba.

Soglionſi nella Città di Bologna miſurare le eſcavazioni dei terreni tanto per ſervizio de' Fiumi, quanto per uſo delle Fabbriche, a paſſetti.

Il Paſſetto è un cubo, che ha 5. piedi di lato: onde ne viene, che

125 piedi cubi fanno un Paſſetto.
$\frac{1}{8}$ di Pertica cuba fa un Paſſetto.
216000 Oncie cube fanno un Paſſetto.
373248000 Punti cubi fanno un Paſſetto.

AGGIUNTA.

Miſure lineari all' uſo di Roma.

10 Palmi di Architetto fanno una canna lineare.
12 Oncie fanno un palmo lineare.
5 Minuti fanno un' oncia lineare.

Miſure uſate dagli Agrimenſori.

57 $\frac{1}{2}$ Palmi fanno una catena lineare.
10 Stajoli fanno una catena lineare; onde
5 $\frac{3}{4}$ Palmi fanno uno Stajolo lineare.

Miſure quadrate all' uſo di Roma.

100 Palmi quadrati fanno una Canna quadrata.
144 Oncie quadrate fanno un Palmo quadrato.
25 Minuti quadrati fanno un' oncia quadrata.

Misure usate dagli Agrimensori.

3306 $\frac{1}{4}$ Palmi quadrati fanno una catena quadrata.
33 Palmi in circa quadrati fanno uno ſtajolo quadrato.
112 Catene quadrate fanno un Rubbio.
16 Catene quadrate fanno una Pezza.
12 Scorzi fanno un Rubbio.
4 Quartucci fanno uno Scorzo.

Misure cube all' uso di Roma.

1000 Palmi cubi fanno una Canna cuba.
1728 Oncie cube fanno un palmo cubo.
125 Minuti cubi fanno un' oncia cuba.

Misure lineari usate in Perugia.

15 Piedi lineari fanno una Canna lineare.
12 Oncie fanno un piede lineare.

Misure quadrate che ſi uſano in Perugia.

225 Piedi quadrati fanno una Canna quadrata.
144 Oncie quadrate fanno un Piede quadrato.

Misure degli Agrimensori.

1 Canna quadrata fa una Tavola.
250 Tavole fanno una Mina.
2 Staja fanno una Mina.
4 Quattrò Quarti fanno una Mina.
4 Coppe fanno un quarto.
4 Scodelle fanno una Coppa.

Misure cube uſate in Perugia.

3375 Piedi cubi fanno una canna cuba.
1728 Oncie cube fanno un piede cubo.

TAVOLA

Di varie misure che s'usano in Italia e altrove, rintracciate dal celebre Matematico Cassini *di Bologna.*

ESsa è relativa al piede di Parigi, detto del Re, il quale è diviso in 12. pollici, e ciascun pollice in 12. linee, e ciascuna linea in due parti. Sei piedi formano una Tesa.

Il Piede di Parigi in questa Tavola vien diviso in parti 1440. per il commodo del rapporto colle altre misure; onde

Piede di Parigi	1440
Piede di Bologna	1682 $\frac{2}{5}$
Piede di Danimarca	1404
Piede del Reno, o di Leyden	1390
Piede di Londra	1350
Piede di Svezia	1316
Piede Romano del Campidoglio	1306
Piede di Danzica	1272
Piede d' Amsterdam	1258
Piede di Venezia	1525
Piede di Piacenza	2080
Braccio di Lucca	2620
Braccio di Bologna	3640
Braccio di Firenze da terra	2430
Braccio di Firenze da panno	2580
Braccio di Parma, e Piacenza	2423
Braccio di Modena da terra	2300
Braccio di Reggio	2348
Braccio di Milano	2166
Braccio di Milano da legno	2620

Braccio di Breſcia	2075
Braccio di Mantova	2062
Palmo di Napoli	1169
Palmo di Genova	1113
Palmo di Palermo	1073
Palmo Romano d' Architetto	990

Delle quali 990. parti, a ciaſcuna delle 12. oncie, in cui il Palmo è diviſo, ne toccano parti 82. $\frac{1}{2}$; e ad ognuno dei cinque minuti, in cui l'oncia è partita, ne appartengono parti 16. $\frac{1}{2}$.

Undici Piedi di Perugia confrontano eſattamente con diciotto Palmi Romani (*a*).

Ridurre una Miſura ad un' altra data Miſura.

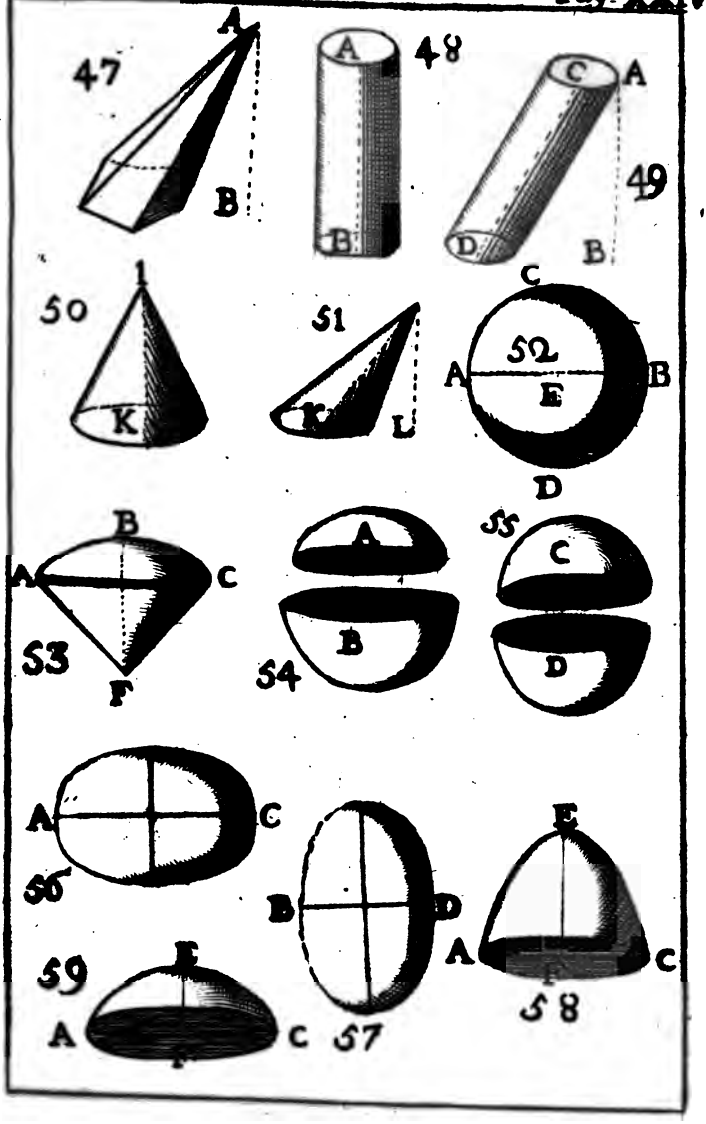
Per mezzo della Tavola eſpoſta, ſi vegga in quante parti eguali è diviſa la miſura che ſi vuol ridurre, come per modo di eſempio il piede di Parigi; e quante delle ſue parti eguali abbiano luogo nel palmo Romano, che ſi propone.

S' abbiano pertanto 180. piedi di Parigi, e ſi voglia conoſcere a quanti palmi Romani ſi eſtendano.

Perchè il piede di Parigi è di parti 1440., e di queſte il palmo Romano ne contiene ſolamente 990, ſi devono moltiplicare le parti 1440. per i piedi 180., ed il prodotto 259200. ſi dee partire per le parti del palmo Romano 900., ed il quoziente moſtrerà la quantità dei palmi Romani, che corriſpondono ai piedi 180. di Parigi; e che ſono palmi 261. oncie 9.; e minuti 4. $\frac{1}{11}$.

TRATTATO

(*a*) Un più minuto dettaglio delle Miſure uſate in Italia ſi potrà vedere nella Geometria Pratica di Lodovico Perini, pag. 57.


47
A
B
48
A
B
C
A
49
D
B
50
I
K
51
K
L
C
52
A
E
B
D
B
A
C
53
F
A
B
54
55
C
D
A
C
56
B
D
E
A
C
59
E
A
C
57
58

TRATTATO
DELLA MISURA
DELLE FABBRICHE
PARTE PRIMA

Misura delle Superficie piane, o Planimetria

CAPITOLO PRIMO

Della Misura dei Triangoli

PROBLEMA PRIMO

Dato qualsivoglia Triangolo rettangolo manifestare la sua superficie.

SIA dato il Triangolo rettangolo *ABC*, *Figura* 60, di cui vogliasi sapere la sua superficie: misuransi i due lati che compongono, o comprendono l'angolo retto *B*, cioè *AB* e *BC*, il primo de' quali sia verbi grazia piedi 28. e l'altro piedi 32. Questi due numeri 28. e 32. si moltiplichino insieme, e danno il prodotto 896. piedi quadrati; di questi piedi 896. se ne prenda la sua metà, cioè si divida l' 896. per 2. e il quoziente 448. sono tanti piedi quadrati, de' quali è capace il dato Triangolo *ABC*: e perchè 100. piedi quadrati compongono una pertica quadrata, ne viene che divisi i piedi quadrati 448. per 100. cioè separate le due prime figure a destra così 4. 48. ne vengono pertiche 4. e piedi 48. misura ricercata in pertiche e piedi del dato triangolo rettangolo *ABC*, come volevasi.

PROBLEMA II.

Dato un Triangolo non rettangolo trovarne la ſua ſuperficie.

Se poi il dato Triangolo non foſſe rettangolo, come l'*ABC Figura* 61. allora biſogna per uno de' ſuoi angoli qualunque, come per *A*, condurre una perpendicolare *AD* ſopra la baſe *BC*, poi miſuraſi, tanto la detta perpendicolare *AD* quanto la baſe *BC* ſopra la quale cade eſſa perpendicolare, e la prima ſia, verbi grazia piedi 40. e l'altra piedi 38. moltiplicanſi queſti due numeri 40. e 38. fra di loro, e il prodotto 1520. dividaſi per 2. cioè ſe ne prendi la ſua metà che è 760. e queſti ſono i piedi quadrati di cui è capace la ſuperficie del dato Triangolo *ABC*, i quali poi ridotti, ſe ſi vuole, in pertiche, danno pertiche 7. e piedi 60. miſura in pertiche e piedi del dato Triangolo *ABC* come bramavaſi (*a*).

Se poi il Triangolo da miſurare foſſe ottuſiangolo come l'*ABC Figura* 62. e foſſe più comodo in pratica, in cambio di condurre la perpendicolare dall'angolo *C* ſopra la baſe o lato *BA*, conducaſi dall'angolo *A*, fuori del Triangolo ſopra il lato *BC* prolungato; allora deeſi prima prolungare la baſe *BC* indefinitamente, e ſopra di eſſa condurvi dall'angolo *A*, la perpendicolare *AD*. Ciò fatto miſuraſi il lato *BC* nel quale, prolungato, cade la perpendicolare,

(*a*) La Teoria per la pratica di coteſte miſure ſi può vedere negli Elementi di Euclide eſpoſti dal Commandino, al Teor. XI., ed allo Scol. del Teor. XII. del Lib. II.

perpendicolare, e misurasi anche la stessa perpendicolare *AD*, e il primo sia, verbi grazia, piedi 34. e once 8. la seconda piedi 16. e oncie 6. moltiplicati questi insieme, e dal loro prodotto 572. (*a*) presane la metà 286. questi saranno i piedi quadrati, di cui è capace il dato Triangolo *ABC*, ovvero pertiche 2. e piedi 86. misura ricercata.

AVVERTIMENTO.

Si può ancora, avere la superficie di qualsivoglia Triangolo, moltiplicando, delle due misure insegnate di sopra, la metà dell' una qualunque per l' altra tutta intera, che in tal modo pure se ne avrà la ricercata superficie,

Se per esempio, nella *Figura* 60. si fossero moltiplicati i piedi 28. per piedi 16. metà di 32. ne avressimo avuto nel prodotto piedi quadrati 448. ovvero pertiche 4. e piedi 48. misura ricercata, come trovossi allora, e così deesi intendere di qualsivoglia altro esempio. Per schifar però le frazioni, quando tanto la perpendicolare, quanto la base fossero misure in numero impari, allora sarà più facile operare nella prima maniera la quale schifando le frazioni riesce di maggior comodità alla pratica, la qual cosa per esser da se manifesta, si omettono altri esempj.

PROBLEMA

(*a*) Per isfuggire tutti gli errori che nascer potrebbono nelle moltiplicazioni, e partizioni de' rotti cogl' intieri, gioverà ridurre le misure in oncie, e far con esse le dovute operazioni. I piedi adunque 34. oncie 8., e i piedi 16. oncie 6. ridotti in oncie, faranno oncie 416. e 198., i quali numeri moltiplicando insieme danno il prodotto 82368., il quale per ridurlo in piedi quadrati va partito per 144., poichè tante oncie quadrate fanno un piede quadrato, e si avrà il quoziente 572.

PROBLEMA III.

Data la ſuperficie e la baſe di un Triangolo trovare la ſua altezza, o perpendicolare.

Supponiamo il Triangolo *ABC Figura* 61. del quale ſi ſappia la ſua ſuperficie eſſere piedi 760. dividaſi queſto 760. per la baſe 38. e il quoziente 20. raddoppiato da piedi 40. altezza ricercata *AD* del dato Triangolo *ABC* come cercavaſi, e così deeſi intendere degli altri.

PROBLEMA IV.

Miſurare quaſivoglia Triangolo colla cognizione dei ſuoi tre lati.

Sia il Triangolo *ABC Figura* 63. di cui il lato *AB* ſia, verbi grazia piedi 28. *AC* 26. *BC* 30. ſi ſommino inſieme queſti tre lati, che fanno 84. e queſta ſarà la miſura del contorno, o perimetro del dato Triangolo, del quale ſe ne prenderà la ſua metà che è 42. ſi levi ſeparatamente da queſta metà ciaſcun lato del Triangolo per averne i tre eccеſſi 14. 16. 12. Si moltiplichi la detta metà cioè 42. per uno dei tre eccеſſi precedenti, verbi grazia per 14. che darà di prodotto 588. il quale ſi moltiplicherà per uno degli altri due eccеſſi, verbi grazia, per 16. e ne verrà il ſecondo prodotto 9408. queſto ſecondo prodotto moltiplicaſi per l'altro eccеſſo cioè per 12. e ne verrà il terzo prodotto 112896. da queſto terzo e ultimo prodotto ſi eſtragga

eſtragga la radice quadrata, (*a*) che ſarà 336. piedi di quadrati, oppure pertiche 3. e piedi 36. e tanta ſarà l'area, capacità, o miſura del dato Triangolo *ABC*. Per maggior chiarezza ho poſto quì appreſſo il detto calcolo.

Lati { 28, 26, 30

2 | 84 contorno del triangolo

42 metà del contorno

14 primo eccesſo

588 primo prodotto

16 ſecondo eccesſo

9408 ſecondo prodotto

12 terzo eccesſo

112896 terzo prodotto

3 3 6 radice, e miſura del triangolo

6

66 228

3996

000

42 28 — 1. eccesſo 14 = 42 26 — 2. eccesſo 16 = 42 30 — 3. eccesſo 12 =

(*a*) Tutti i libri d'Aritmetica ſomministrano iſtruzioni per eſtrarre le radici quadrate; vale a dire indagare qual ſia il numero che moltiplicato in ſe medeſimo produca il dato numero che quì è 112896. perciocchè moltiplicando in ſe medeſimo il numero della ritrovata radice 336. rende il ſuddetto prodotto 112896.

Se il triangolo, di cui si vuol sapere la sua area, fosse equilatero, ciò si ha, col moltiplicare uno de' suoi lati in se stesso, e il prodotto si moltiplica di nuove sempre per 13. e quest' ultimo prodotto sempre si parte per 30. mentre il quoziente sarà l' area del ricercato triangolo equilatero.

Sia il triangolo equilatero *ABC* segnato — X — i cui lati sieno piedi 6. si moltiplica questo lato in se stesso fa 36. questo moltiplicasi per 13. ed il prodotto 468. dividasi per 30. mentre il quoziente 15. $\frac{3}{5}$ saranno i piedi quadrati dell' area del dato triangolo equilatero *ABC*, come cercavasi.

Altre regole vi sono, e altre possono trovarsi per dedurre dalla notizia dei lati di qualsivoglia triangolo, la loro altezza, o perpendicolare, ed altre simili, per poi averne la loro misura; ma perchè ciò che fin' ora abbiam detto è abbastanza sufficiente, e anche d' avvantaggio pel nostro intento, per lo che non faremo sopra di ciò altre parole.

COROLLARIO.

Parrà forse ad alcuno poco versato nelle Fabbriche, che rare volte accader possa doversi misurare qualche parte di fabbrica, che sia di figura triangolare; ma di molto s' ingannano, mentre ciò sovente occorre, e particolarmente nella misura dei Tetti, de' quali moltissimi sono di tal figura, particolarmente quelli delle abitazioni di Villa, le quali per esser per lo più isolate, il loro Tetto o coperto suol essere composto di quattro triangoli, chiamato comunemente da' pratici *a quattr' acque*, come

come vedesi nella *Figura* 64. Gli sproni, le ali dei Ponti, e simili sono anch' esse la maggior parte di figura triangolare, e moltissime altre, particolarmente nei rifacimenti delle fabbriche, dove spesso occorre dover rifare qualche pezzo di muro, salicata ec. in figura triangolare, nei quai casi è necessario saperne rilevare la sua superficie giustamente, e non vulnerare la giustizia, e anche darsi danno da se l' Artefice, a cagione della sua inesperienza.

Usano alcuni pratici misurare un Coperto composto di quattro triangoli, cioè, com' essi dicono, a quattr' acque, in croce, in questo modo. Sia il coperto *GHIK Figura* 64. Principiano a misurare nel mezzo di uno de' suoi lati, verbigrazia, in *P*, mezzo fra *G* e *H*, e proseguiscono fino al punto *L* del colmo, e da esso punto *L* proseguiscono a misurare fino in *N*, dove viene a dividersi per metà il lato *IK*: lo stesso fanno per l' altro verso come in *MLO*, e le due misure trovate, cioè *PLN*, *MLO*, le moltiplicano insieme, e il prodotto ritengono per la totale e ricercata superficie del coperto. Questa maniera benchè possa tollerarsi non dando rimarcabil differenza dal vero, non però è bastevole per rilevare la misura di una o due sole delle acque del coperto, cioè di uno o due di quei triangoli dei quali è composto, nel qual caso per operar con giustezza è necessario saper misurare ogni triangolo separatamente.

La pratica poi del Problema IV. di misurare qualsivoglia triangolo mediante la cognizione dei soli suoi lati è molto utile, non solo in que' casi

in cui non foſſe facile andar per mezzo al triangolo per ſegnarvi e miſurare la perpéndicolare, o che non foſſe facile averla giuſtamente a cagione di non avere, verbi grazia, con se lo ſquadro e fili per condurre detta perpendicolare, nel qual caſo la ſuddetta pratica è molto utile, e di non molta briga a chi ha qualche poco cognizione di Aritmetica, come averla dee qualſivoglia Inſpettore di Fabbriche.

CAPITOLO II.

Miſura delle Figure quadrilatere regolari.

PROBLEMA I.

Dato un quadrato manifeſtare la ſua capacità.

OGni ſemplice Muratore sa la regola di misurare un quadrato, baſtando ſolamente miſurare uno de' ſuoi lati, giacchè tutti ſono uguali fra loro, e tal miſura poi moltiplicata per ſe ſteſſa dà nel prodotto la ricercata ſuperficie.

Sia dato il quadrato *ABCD Figura* 65. che ſia verbi grazia la ſalicata di una Sala o di una Camera; per ſapere la ſua capacità, miſuraſi uno de' ſuoi lati, per eſempio l' *AB*, che ſia piedi 42. queſto 42. moltiplicaſi in ſe ſteſſo cioè per 42. e il prodotto 1764. moſtra, che il quadrato *ABCD* è di capacità o ſuperficie piedi quadrati 1764.; ovvero pertiche 17. e piedi 64. miſura ricercata.

PROBLEMA

PROBLEMA II.

Data la ſuperficie di un quadrato trovare il ſuo lato.

Sia lo ſteſſo quadrato *ABCD Figura* 65. la cui ſuperficie ſappiaſi eſſere piedi quadrati 1764. eſtraggaſi la radice quadrata dal detto numero 1764. la quale è 42. e tanti ſono i piedi del lato del dato quadrato *ABCD* come cercavaſi.

PROBLEMA III.

Dato il lato di un quadrato trovare la ſua Diagonale.

Sia nella ſteſſa *Figura* 65. il quadrato *ABCD* il cui lato ſia 42. piedi, ſi quadri il detto lato, cioè moltiplicaſi 42. per 42. che fa 1764. queſto 1764. ſi raddoppi, cioè moltiplicaſi per 2. e dal prodotto 3528. eſtratta la radice quadrata ch' è proſſimamente 59. $\frac{47}{118}$ che può prenderſi alla pratica per piedi $59.\frac{1}{3}$ e tanta ſarà la diagonale *AD*, ovvero *BC*, giacchè ſono uguali fra di loro, che è ciò che cercavaſi.

PROBLEMA IV.

Data la diagonale di un quadrato trovare la ſua ſuperficie.

Sia nella ſteſſa *Figura* 65. il quadrato *ABCD* la cui diagonale ſia piedi $59.\frac{1}{3}$ per trovare mediante eſſa la ſuperficie di detto quadrato ſi quadri detta

detta diagonale, cioè si moltiplichi in se stesso 59. $\frac{1}{3}$ per 59. $\frac{1}{3}$ che dà 3520. $\frac{4}{9}$ la cui metà dà piedi quadrati 1760. $\frac{2}{9}$, prossima misura del quadrato *ABCD*, poco differente dalla vera superficie del quadrato *ABCD* (*a*).

AVVERTIMENTO.

Nel Problema III. ho detto che la misura della diagonale è prossimamente 59. $\frac{1}{3}$, e nel Problema IV. ho detto che la superficie del quadrato ricercata cioè 1760. $\frac{2}{9}$ è prossima misura del quadrato, e questo è stato dimostrato nell' ultima proposizione del lib. 10. di Euclide, non avere il lato del quadrato alcuna comune misura alla sua diagonale: lo che fa che ne' suddetti casi le misure trovate non sono geometricamente le vere, ma però in pratica tollerabili.

PROBLEMA V.

Dato qualsivoglia Parallelogramo, rilevarne la sua superficie.

Non passan giorni che ai Pratici ed Inspettori di Fabbriche non accada misurare dei Parallelogrami,

(*a*) Platone, secondo scrive Vitruvio nel Libro IX. al Capo I. trovò cotesto Problema esattamente per linee, provando, che il quadrato descritto sulla diagonale di un altro quadrato è il doppio di questo medesimo quadrato. La conversa di questa propozione, esposta nel Problema precedente, è fondata sulla Prop. 47. del Lib. 1. d' Euclide.

mi, particolarmente rettangoli, per eſſer eſſi per lo più la figura delle Salicate delle Camere, Cortili, Muraglie ec. e la regola di ciò fare è la ſeguente.

Sia propoſto il Parallelogramo rettangolo *ABCD Figura 66.*, deeſi miſurare la ſua lunghezza *AB* e la ſua larghezza *AC*, e moltiplicate inſieme queſte due miſure, nel prodotto ſi avrà la miſura del dato rettangolo.

Poſto dunque che il lato o lunghezza *AB* ſiaſi trovata piedi 8., e oncie 4., e la ſua larghezza *AC* piedi 3., e oncie 4. moltiplicate inſieme queſte due quantità danno di prodotto piedi quadrati 27., e oncie 112., miſura del Parallelogramo *ABCD*.

Se poi il propoſto Parallelogramo foſſe obliquangolo, come ſe foſſe la Salicata di una Camera, o Cortile, la quale aveſſe i ſuoi lati paralleli, e gli oppoſti uguali ma fuori di Squadra, come ſpeſſo ſuccede, e ſia l' *ABCD Figura 67.*, ch' è un Romboide, allora biſogna da uno de' ſuoi angoli come da *D* condurre una perpendicolare al lato oppoſto *AB* prolungato, come la *DE*, oppure (che ſarà più comodo alla pratica non dovendoſi operare fuori della Figura) condurre da qualſivoglia punto di uno dei lati del parallelogramo, come dal punto *C* la *CG* perpendicolare alla *CD*, o *AB*: miſuraſi poi una di queſte perpendicolari *DE*, o *CG*, che già ſono uguali, e miſurata, v. g., la *CG* trovaſi queſta piedi 18., miſuraſi poi uno dei lati in cui cade queſta perpendicolare come *CD*, o *AB*, che già ſono uguali, e miſurato, v. g., l' *AB*, trovaſi piedi 21., moltiplicate poi queſte due miſure

18., e 21. danno nel prodotto 378. piedi quadrati, ovvero pertiche 3. e piedi 78., misura del dato Parallelogramo obliquangolo, o Romboide *ABCD*.

PROBLEMA VI.

Data la superficie e uno de' lati di un Paralellogramo trovare l' altro lato, ovvero la sua altezza.

Nella *Figura* 66., sappiasi che il rettangolo *ABCD* è piedi quadrati 27., e oncie 112., dividasi questi pel lato cognito, che sia *AB* piedi 3. oncie 4., mentre il quoziente piedi 8. e oncie 4. farà la misura dell' altro lato *AB* come cercavasi.

Se il Parallelogramo fosse obliquo, cioè fosse un Romboide come la *Figura* 67., la regola è la stessa, mentre se divideremo la superficie 378. data, nel lato cognito *AB* piedi 21., il quoziente 18. sarà l' altezza o perpendicolare *DE*, o *CG* che cercavasi.

PROBLEMA VII.

Cogniti i due lati che formano l' angolo retto di un rettangolo trovar la diagonale.

Sia il Rettangolo *ABCD Figura* 68., i cui lati che formano l'angolo retto sieno *DC* piedi 8., e *BC* piedi 6., si facciano i quadrati d' ognun di loro, cioè moltiplicansi in se stessi, onde *DC* che è piedi 8. moltiplicato in se stesso cioè per 8. fa 64., l' altro *BC* che è piedi 6. moltiplicato in se stesso cioè 6. per 6. fa 36., questi due numeri 64. e 36. sommati insieme, e dalla loro somma 100. estratta

estratta la radice quadrata che è 10., questi sono i piedi di cui è misura la diagonale *BD*, ovvero *AC*, come volevasi.

PROBLEMA VIII.

Data la Diagonale e un lato di un rettangolo trovar l'altro lato.

Sia nella stessa *Figura* 68. il rettangolo *ABCD* la cui diagonale *AC*, o *BD* sia piedi 10., e uno dei suoi lati v. g., il *DC* piedi 8., facciasi il quadrato della diagonale, moltiplicando la sua misura piedi 10. in se stessa che fa 100., facciasi parimente il quadrato del lato *DC* piedi 8. che è 64., levasi questo dal 100., e dal residuo 36. estratta la radice quadrata 6., questa mostra che piedi 6. è la misura dell'altro lato ricercato *BC*.

PROBLEMA IX.

Dato un Rombo rilevare la sua area.

Se il caso portasse doversi misurare una salicata la quale avesse quattro lati tutti uguali, e paralleli, ma fossero fuori di squadra, la quale figura sarebbe un Rombo, allora per misurarla non bisogna condurre alcuna perpendicolare, mentre la metà del prodotto della moltiplicazione delle sue due diagonali dà la ricercata superficie.

Sia da misurare il Rombo *ABCD Figura* 69. conducansi dagli angoli opposti *A*, *C*. *D*, *B*. le diagonali *AC*, *DB*, e la prima sia, verbi grazia piedi 8. e la *AC* piedi 10., questi due nnmeri 10. e 8. molti-

8. moltiplicati insieme danno 80., la cui metà 40. mostra i piedi quadrati di cui è capace la superficie del dato Rombo *ABCD*, come cercavasi (*a*).

COROLLARIO.

Ordinariamente le Salicate delle Sale regolari e delle Camere, e Cortili ec. hanno la figura di quadrati o di rettangoli, e quando per secondar una Fabbrica già fatta ha bisognato, per non perder luogo, far le muraglie non in isquadro colle altre, ne vengono le Salicate e i Tasselli, di figura parallelograma obliquangola, e se la Fabbrica portasse che oltre essere le dette muraglie non in isquadro, avessero bensì lunghezze e larghezze uguali, e fosser fra di loro parallele, allora le Salicate e i Tasselli avrebbon la figura di Rombo, come osservasi in molte Fabbriche. Le muraglie anch'esse sono ordinariamente di figure parallelograma rettangola, e alcuna volta obliquangola, come le muraglie, le quali lateralmente chiudono l' andata di una qualche Scala, e molti altri simili casi, che non serve annoverarli, bastando averne le regole per rilevarne la loro superficie, quando accaderanno nel modo insegnato nei suddetti Problemi per poterne venire a capo, nei casi possono occorrere, ed esser provveduti di tutto ciò che può occorrere nella misura delle Fabbriche.

CAPITOLO

(*a*) Questo avviene nel Rombo, perchè le linee *AC*, *BD*, sempre si segano ad angoli retti; onde fanno le veci delle perpendicoli respettive alle basi de' Triangoli.

CAPITOLO III.

Della misura dei Trapezj, e Capi tagliati.

PROBLEMA I.

Dato un Capo tagliato semplice, rilevarne la sua superficie.

Sia il Capo tagliato semplice *ABCD*, *Figura* 70. cioè che i due lati *AD*, *BC* facciano angoli retti colla sua base *AB*, allora basta misurare questi tre lati, de' quali *AD* sia, verbi grazia, piedi 12., *BC* piedi 16., e la base *AB* piedi 8., sommansi insieme i due lati paralleli, cioè *AD*, 12. e *BC* 16., che fanno 28., questo 28. si moltiplichi per la sua base *AB* piedi 8., e il prodotto 224. si divida per metà, mentre il quoziente 112. saranno i piedi quadrati, che mostrano la misura del Capo tagliato semplice *ABCD*, come volevasi.

PROBLEMA II.

Rilevare la superficie di un Capo tagliato doppio.

Se poi il Trapezio è un Capo tagliato doppio come *ABCD Figura* 71. cioè che abbia i due lati *AB*, *CD* paralleli, e gli altri comunque sieno, conducasi la *AF*, perpendicolare ai lati *AB* e *CD* che è la distanza di essi lati, misuransi poi i detti lati paralleli *AB* e *CD*, e la distanza fra di loro, cioè la perpendicolare *AF*. Posto dunque che *AB* sia piedi 16., e *CD* 8., sommansi, e fanno 24. questo 24. moltiplicasi colla distanza *AF* piedi 6., ne viene 144., la cui metà 72. sono i piedi quadrati di cui

è capace

è capace la ſuperficie del dato Capo tagliato doppio *ABCD*, come cercavaſi.

AVVERTIMENTO.

La ſuperficie dei ſuddetti Capi tagliati ſi può avere ancora col moltiplicare la ſomma dei due lati paralleli per la metà della baſe, o loro diſtanza, oppure moltiplicare la metà della ſomma dei lati paralleli, per la baſe, o diſtanza, che nel prodotto ne avremo la ſua ſuperficie.

Sè per eſempio nella *Figura* 70. ſi foſſe moltiplicata la ſomma 28. dei due lati paralleli *AD*, *BC*, per 4. metà della baſe *AB* che è 8. ne avreſſimo nel prodotto la ricercata ſuperficie piedi 112. come allora. Lo ſteſſo ne viene moltiplicando la metà della ſomma dei due lati *AD*, *BC*, ch'è 14. per la baſe *AB* piedi 8., che pure dà piedi 112., e così deeſi intendere della *Figura* 71.

Il primo modo è più facile alla pratica, perchè ſchifa nel calcolo le frazioni, quando la miſura della ſomma dei due lati paralleli, o la miſura della baſe foſſero numeri impari, come ſi diſſe di ſopra nell' avvertimento ſopra la miſura dei Triangoli.

PROBLEMA III.

Miſurare un Trapezio irregolare.

Quando il propoſto Trapezio non è Capo tagliato, cioè non abbia neſſun lato parallelo ad alcun altro, come è l' *ABCD Figura* 72. conducaſi per due dei ſuoi angoli oppoſti qualunque, una diagonale,

diagonale, che ſia verbi grazia, la *AD*, condotta dagli angoli oppoſti *A* e *D*, poi dagli altri angoli *B* e *C* ſi conducano le perpendicolari *BF*, e *CE* ſopra la diagonale *AD*, indi miſuraſi la diagonale *AD*, che ſia, per eſempio, piedi 18., miſuranſi ancora le due perpendicolari *BF*, *CE*, la prima delle quali cioè *BF* ſia piedi 8., e l'altra *CE* piedi 5., ciò fatto abbiam ridotto il Trapezio *ABCD* in due Triangoli *ABD*, *ADC*, de' quali ſono note le loro altezze *BF* e *CE*, e le loro baſi cioè *AD*, che è comune a tutti e due, onde coll'ajuto del Problema II. del Capitolo I., ſi avrà la ſuperficie dei detti due triangoli, dove l'*ABD* è piedi 72. e l'*ACD* piedi 45., ſommati poi aſſieme queſti due triangoli, o miſure di eſſi cioè 72. e 45., ne avremo nella ſomma piedi 117. per la ricercata ſuperficie del dato Trapezio *ABCD*.

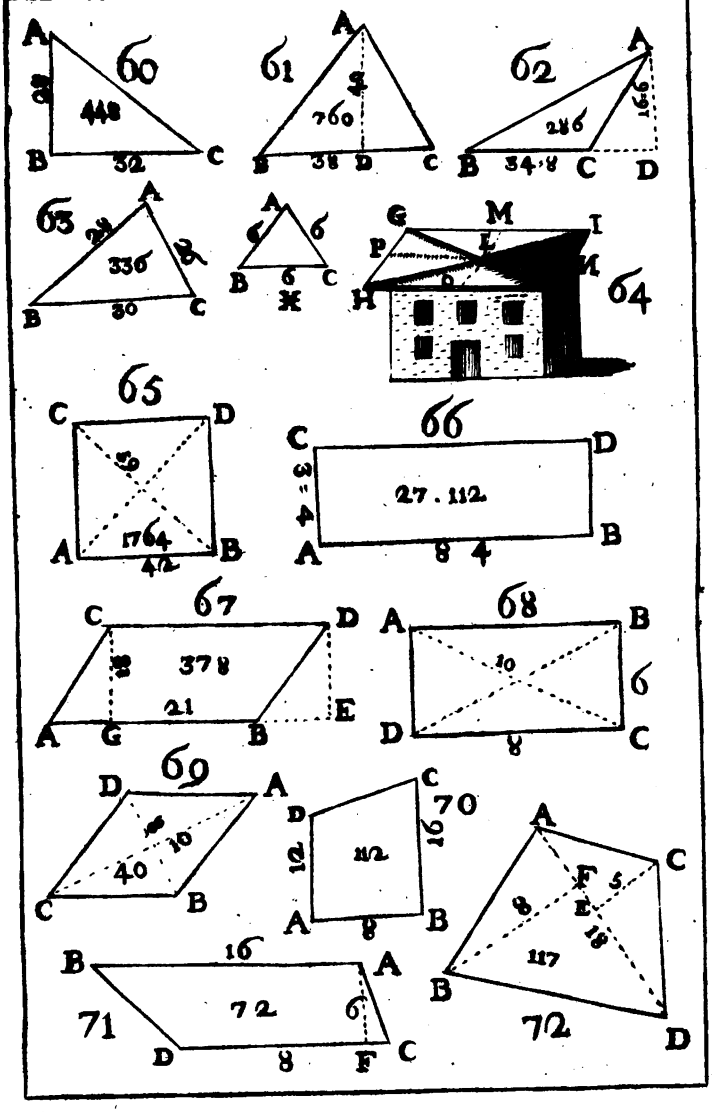
Si può ancora avere la miſura di qualſivoglia Trapezio ſenza condurre alcuna perpendicolare, mentre ſe nella *Figura* 73.ª intenderemo il Trapezio *ABCD*, e per due angoli oppoſti ad eſſo come *A* e *C*, condotta la diagonale *AC*, ſi miſuri queſta; e ſia, verbi grazia piedi 17., miſuranſi ancora i lati del Trapezio, de' quali *AB* ſia piedi 10., *BC* 21., *CD* 15., *DA* 8., in queſto caſo avrem ridotto il Trapezio in due Triangoli *ADC*, *ABC*, i cui lati ſono cogniti, eſſendo che nel Triangolo *ADC*, il lato *AC* è piedi 17., *AD* 8., e *DC* 15., e nell'altro Triangolo *ABC*, il lato *AC* è piedi 17., l'*AB* 10., e il *BC* 21.; ſe dunque colla cognizione dei tre lati dei detti Triangoli opereremo come s'inſegnò nel Problema IV. del Capitolo I., ne avre-

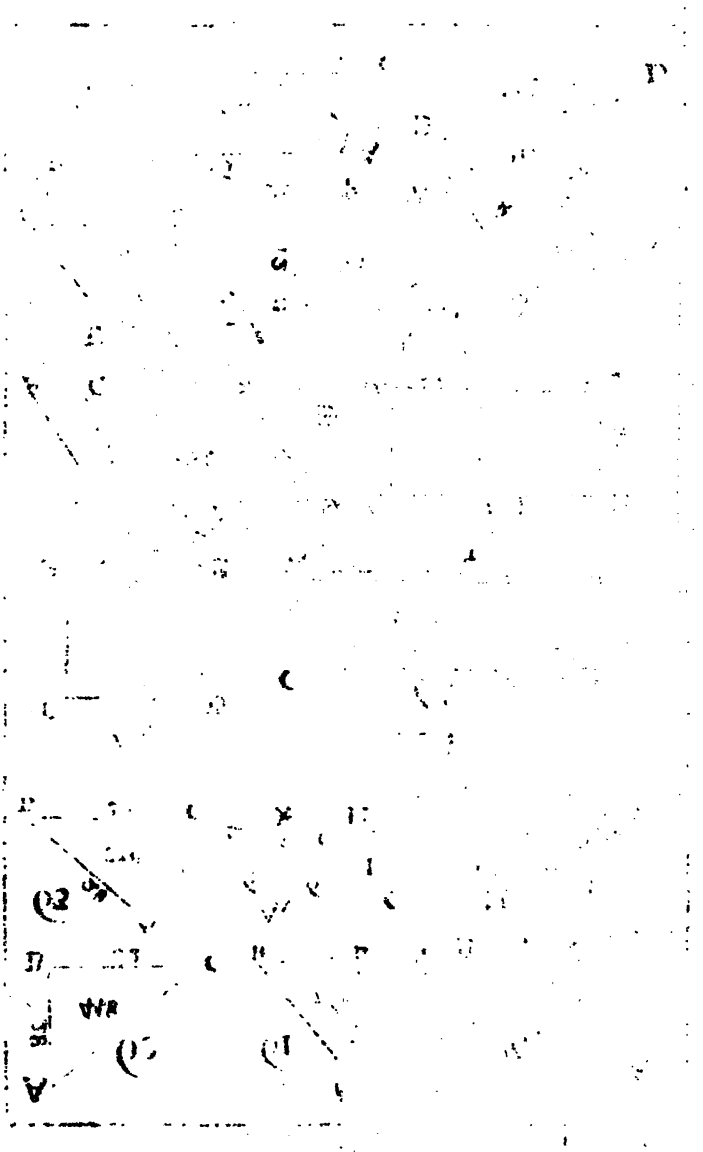
mo la ſuperficie del Triangolo *ADC* piedi 60. e quella del Triangolo *ABC* piedi 84. che aſſieme ſommati danno piedi 144. miſura del dato Trapezio *ABCD*, come deſideravaſi.

Si può anche avere la miſura del Trapezio *ABCD* *Figura* 72. moltiplicando la baſe comune piedi 18. per 13. ſomma delle due perpendicolari *BF*, *CE*, la metà del cui prodotto darà come allora piedi 117.

Poſſonſi ancora condurre le perpendicolari da qual angolo ſi voglia, ſecondo che ſarà più comodo alla pratica, come nella *Figura* 74. nella quale ſi è condotta la perpendicolare *DE* dall' angolo *D* ſopra il ſuo lato oppoſto *AB*, e la perpendicolare *CF* dall' angolo *C* ſopra il ſuo lato oppoſto *BD*, o ſia diagonale, poi miſurati i due Triangoli *ADB*, *BCD*, e ſommati inſieme daranno la ſuperficie del Trapezio *ABCD*. Ma quando ſarà comodo alla pratica, ſarà meglio condurre le due perpendicolari ſopra la ſteſſa diagonale, come nella *Figura* 72. mentre allora moltiplicata la diagonale per la ſomma delle due perpendicolari, la ſua metà dà l' area ricercata con maggior facilità, come ſi diſſe di ſopra. Indipendentemente ancora dalle perpendicolari e diagonale può averſi la miſura di un Trapezio nel ſeguente modo.

Sia il Trapezio *ABCD* *Figura* 75. miſuranſi i ſuoi quattro lati, e *DC* ſia 100. piedi, *BA* 63. *CB* 45. *AD* 80. ſommanſi aſſieme, e fanno 288. prendaſene la metà che è 144. da queſta metà levanſi ſeparatamente i lati 100. 63. 45. 80. i reſtanti o eccelſi ſono 44. 64. 81. 99. moltiplicanſi inſieme, che


60
A
B
C
448
32
61
A
B
D
C
760
38
62
A
B
C
D
286
34.8
63
A
B
C
336
30
A
B
C
6
6
6
G
M
I
P
L
H
64
65
C
D
A
B
1764
42
66
C
D
A
B
27 . 112
8 4
67
C
D
A
G
B
E
378
21
68
A
B
D
C
10
6
8
69
D
A
C
B
10
40
70
C
D
A
B
112
16
12
8
71
B
A
D
F
C
16
72
6
8
72
A
C
B
D
F
E
5
8
18
117



che danno il prodotto 22581504. dal quale eſtratta la radice quadrata, viene 4752., e tanti ſono i piedi quadrati dell' area del Trapezio o quadrilatero propoſto *ABCD*, cioè pertiche 47. e piedi 52.

COROLLARIO.

I Capi tagliati ſemplici occorron anch' eſſi molte volte nelle Fabbriche, come vedeſi nella *Figura 76.* la quale moſtra i ſproni o contraforti che ſoglionſi fabbricare per ritenere un Terrapieno che appoggi alla muraglia *CD*, i quali contraforti ſegnati *AB*, *AB*, *AB*, ſono anche Capi tagliati ſemplici.

I Coperti pure delle Caſe hanno per lo più delle figure di Capi tagliati doppj, come ſi vede in *A*, *A*, *Figura 77.* che ſono due Capi tagliati doppi, e *B*, *B* due triangoli. Le ali, o parapetti *ABCD*, *EFGH*; *Figura 78.* fatti ſopra i Ponti che traverſano qualche ſtrada per riparo, queſti pure ſono Capi tagliati doppj, e altri ſimili.

Quanto ai Trapezj irregolari, queſti pure occorron ſovente nelle Fabbriche, nelle Salicate, nei Taſſelli, e particolarmente nei Coperti, così portando la diſtribuzion della Fabbrica, particolarmente nelle nuove aggiunte, e più comunemente occorre all' Inſpettor di Fabbriche miſurare de' Trapezj irregolari nei rifacimenti di eſſe, lo che per eſſer abbaſtanza noto, ſtimo il finora detto eſſer ſufficiente, per far vedere che anche i Trapezj irregolari, incontrar ſi poſſono nella miſura delle Fabbriche.

CAPITOLO IV.

Della misura dei Poligoni regolari, e irregolari.

PROBLEMA I.

Dato un Poligono regolare far nota la sua superficie.

SIA dato il Poligono regolare *ABCDEFA Figura 79.* che sia, per esempio un Esagono; conducasi per due degli angoli di esso diametralmente opposti una diagonale, come per gli angoli *A* e *D*, la diagonale *AD*; conducasi parimente un'altra diagonale per altri due angoli diametralmente opposti qualunque di esso poligono, come la diagonale *BE* per gli angoli *B* ed *E*, le quali diagonali s'incontreranno e s'interfecaranno nel punto *G*, che sarà il centro di esso poligono *ABCDEFA*, per questo centro *G* conducasi una perpendicolare sopra uno dei lati qualunque di esso poligono, come la *GH* sopra il lato *ED*. Ciò fatto misurasi questa perpendicolare *GH*, che sia piedi 5. misurasi anche uno dei lati del poligono, giacche tutti sono uguali; per esempio sia piedi 6. moltiplicasi il lato del poligono, cioè piedi 6. pel numero, che esprime la quantità dei lati di esso poligono, che nel nostro caso essendo un Esagono, cioè avendo sei lati, si moltiplicherà per 6. il prodotto 36. moltiplicasi per la perpendicolare *GH*, cioè per piedi 5. e il prodotto 180. dividasi per 2. mentre il quoziente 90.

mostra

moſtra la quantità de' piedi quadrati di cui è capace il dato Eſagono *ABCDEFA*, come volevaſi (*a*).

Lo ſteſſo deeſi fare ſe il Poligono aveſſe più, o meno lati, come ſe, verbi grazia, foſſe un Ottagono *ABCDEFGHA Figura* 80. condotte, come ſopra, le due diagonali diametralmente oppoſte *FB*, *HD*, e dalla loro interſecazione *I* condotta la perpendicolare *IK*; verbi grazia al lato *AB*, e miſurata, ſia piedi 6. e il lato dell' Ottagono piedi 5. Ciò fatto moltiplicaſi il detto lato, cioè piedi 5. per 8. numero che eſprime i lati del Poligono, e il prodotto 40. moltiplicato per 6. miſura della perpendicolare *IK*, e il prodotto 240. diviſo per 2. dà nel quoziente piedi quadrati 120. miſura ricercata dell' Ottagono *ABCDEFGHA*.

AVVERTIMENTO.

Si può, come diſſi negli avvertimenti dei Capitoli I. e III. moltiplicare la metà del perimetro per la perpendicolare, oppure la metà della perpendicolare per tutto il perimetro, ovvero la ſomma di tutte le perpendicolari per il lato del Poligono, e poi prenderne la metà, in queſto ultimo caſo ſolo, oppure moltiplicare la metà della ſomma di tutte le perpendicolari per il lato del poligono, o per ultimo la metà del lato del Poligono per la ſomma delle perpendicolari; che in tutte le ſuddette maniere ſi avrà la ricercata ſuperficie, ſervendoſi, ſecondo torna più comodo, ora di una, ora dell' altra, ma la prima maniera ſchifa le fra-

(*a*) I ſei Triangoli, coi quali viene diviſo l' Eſagono, ſono equilateri. Si dimoſtra da Euclide nel Lib. IV. alla Prop. XV.

zioni, quando i numeri da moltiplicarsi sono impari, come già si disse negli accenati avvertimenti, lo che per esser abbastanza chiaro da quanto fin ora si è detto, si omettono gli esempj.

PROBLEMA II.

Dato qualsivoglia Poligono o Figura irregolare far nota la sua superficie.

Sia il Poligono irregolare *ABCDEFGA*, *Figura* 81. dividasi questo in tanti Triangoli, come più torna comodo, conducendo delle linee da un angolo all'altro, come mostra la Figura; a tutti questi triangoli se gli conduca la sua perpendicolare da un angolo di essi al lato opposto, come più torna comodo. Ciò fatto misuransi tutte le perpendicolari, e le basi, cioè quelle linee sopra delle quali cadono le perpendicolari, mentre, ciò fatto, avrem ridotto il dato Poligono in tanti triangoli, de' quali saran note le loro basi e loro altezze o perpendicolari, onde avrem quanto basta per rilevare la superficie di tutti i detti triangoli secondo il Problema I. del Capitolo primo, le quali superficie sommate insieme daranno nella somma la ricercata superficie del dato Poligono irregolare *ABCDEFGA*, come volevasi. Essendo, da ciò che si è insegnato, la cosa facile da capirsi, perciò ho stimato superfluo, darne più distinto esempio.

Si può ancora, quando torni comodo, operare come siegue. Sia la Figura *ABCDEFGHIA*, *Figura* 82. della quale vogliasi sapere la sua superficie, conducasi per mezzo ad essa la retta *AF*, e da questa

questa conducansi tante perpendicolari a tutti gli angoli della Figura; e se ciò facendo vi venghino oltre i Capi tagliati dei triangoli ancora, fra quali alcuni ve ne sieno non rettangoli, a questi se gli conducano le sue perpendicolari, mentre ciò fatto avremo divisa tutta la data Figura in tanti Capi tagliati semplici, e triangoli, de' quali poi misuratene le linee che gli convengono per averne mediante esse la loro superficie, nel modo già insegnato: con dette misure rilevansi poi le superficie di ogni Capo tagliato, e di ogni triangolo secondo è stato insegnato nei precedenti Problemi, indi sommansi assieme tutte le trovate superficie dei detti Capi tagliati e triangoli componenti la data Figura, lo che fatto ne avremmo nella somma la superficie di tutta la data Figura. Altre maniere vi sono, particolarmente per le Figure di grand' estensione ma perchè queste non accadono nella misura delle Fabbriche, si tralasciano, e chi volesse più appieno sopra di ciò esser instruito, legga il mio Ingegnere civile (a).

COROLLARIO.

Circa i Poligoni regolari, questi succedere possono nella misura delle Fabbriche; mentre trovansi nei Palagi, Gabinetti, Cappelline, di figure Poligone regolari, come Ottagoni, Esagoni ec. (b)

 nelle

(a) Coteste forme si appartengono alla Agrimensura, di cui appieno se ne tratta nel citato Libro.

(b) Il Palazzo fabbricato dai Farnesi a Caprarola, architettato con gran maestria dal Vignola, è di forma pentagona; [illegible]

nelle Chiese molte ve ne sono di tal figura, e sono grate alla vista; per lo che misurar volendo la loro Salicata, che appunto è un Poligono regolare, bisogna adoperare le suddette regole, e poi altri moltissimi casi possono succeder nelle Fabbriche, in cui abbiasi uopo misurare i Poligoni regolari. Quanto poi alle altre Figure molto irregolari, certo che, rare o poche volte succedono nelle Fabbriche, tuttavia, perchè potrebbe darsi il caso dovere rilevare la pianta e misura di qualche pezzo di terreno per farvi sopra il disegno di qualche Fabbrica, è bene saperlo, ed anche per non ommetter alcuna cosa possibile, ho stimato bene insegnarne le regole.

CAPITOLO V.

Della misura del Circolo e sue parti.

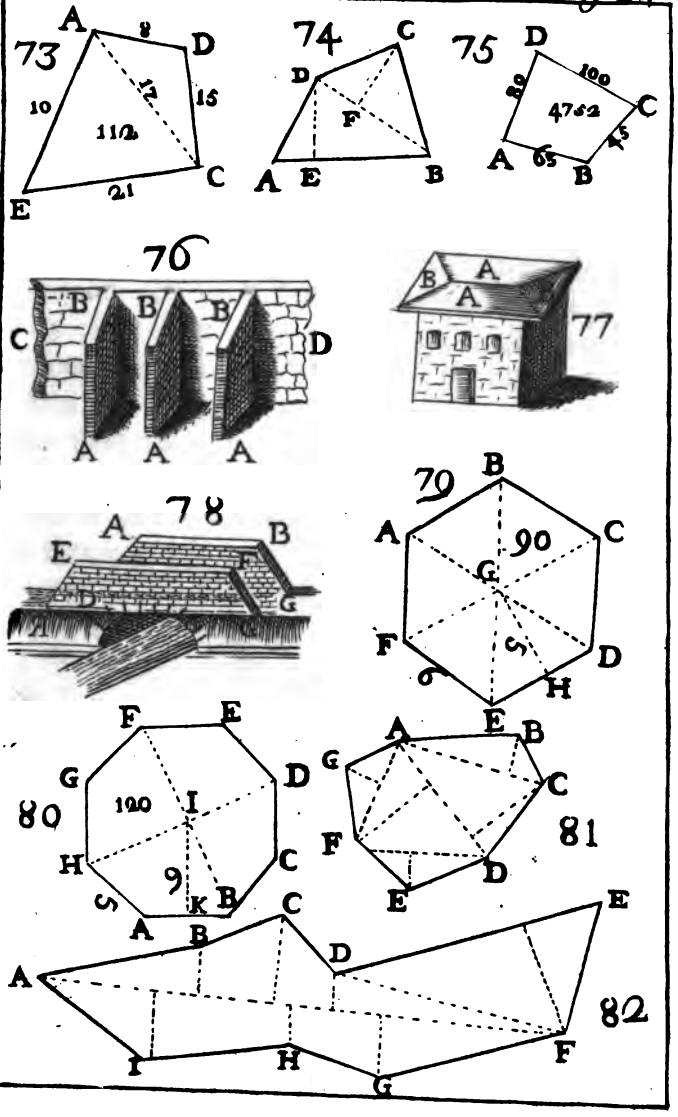
PROBLEMA 1.

Dato un Circolo manifestare la sua superficie.

DUe maniere usansi ordinariamente, per avere la superficie del Circolo, la prima delle quali è, di moltiplicare il raggio, o semidiametro del Circolo per la circonferenza di esso, mentre la metà del prodotto è la superficie del Circolo ricercata.

La seconda maniera è di fare il quadrato del diametro del Circolo che vuolsi misurare, e questo quadrato moltiplicarlo sempre per 11. e il prodotto

come quella che più d'ogni altra benissimo. *Si adattava al genio del luogo.* Questo è un canone, che dovrebbono osservare tutti gli Architetti. E quì sta la difficoltà grande dell'Architettura.


73
A
8
D
10
12
15
112
C
E
21
74
C
D
F
A
E
B
75
D
100
80
4752
C
A
65
B
45
76
B
B
B
C
D
A
A
A
77
B
A
A
78
A
B
E
F
D
G
79
B
A
90
C
G
F
5
D
6
H
E
80
F
E
G
D
120
I
H
C
9
5
K
B
A
81
A
B
G
C
F
D
E
82
C
E
A
D
I
H
F
G

UNIV. OF MICH.

to dividerlo ſempre per 14. e ciò perchè è ſtato dimoſtrato, che proſſimamente ſta il quadrato del diametro di qualſivoglia circolo, al circolo ſteſso, come 14. a 11.

Per averne la miſura nella prima maniera biſogna prima miſurare il diametro del dato Circolo, il quale ſia l'*ABCD*, *Figura* 83. condottovi dunque il ſuo diametro *AB* e miſurato, ſia queſto, verbi grazia piedi 14., e perchè è ſtato dimoſtrato da Archimede che così ſta, proſſimamente il diametro alla circonferenza, come 7. a 22. ne viene che moltiplicato il diametro ſempre per 22. e diviſo il prodotto sempre per 7. ne avremo nel quoziente la circonferenza del Circolo. Moltiplicato dunque il diametro del dato Circolo *ABCD* che è 14. per 22. e diviſo il prodotto 308. per 7. ne viene piedi 44. circonferenza del dato Circolo *ABCD*. Moltiplicata poi queſta cioè 44. pel raggio o ſemidiametro, che è 7. e dal prodotto 308. preſone la metà 154. queſti ſaranno i piedi quadrati, di cui proſſimamente è capace il dato Circolo *ABCD*.

Per avere la misura del Circolo mediante la ſeconda maniera che è più breve. Facciaſi il quadrato del diametro, cioè moltiplicaſi il diametro 14. per ſe ſteſſo, cioè per 14. e dà 196. queſto moltiplicaſi ſempre per 11. e dà 2156. dividaſi queſto prodotto 2156. ſempre per 14. mentre il quoziente piedi quadrati 154. è la miſura del Circolo *ABCD* come ſopra.

PROBLEMA

PROBLEMA II.

Cognita la circonferenza di un Circolo, trovare il ſuo diametro, e la capacità dello ſteſſo Circolo.

Se foſſe dato, verbi grazia un Circolo o contorno circolare di una Vaſca, e foſſe difficile miſurare in pratica il ſuo diametro, e pure foſſe neceſſario ſapere eſſo diametro, cioè la larghezza di detta Vaſca. Perchè, come dicemmo di ſopra, così ſta proſſimamente il diametro alla circonferenza, come 7. a 22. ne viene anche, che la circonferenza ſtarà al diametro, come 22. a 7. Perciò miſurata diligentemente la circonferenza di eſſa Vaſca, che ſia per eſempio piedi 44. queſti moltiplicanſi ſempre per 7. e il prodotto 308. dividaſi ſempre per 22. e il quoziente 14. moſtra che 14. piedi è la miſura del diametro del dato Circolo o Vaſca, come cercavaſi.

Si può ancora colla notizia della circonferenza del Circolo averne la ſua capacità nel ſeguente modo. Sia la ſteſſa Vaſca circolare detta di ſopra, la circonferenza della quale ſiaſi trovata come ſopra piedi 44. deducaſi da eſſa il ſuo diametro, nel modo inſegnato, che è piedi 14. moltiplicaſi poi la circonferenza 44. pel ſuo diametro 14. e il prodotto 616. dividaſi ſempre per 4. mentre il quoziente 154. dà la miſura o capacità del dato Circolo, come ſi trovò di ſopra.

PROBLEMA III.

Trovare il Diametro di un Circolo, mediante la cognizione della sua superficie.

Sia lo stesso Circolo *ABCD*, *Figura* 83. di cui sia cognita la sua superficie piedi quadrati 154. per trovarne il suo diametro: giacchè abbiam detto di sopra, che l'area di qualunque Circolo sta prossimamente al quadrato del suo diametro come 11. a 14. perciò ne viene che moltiplicata l'area 154. sempre per 14. e il prodotto 2156. diviso sempre per 11. e dal quoziente 196. estrattane la radice quadrata che è 14. ciò mostra che piedi 14. sono la misura del diametro *AB* del Circolo *ABCD*, come cercavasi.

PROBLEMA IV.

Manifestare la circonferenza di un Circolo mediante la cognizione della sua superficie.

Si può ancora trovare la circonferenza del Circolo mediante la cognizione dell'area di esso circolo, mentre se nella suddetta maniera si troverà il diametro, che, ripigliato lo stesso esempio, è piedi 14. poi si moltiplicherà l'area o superficie 154. del Circolo, sempre per 4. e il prodotto 616. diviso pel diametro cioè per piedi 14. il quoziente 44. mostra la misura della circonferenza del Circolo *ABCD* ricercata.

AVVERTIMENTO

AVVERTIMENTO.

Quando nell' insegnare il modo di trovare la superficie e la circonferenza di un circolo, ho detto prossimamente, ciò è perchè finora non è stata trovata la vera, precisa, e Geometrica proporzione fra il diametro del circolo e la sua circonferenza, perciò le insegnate misure sono bensì poco differenti dal vero, ma non sono però geometricamente precise, lo che è di nullo momento nella pratica. Altre regole, o proporzioni vi sono per approssimarsi sempre più alla misura della vera circonferenza del Circolo e per conseguenza alla vera capacità di esso, ma perchè queste non servono alla pratica, se non se quando il circolo fosse di una enorme grandezza, lo che nell' ordinaria pratica, e particolarmente nella misura delle Fabbriche mai succede, perciò non serve quivi riporle. Se alcuno però volesse vederne i metodi legga il corso di Matematica di *M. Ozanam*; la Geometria del *Tacquet* colle note del *Vvision*; *Ladolfo di Colonia*, ed altri, che resterà appieno soddisfatto.

PROBLEMA V.

Misurare un Settore di Circolo.

Sia da misurare il Settore di Circolo *ABDC Figura* 84. misurasi diligentemente l'arco *CDB*, che sia verbi grazia piedi 14. misurasi ancora il semidiametro del Circolo; ovvero, ch'è lo stesso, uno dei lati retti del Settore, giacchè sono tutti e due uguali al semidiametro di quel circolo, di cui il

Settore

Settore è una ſua parte; miſuraſi dunque per eſempio il lato *CA*, che ſia piedi 7. moltiplicanſi queſti, cioè piedi 7. per la miſura dell'arco *CDB* piedi 14. e il prodotto 98. diviſo per la metà dà nel quoziente 49. piedi quadrati miſura del dato Settore *ABDC*.

La ſteſſa regola ſerve, ſe il Settore è maggiore del ſemicircolo, come l'*ABDC Figura* 85. mentre miſurato l'arco *CDB*, che ſia piedi 30. e il raggio *CA* piedi 7. e moltiplicati inſieme danno nel prodotto 210. di queſto preſane la metà 105. tanti ſono i piedi quadrati compreſi nel dato Settore *ABDC*.

Si poſſono ancora avere le miſure degli archi *BDC*, tanto del Settore *ABDC* minore del ſemicircolo *Figura* 86. quanto del Settore *ABDC* maggiore del ſemicircolo *Figura* 87. mediante il calcolo in queſto modo. Miſuraſi l angolo *CAB Figura* 86. mediante un ſemicircolo o altro ſimile ſtrumento, e ſia gradi 80. poi miſuraſi colle regole già inſegnate tutto il circolo *BDCE*, cioè tutta la circonferenza ſervendoſi del ſemidiametro *CA* o ſia uno dei lati retti del Settore, che eſſendo piedi 7. il diametro ſarà piedi 14 e la circonferenza piedi 44. facciaſi poi una regola di proporzione dicendo, ſe tutti i gradi della circonferenza cioè 360. danno piedi 44. di circonferenza, che daranno i gradi 80. dell angolo *CAB* del Settore (*a*), che operato

ne

(*a*) Cioè, che ſi debba operare ſecondo la regola aurea, e ſia del are; moltiplicando l'84. pel 44., e dividendo di poi il prodotto 3520. pel numero 360., che ſi avrà il quoziente 9. $\frac{7}{9}$

ne vengono piedi 9. $\frac{7}{9}$ misura dell'arco *CDB*. Ciò pure si farà per trovare la misura dell'arco *CDB* del Settore maggiore del semicircolo *Figura* 87. mentre misurato l'angolo *CAB* che sia gradi 80. i quali levati da 360. di tutta la circonferenza, ne resta per i gradi del rimanente della circonferenza *CDB* gradi 280. dicendo dunque, come sopra, se 460. gradi danno di circonferenza piedi 44. cosa daranno gradi 280. che operato danno piedi 34. $\frac{2}{9}$ misura dell'arco *CDB* come volevasi.

PROBLEMA VI.

Dato qualsivoglia segmento di circolo manifestare la sua superficie.

Usano alcuni Pratici misurare qualsivoglia segmento di circolo nel seguente modo. Sia il segmento *ABC Figura* 88. conducono nel mezzo della sua corda *AB*, cioè in *D* la saetta *DC*, la quale misurano, e sia piedi 3, misurano anche la corda *AB* che sia piedi 12. a questo 12. aggiungono i suoi due terzi cioè 8. e fa 20. questo 20. lo moltiplicano per la saetta *DC* cioè 3. e il prodotto 60. prendono per la misura del dato segmento *ABC*. Ma come che questa pratica non è giusta, veniamo ad altra pratica che è la vera; prima però di insegnarla bisogna saper la regola di trovare in numeri il raggio del circolo, di cui il dato segmento n'è parte, come nel seguente Problema.

PROBLEMA

PROBLEMA VII.

Trovare in numeri colla notizia della corda, e della ſaetta di un ſegmento di circolo, il raggio di quel circolo, di cui il detto ſegmento ne è parte, e la miſura ſteſſa del ſegmento.

Sia il ſegmento *ABC Figura* 89. la cui corda *AB* ſia piedi 14. e la ſaetta *DC* piedi 4. quadraſi la metà della corda, che per eſſere piedi 14. la ſua metà ſarà 7. queſto 7. moltiplicato in ſe ſteſſo, cioè quadrato fa 49. come pure quadraſi la ſaetta *CD* piedi 4. che fa 16. queſto 16. levaſi dal 49. e il reſiduo 33. dividaſi pel doppio della ſaetta *CD* cioè piedi 8. e il quoziente 4. $\frac{1}{8}$ è la miſura della *DE*, la quale aggiunta alla ſaetta *CD*, arriverebbe al centro del Circolo *E*, aggiunto dunque al 4. $\frac{1}{8}$ la ſaetta *CD* piedi 4. la ſomma piedi 8. $\frac{1}{8}$ ſarà il raggio *AE* ovvero *BE* ricercato.

Si può anche operare nel ſeguente modo; quadraſi la metà della corda, che fa 49. queſto dividaſi per la ſaetta piedi 4. al quoziente 12. $\frac{1}{4}$ aggiungaſi la ſaetta ſteſſa, cioè piedi 4. e ne verrà 16. $\frac{1}{4}$, e tanti piedi ſaranno la lunghezza del diametro del Circolo del quale l'arco *ACD* è parte della ſua circonferenza: onde diviſo queſto per metà il provennto piedi 8. $\frac{1}{8}$ ſarà il raggio o ſemidiametro

tro *CE*, dal quale levatovi la ſaetta piedi 4. il rimanente piedi 4. $\frac{1}{8}$ ſarà la miſura della *DE* che manca, alla ſaetta *CD* per giungere a compiere l'intero raggio *CE*.

Ora trovato il raggio, ſe con queſto s'intenderà terminato il Settore *ACBE*, e queſto ſi miſuri nella maniera inſegnata nell' antecedente Problema V. cioè col miſurare l'arco *ACB*, che ſia, verbi grazia, piedi 24. e moltiplicato pel raggio 8. $\frac{1}{8}$, e il prodotto 195. diviſo per 2. dà nel quoziente piedi 97. $\frac{1}{2}$ miſura del Settore *ACBE*: ma perchè vogliamo la ſola miſura del ſegmento *ABC*, ſe dunque da tutto il Settore *ACBE* leveremo il triangolo *AEB*, il rimanente ſarà la capacità del ſegmento *ACB*, e perchè abbiamo trovato di ſopra che la *DE* altezza del triangolo *AEB*, è piedi 4. $\frac{1}{8}$, e la baſe, è la corda *AB* piedi 14. dunque il triangolo *AEB* ſarà piedi quadrati 28 $\frac{7}{8}$, che levati dai piedi quadrati 97. $\frac{1}{2}$ miſura di tutto il Settore *ACBE* il reſiduo piedi quadrati 68. $\frac{5}{8}$ ſarà la miſura del ſegmento *ACB* ricercata.

Se poi il ſegmento da miſurare foſſe maggiore del ſemicircolo come l'*ABC Figura* 90. condotta la ſaetta *CD*, che ſia, verbi grazia, piedi 14. il raggio *AE* ovvero *EB* ſi troverà quadrando la metà della corda *AB*, che per eſſere 12. la ſua metà ſarà 6. che quadrata, cioè moltiplicata in ſe ſteſſa fa 36. queſto 36. ſi divida per la ſaetta *CD* piedi

piedi 14. e il quoziente 2. $\frac{4}{7}$, è ciò che manca alla saetta *CD* per compiere l'intiero diametro del circolo, di cui il dato segmento ne è parte; aggiunto dunque il detto 2. $\frac{4}{7}$ alla saetta *CD* piedi 14. fa 16. $\frac{4}{7}$ questo è il diametro del circolo, diviso questo 16. $\frac{4}{7}$ per 2. il quoziente 8. $\frac{2}{7}$ sarà il raggio *AE* ovvero *EB*. Ciò fatto misurasi il Settore *EBC* come si è insegnato nel Problema V. e alla misura di esso aggiungasi la misura del triangolo *AEB*, del quale è nota la base *AB* piedi 12., e l'altezza *ED* si ha levando dal semidiametro trovato 8. $\frac{2}{7}$ quello che manca alla saetta *CD* per giungere ad essere l'intero diametro, che già si trovò di sopra essere 2. $\frac{4}{7}$, dunque ne resta 5. $\frac{5}{7}$ misura della *ED* altezza del triangolo *AEB*, onde abbiamo quanto basta per rilevar la misura del triangolo *AEB*, la quale aggiunta alla misura del Settore *ACBE* la somma darà la capacità del segmento *ACB* come cercavasi. Non si è dato l'esempio della misura in numeri, perchè dal fin' ora detto stimo sia abbastanza chiaro.

PROBLEMA VII.

Misurare una Corona di Circolo.

Sia la Corona del circolo *AEDHBFCG Figura* 91. misuransi i due diametri *AD* e *BC*, il primo dei quali sia, verbi grazia, piedi 18. e il secondo piedi 12. mediante la loro cognizione s'avrà la superficie dei suoi due circoli coll'ajuto del primo Problema di questo Capitolo, de' quali circoli il primo *AEDH* sarà piedi 254. $\frac{4}{7}$ il secondo *BFCG* sarà pie-

di 113. $\frac{1}{7}$, levato queſto dal primo, il rimanente piedi quadrati 141. $\frac{3}{7}$ è la ſuperficie della ricercata Corona di circolo *AEDHBFCG*, come cercavaſi.

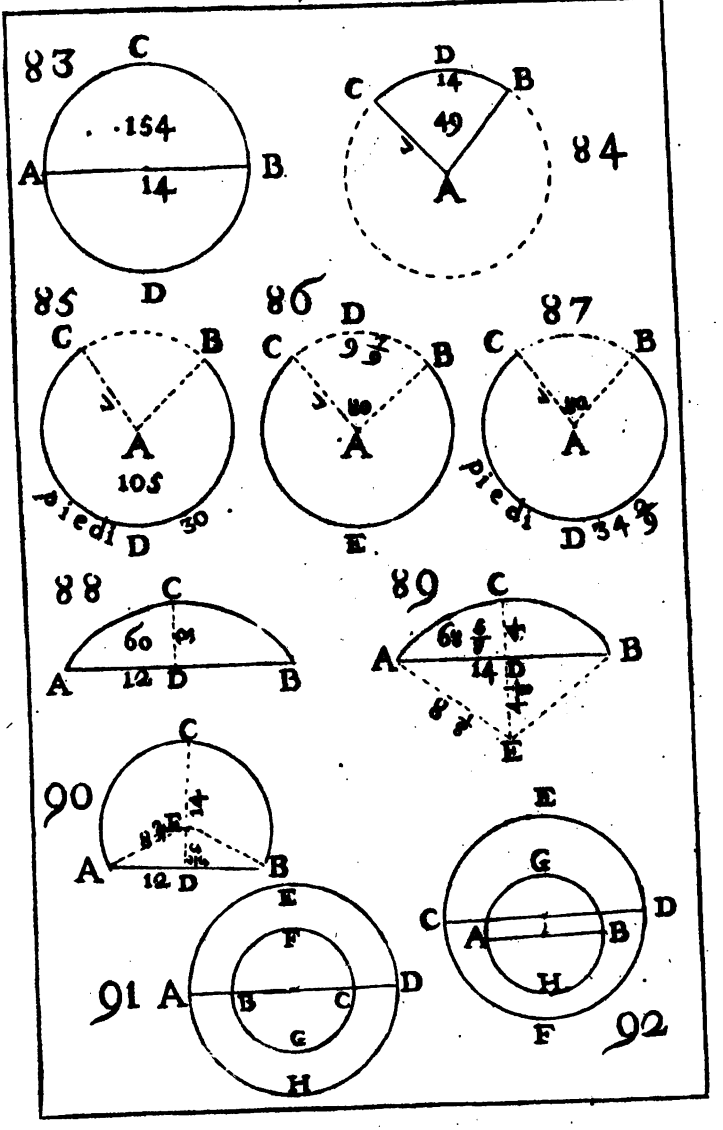
Se poi i circoli non foſſero concentrici, come nella *Figura* 92. la regola è la ſteſſa, mentre miſurato il circolo *CDEF* mediante il ſuo diàmetro *CD*, e miſurato l'altro *AGBH* mediante il ſuo diametro *AB*, e levato queſto dal primo, il reſiduo ſarà la ſuperficie *CEDAGBH*, o Corona di circolo formata da due circoli non concentrici.

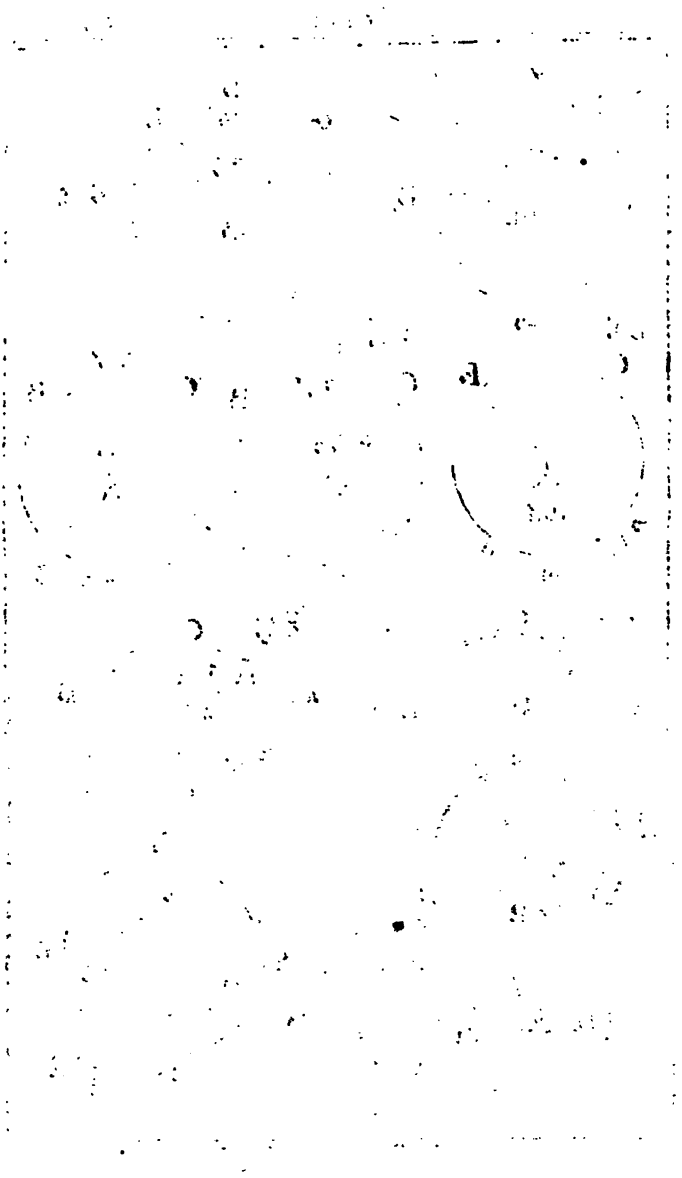
Quando la Corona del circolo è compoſta da circoli concentrici come nella *Figura* 91., la ſua miſura ſi ha più facilmente nel ſeguente modo. Sommanſi inſieme i due diametri *AB* e *BC*, il primo de' quali eſſendo 18. e il ſecondo 12. la loro ſomma è 30. moltiplicaſi queſta per la loro differenza, cioè la differenza 6. che è fra 18. e 12. e darà di prodotto 180. queſto 180. moltiplicaſi ſempre per 11. e il prodotto 1980. dividaſi ſempre per 14. mentre il quoziente ſarà come ſopra piedi quadrati 141. $\frac{3}{7}$ miſura della Corona di circolo *AEDHFCG* ricercata (*a*).

Altre figure vi ſono compoſte da archi di circolo e da linee rette, che non credo poſſon occorrer alla pratica delle Fabbriche; tuttavia ho voluto accenarne alcuna delle più facili a occorrere.

La *Figura* 93. è una parte del circolo *ABFDGCEA* compreſa fra le due rette *AC* e *BD*, la miſura della

(*a*) In due parole si poteva sbrigare queſto calcolo, ſe si diceva, che partita per il mezzo *AB*, ſi faceſſe paſſare pel punto di tal diviſione un circolo medio, la di cui circonferenza moltiplicata per *AB* rende la ſuperficie della Corona.


83
C
154
A
14
B
D
84
D
14
C
B
49
A
85
C
B
A
105
piedi
D
30
86
D
C
B
A
E
87
C
B
A
piedi
D
88
C
60
A
12
D
B
89
C
A
B
14
D
E
90
C
A
B
12
D
91
E
F
A
B
C
D
G
H
92
E
G
C
D
A
B
H
F



la quale si ha conducendo le rette *AB*, *CD*, e così tutta la figura resterà divisa nei due segmenti di circolo *AHB*, *CDG*, e dal quadrilatero *ABCD*, le quali figure misurate nel modo insegnato negli antecedenti capitoli, e le loro capacità sommate insieme daranno la superficie della Figura *AHBDGCA* ricercata.

Se poi la figura fosse fatta in forma di Luna, come la *Figura* 94. conducasi la retta *AB*, poi misurasi il segmento *ACB*, ed anche il segmento *ADB* e questo tolgasi dal primo, mentre il residuo sarà la superficie Lunare *ADBCA*, che volevasi.

Se finalmente fosse come la *Figura* 95. condotta la retta *AB* e misurati i due segmenti *ADB*, *ACB*, e uniti insieme, ne avremo nella lor somma la ricercata superficie *ADBCA*.

Molte altre figure possonsi ideare, composte e da curve circolari, e da linee rette, come si disse di sopra, ma perchè queste forse mai occorreranno nella misura delle Fabbriche, quando non fosse una qualche bizzarrìa di disegno; e poi occorrendo, si può colla scorta di quanto si è insegnato, e con un poco d'industria venirne a capo, per lo che tralasciasi sopra ciò far altra parola.

COROLLARIO.

La figura circolare è comunissima nelle Fabbriche, particolarmente di Chiese, dove molte ne han la figura; i Cori di esse Chiese per lo più sono di figura, o semicircolare, o segmento di circolo. Quanto ai Settori di circolo posson anch' essi occorrere nei comparti e nelle squadrature di qualche

pianta, e poſſon anche accadere per misurar pezzi di marmo, per far qualche comparto di varj colori, in una ſalicata di marmi fatta, verbi grazia, in un Coro rotondo, o per leggiadria, ſotto la Truna o Cupola di qualche maeſtoſa Cappella. La corona di circolo può anch'eſſa accadere, verbi grazia, in un cortile rotondo, attorno al quale foſſe un porticato, del qual porticato, per averne la capacità del ſuo ſuolo per indi dedurne i marmi o pietre che vi vorranno, biſogna ſaper miſurar la corona di circolo, della quale eſſo ſuolo ne è figura, e moltiſſime altre che ſarebbe troppo lungo volerle annoverar quì tutte, e quand'anche rare volte accader poteſſero, tuttavia è bene, anzi neceſſario ſaper miſurare ogni figura per poter riuſcire in ogni caſo occorrevole.

Voglio intanto avvertir quì come il metodo di trovare in numeri la miſura di quella parte di linea la quale aggiunta in dirittura alla ſaetta di un qualche ſegmento di circolo viene colla ſteſſa ſaetta a formare il raggio di quel circolo, di cui il dato ſegmento ne è parte, e che s'inſegnò nel Problema VII. di queſto Capitolo, può vantaggioſamente ſervire allo Inſpettor di Fabbriche, allora quando dovendo ſegnar ſul muro qualch'arco per formare il di ſopra d'una qualche porta, o volta, e altri ſimili caſi; può, dico, miſurata che avrà la larghezza e altezza che dee aver l'arco, cioè la ſua corda e ſaetta, trovar ſubito il centro in numeri per deſcriver l'arco ſenza aver d'uopo condur ſul muro delle linee, e fare interſecazioni, mentre trovatolo nel modo colà inſegnato, altro far non

dee

dee che notare la trovata misura in dirittura alla saetta, o altezza dell'arco mediante una riga, e così avrà subito il centro pel quale descrittone l'arco questo passerà per le estremità della corda e della saetta, cioè della lunghezza e altezza dell'arco segnate nel muro come volevasi.

CAPITOLO VI.

Della misura dell' Ellisse e sue parti.

PROBLEMA I.

Data un' Ellisse far nota la sua superficie.

MOlte maniere vi sono per trovare la capacità di un' Ellisse, alcune delle quali espongo quì sotto acciochè ciascuno si appigli a quella che più gli aggrada. Sia nella *Figura 96.* l'Ellisse *ACBDA*, il cui diametro maggiore *AB* sia piedi 18., e il minore *CD* piedi 8., moltiplicansi insieme, cioè 18. e 8., che fanno 144., questo 144. moltiplicasi sempre per 11., e il prodotto 1584. dividasi sempre per 14., mentre il quoziente 113. $\frac{1}{7}$ saranno i piedi quadrati di cui è capace la data Ellisse *ACBDA*.

Ovvero misurasi la capacità di quel circolo il quale sarebbe formato sopra il maggior asse *AB* dell' Ellisse, il quale essendo piedi 18., si troverà, secondo il Problema I. del Capitolo antecedente, essere piedi quadrati 254. $\frac{4}{7}$, questo moltiplicasi per la misura del minore asse *CD* cioè per 8., e il prodotto 2036. $\frac{4}{7}$ dividasi pel maggior asse *AB*, piedi 18., mentre il quoziente sarà, come sopra, piedi quadrati 113. $\frac{1}{7}$ misura dell' Ellisse.

Si ſarebbe avuto lo ſteſſo trovando la capacità del circolo fatto ſul minor aſſe *CD* piedi 8., che è 50. $\frac{2}{7}$, e queſta poi moltiplicata pel maggior aſſe piedi 18., e il prodotto, 905. $\frac{1}{7}$ diviſo per l'aſſe minore *CD* piedi 8., dà come ſopra piedi quadrati 113. $\frac{1}{7}$, miſura ricercata dell' Elliſſe, che è la regola antecedente inverſa.

Può anche averſi la ſteſſa, capacità dell' Elliſſe col prendere la metà d' ogn' uno de' ſuoi aſſi, uno de' quali eſſendo 18., e l'altro 8., le loro metà ſaranno 9. e 4., moltiplicanſi inſieme, e dal loro prodotto 36. eſtraggaſi la radice quadrata, che ſarà piedi 6., preſi queſti piedi 6. come raggio di un circolo, e calcolatane la ſua ſuperficie, ne verrà come ſopra piedi 113. $\frac{1}{7}$ miſura dell' Elliſſe ricercata (*a*).

PROBLEMA II.

Dati i diametri di un Elliſſe, trovare la ſua circonferenza.

Sia la ſteſſa Elliſſe *ABCD Figura* 96., della quale miſurati i ſuoi diametri o aſſi, il maggiore *AB* ſia verbi grazia piedi 18. e il minore *CD* piedi 8., ſommanſi queſti inſieme, e dalla ſomma 26. preſane la metà 13. e moltiplicata ſempre per 22. e il prodotto 286. diviſo ſempre per 7., dà piedi 40. $\frac{6}{7}$ miſura della circonferenza *ACBDA* della data Elliſſe come volevaſi.

PROBLEMA

(*a*) L' Elliſſe è media proporzionale tra il circolo formato col ſuo maggior diametro, e l' altro circolo deſcritto col minor diametro.

PROBLEMA III.

Data la ſuperficie di un Elliſſe, con uno de' ſuoi diametri, manifeſtare l' altro diametro.

Sia nella ſteſſa *Figura* 96. la capacità dell' Elliſſe *ABCD* piedi 113. $\frac{1}{7}$, e il diametro, verbi grazia, maggiore *AB*, ſia il dato, e ſia piedi 18., per trovare l' altro diametro *CD* moltiplicaſi la capacità, o ſuperficie data dell' Elliſſe, cioè 113. $\frac{1}{7}$ ſempre per 14. e il prodotto 1584. dividaſi ſempre per 11., e il quoziente 144. dividaſi pel diametro dato *AB* piedi 18., mentre il quoziente piedi 8. moſtra la miſura del diametro minore *CD* come cercavaſi. Nella ſteſſa maniera sarebbeſi operato ſe foſſe ſtato noto il diametro minore, e la ſuperficie dell' Elliſſe per trovarne il diametro maggiore come da ſe è abbaſtanza chiaro.

PROBLEMA IV.

Data la circonferenza di un Elliſſe, e uno de' ſuoi diametri, trovare l' altro diametro, e conſeguentemente la ſua ſuperficie.

Data la ſteſſa Elliſſe *ABCD Figura* 96., la cui circonferenza ſia piedi 40. $\frac{6}{7}$, e uno de' ſuoi diametri, verbi grazia, il maggiore *AB* ſia piedi 18., per trovar l' altro diametro moltiplicaſi la circonferenza 40. $\frac{6}{7}$ ſempre per 7. e il ſuo prodotto 286. dividaſi ſempre per 22., e il quoziente 13. ſi raddoppj, e farà 26., e tanta è la ſomma di tutti due i diametri dell' Elliſſe; ſe dunque da queſto

26. leveremo il diametro dato *AB* piedi 18., il residuo 8. mostra che piedi 8. è la misura dell' altro diametro *CD*; e nella stessa maniera si farebbe se fosse stato noto il diametro minore. Colla notizia poi dei diametri si avrà la capacità dell'Ellisse mediante le regole insegnate negli antecedenti Problemi.

PROBLEMA V.

Misurare qualsivoglia porzione di Ellisse.

La misura della Corona di un Ellisse, sia questa composta di Ellissi concentrici come la *Figura* 97., o non concentrici come la *Figura* 98., si ha col misurare le Ellissi maggiori *ACBD* mediante i loro diametri *AB*, *CD*, e da essi detratta, la misura delle Ellissi minori *EGFH* trovate mediante i suoi diametri *EF*, *GH*, mentre i rimanenti saranno la capacità delle Corone ricercate.

Quanto poi alla misura dei segmenti di Ellisse, come l' *ABC Figura* 99., ovvero la figura compresa dalle rette *AD*, *BE*, per avere tali superficie vi sono le sue regole, ma perchè nella pratica tali figure occorron separate dal restante dell'Ellisse, abbisogna per trovarne la loro superficie condurre dei circoli sopra i diametri dell' intera Ellisse, e fare altre operazioni, le quali non possonsi fare, per lo più, nella pratica, a cagion del luogo, e situazione, e se tali diametri e circoli si volesser dedurre mediante il calcolo, la cosa non sarebbe di minor briga, perciò può servire senza scrupolo l'ordinaria regola dei Pratici, cioè condurre sulla *AB* tante perpendicolari quante se ne giudicheranno

no neceſſarie per fare che gli archi intercetti da eſſe ſieno poco lontani dalla linea retta, lo che fatto, il dato ſegmento reſterà diviſo in triangoli rettangoli, e in capitagliati ſemplici, de'quali miſurate diligentemente le linee opportune per averne poi la ſuperficie d'ognuno, ſecondo gli ammaeſtramenti dati, e ſommate poi inſieme daranno la capacità del dato ſegmento ſenza pregiudizio della pratica. Lo ſteſſo pure farebbeſi per la figura *AGDBFE*, mentre condotte le *AD*, e *BE*, e miſurati i ſegmenti *AGD*, *BFE* nel modo inſegnato di ſopra, e uniti colla ſuperficie del quadrilatero *ABDE*, ſi averà nella ſomma tutta la ſuperficie della figura *AGDBFE*, e così deeſi intendere per altri ſimili caſi.

COROLLARIO.

Che nelle Fabbriche accadano Elliſſi, fede ne fanno le Volte, la maggior parte delle quali ſono Ellittiche. I pavimenti, e piante di alcune Chieſe pure ſon tali, come fra le altre la Chieſa nuovamente fabbricata ſul Monte della Guardia dedicata alla SS. Vergine, detta comunemente dipinta da S. Luca, la qual Chieſa è di figura Ellittica. Un porticato e ſuo laſtricato fatto attorno di qualche Cortile Ellittico, compone una corona di Elliſſe. Il piano di un qualche Coro terminato da una linea Ellittica, come per lo più ſi coſtuma, è la figura di un ſegmento di Elliſſe, e molte altre che non torna quì annoverare, mentre altro non ſervono al noſtro intento ſe non per far vedere, che poſſon tali figure occorrere ancor trivialmente, è perciò neceſſario ſaperne rilevar la loro ſuperficie.

CAPITOLO

CAPITOLO VII.

Misura della Parabola, e Iperbole.

PROBLEMA I.

Dato l'asse e la base della Parabola, manifestare la sua superficie.

Sia la Parabola *ABC Figura* 100., il cui asse *CD* sia verbi grazia, piedi *6.*, e la base *AB* piedi 12., si moltiplicano queste due misure insieme cioè 12. per 6. e del loro prodotto 72. se ne prendano $\frac{2}{3}$ che sono 48., il qual numero mostra che 48. piedi quadrati è la superficie della data Parabola *ABC*.

Si può avere lo stesso aumentando la base *AB* piedi 12. del suo terzo che è 4., e farà 16., questo poi moltiplicasi per l'asse *CD* piedi 6., e del prodotto 96. presone la metà, ch'è 48. per la ricercata superficie della Parabola *ABC* come sopra.

PROBLEMA II.

Manifestare la superficie dell'Iperbole.

La superficie dell'Iperbole si ha mediante il suo asse, e la sua base, operando in tutto e per tutto come si è insegnato di sopra per la parabola.

AVVERTIMENTO.

L'Iperbole misurata nel suddetto modo, non è certo giustissima, ma la differenza vien reputata di nullo

nullo momento alla pratica, come pure lo ſteſſo ha giudicato *M. Clermont* nella ſua Geometrica Pratica dell' Ingegnere; è vero che vi ſono le ſue regole, ma ſono difficili da eſeguirſi nella pratica, e poi forſe mai occorrerà nelle Fabbriche la miſura dell' Iperbole, mentre ſi ha lo ſteſſo intento colla Parabola, perciò penſiamo ciò che ſi è detto eſſer ſufficiente per la pratica.

Quì non pongonſi le miſure delle Parabole, e Iperboli oblique come pure de' ſuoi ſegmenti per la ſteſſa ragione di non eſſer occorrevoli nella miſura delle Fabbriche.

COROLLARIO.

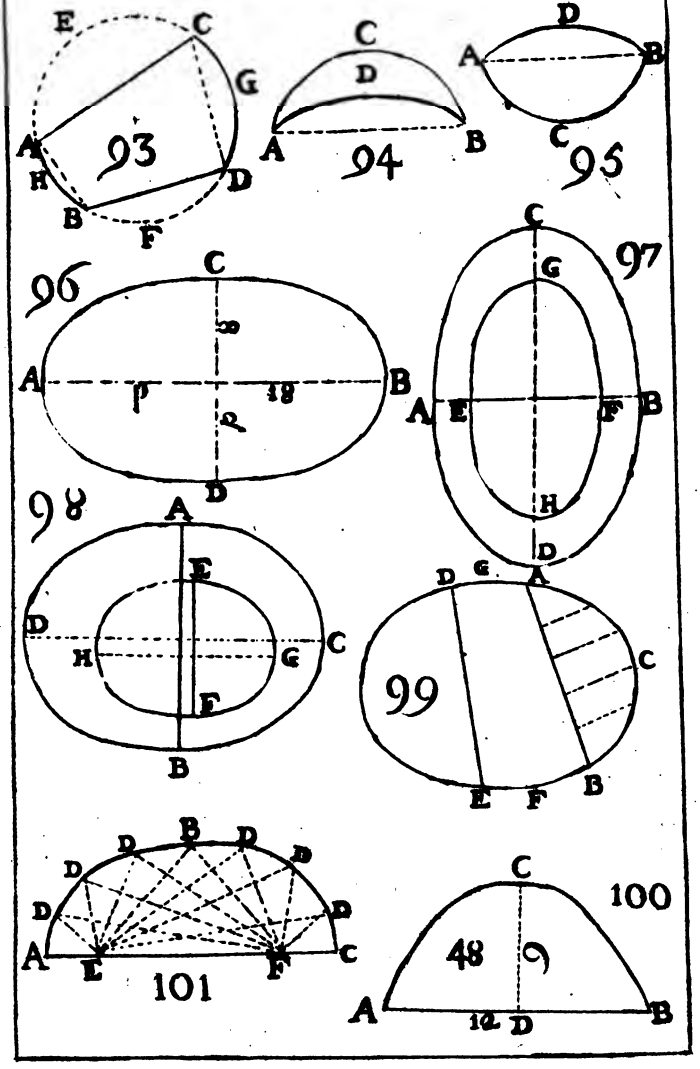
Egli è certo, che pochiſſimo, anzi rare volte può accadere nelle Fabbriche la Parabola e l' Iperbole, tuttavia perchè ſappiamo, come le volte e le muraglie fatte in linee Ellittiche, Paraboliche, ed Iperboliche contribuiſcono molto ai Cori delle Chieſe dove cantaſi, e ſalmeggiaſi, e nei luoghi ove fannoſi concerti di muſica, come ſi ha fin da Vitruvio nei ſuoi Vaſi Teatrali, oltre di che non ſol le ſuddette Figure contribuiſcono molto all' aumentazione del ſuono, ma ancora ugualmente contribuiſcono all' aumentazion del calore, per lo che ſi uſano dei Cammini fabbricati in forma Parabolica per aumentare gli effetti del calore, come può vederſi nel Trattato intitolato *La mechanique du Feu*, di dotto sì, ma incognito Autore in un Libro edito nell' anno 1716., notato coll' edizione di Coſmopoli. Riguardo poi al ſuono, ecco ciò che ne ſcri-

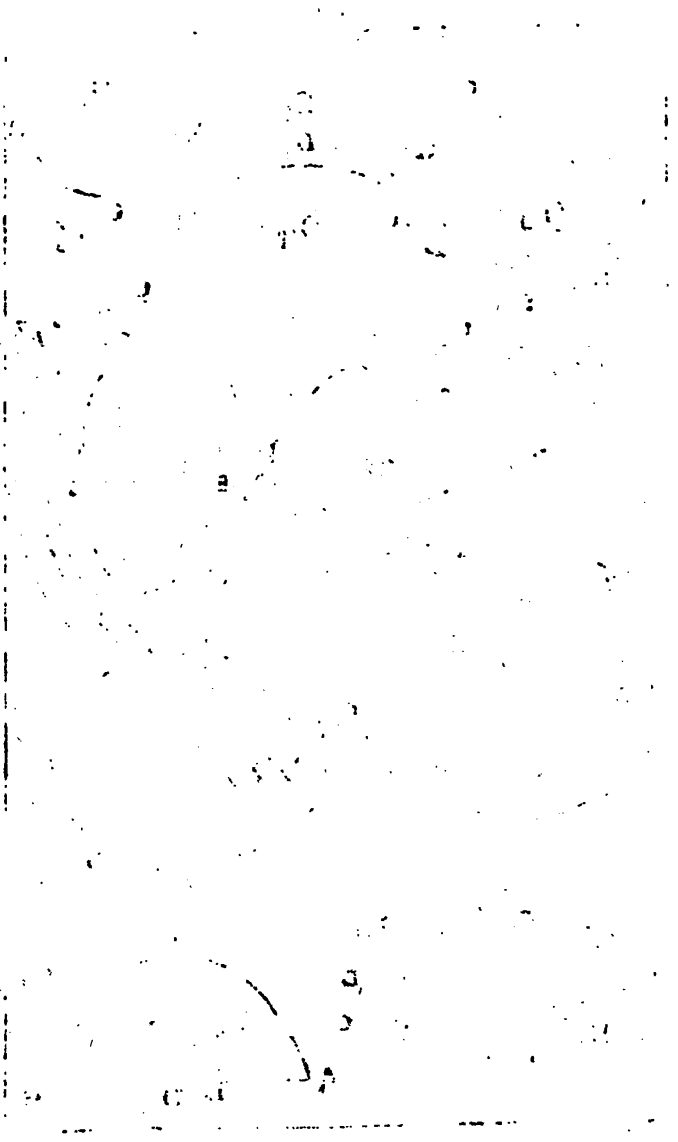
ve

ve *M. Ozanam* nelle ſue Ricreazioni Matematiche, che in noſtro Italiano ſuona così. *L'eſperienza, e la Geometria c' inſegnano, che una perſona avendo l'orecchio in uno dei due fuochi di una Volta Ellittica, o Ovale, ella può facilmente udire un' altra perſona che parli molto piano, nell' altro fuoco ſenza eſſere udito da quelli che ſono nel mezzo; Come ſe ABC* Figura 101. *, ſia una volta Ellittica i cui fuochi ſieno E, e F, quello il quale parlerà ſommeſſamente in E potrà facilmente eſſer udito da quello che ſarà in F, e quelli i quali ſono fra E ed F non udiranno. Lo che proviene dall' aria la quale eſſendo ſpinta dalla voce da tutti i lati da E verſo D contro la volta, la qual voce eſſendo in E, ſi rifletta per un' infinità di linee rette, le quali vanno a terminare nell' altro fuoco F, facendo gli angoli di rifleſſione uguali a quelli d' incidenza, perchè la proprietà di queſti due fuochi E, F, è tale che ſe per uno ſteſſo punto dell' Elliſſe ABC, come D, ſi conducano due linee rette, fanno nella ſteſſa Elliſſe degli angoli uguali da una parte, e dall' altra, come dimoſtraſi nella Geometria.*

Avviene a un dipreſſo la ſteſſa coſa a una Volta Parabolica ABC Figura 102. *, il cui fuoco è E, ove eſſendo una perſona ella può facilmente intendere quelli, i quali parlano benchè ſommeſſamente in D, perchè l' aria, che ſpinge la voce contro la volta in B per la linea D B parallela all' aſſe della Parabola rifflettendoſi per la linea BE va a concorrere nel fuoco E, ſecondo la proprietà della Parabola.*

M. Polinier nel Tomo Primo delle ſue Eſperienze Fiſiche dice così: *Circa il ſuono v' è un effetto degno*


E
C
G
A
93
H
B
D
F
C
D
A
B
94
D
A
B
C
95
96
C
A
B
D
98
A
E
D
H
G
C
F
B
C
G
97
A
E
F
B
H
D
D
G
A
C
99
E
F
B
B
D
D
D
D
D
A
E
F
C
101
C
100
48
A
12
D
B



degno di attenzione, ſotto le Volte fatte in forma Ellittica, o Ovale, ed eccone un eſempio.

A Parigi nel Chioſtro dell' Oſſervatorio del Subborgo di S. Giacomo, avanti alla fabbrica verſo mezzo giorno, vi è una piccola ſala quadrata, o luogo ſotterraneo, le cui diagonali della pianta AB, e CD Figura 103. *ſono ciaſcheduna circa quattordici piedi. La volta ha la forma di Elliſſe, ma di tal maniera, che vi ſono due ſcannellature Ellittiche FKE, e AKB che s' interſecano come vedeſi nella Figura* 103. *Se una perſona ſi pone nel punto G, e parla baſſiſſimo, un' altra perſona poſta in H la intende chiaramente, come ſe la perſona, la quale è in G e che parla, foſſe poſto nei punti T, X ec. E ſe una terza perſona è poſta nel mezzo verſo I, ella non intenderà alcuna coſa benchè le due altre perſone parlando baſſiſſimamente s' intendono l' una coll' altra. La ſteſſa coſa avviene nei punti E e F. In un luogo poſto a occidente di queſt' Oſſervatorio a deſtra dell' entrata, per la porta meridionale, trovaſi una Sala, la cui Volta è rotonda, ove gli effetti ſimili ai precedenti ſono oſſervabili; e vi s' intende parlare nelle cantonate oppoſte. In altre fabbriche principalmente ove queſte volte ſono meno alte, ma ſovente più grandi, baſta, in queſti angoli oppoſti, per farſi intendere, di articolare ſenza quaſi produrre alcun ſuono (a).*

Circa le ſuddette coſe ne parlano ancora il Padre Bonaventura Cavalieri nel ſuo Specchio Uſtorio,

(a) Nel Palazzo de' Farneſi a Caprarola ci è una Camera quadrata, la cui volta è formata a vela, dove ſtando due perſone nelle cantonate oppoſte diagonalmente, parlandoſi in un cantone con voce baſſa s' intendono le parole nell' oppoſto cantone perfettiſſimamente.

rio, e il Montanari nella ſua Tromba Parlante, dalle quali coſe chiaramente conoſcesi, come nelle Fabbriche, particolarmente de'Palazzi, si può non inutilmente ſervirsi delle ſuddette Figure per averne gli effetti deſcritti, nel qual caſo e neceſſario all' Architetto, ed Inſpettor di Fabbriche ſaperne dedurre le loro miſure, e ſegnarne le linee, come abbiamo inſegnato.

PARTE

PARTE SECONDA

Della misura delle superficie Curve, o Curvimetria.

CAPITOLO PRIMO.

Della misura della superficie Cilindrica, e sue parti.

PROBLEMA PRIMO.

Dato un Cilindro rilevarne la sua superficie convessa.

SIA il Cilindro *ABCD Figura* 104., misurasi uno dei diametri *CD*, o *AB* d'uno de' suoi circoli, giacchè sono uguali, e sia verbi grazia piedi 7. mediante esso trovasi la circonferenza del circolo, come si è insegnato, che sarà piedi 22., indi misurasi la sua altezza *AC* ovvero *BD*, che sia piedi 15., poi moltiplicasi questo 15. colla circonferenza 22., e il prodotto 330. mostra che 330. piedi quadrati è la superficie convessa del dato Cilindro *ABCD*.

Se poi il Cilindro fosse obliquo come l' *ABCD Figura* 105., misurata la circonferenza d' uno dei circoli *AB* ovvero *CD*, la quale sia piedi 22., questa moltiplicasi per l'altezza perpendicolare *BE* del Cilindro, che sia piedi 15., il prodotto darà piedi quadrati 330. misura della superficie convessa ricercata del dato Cilindro *ABCD*.

Si può ancora avere la stessa superficie in questo modo; moltiplicasi il diametro *CD* piedi 7. per la sua altezza *AC* o *BD Figura* 104. ovvero *BE* nella

la *Figura* 105., e il prodotto 105. moltiplicaſi ſempre per 22., e il prodotto proveniente 2310. dividaſi ſempre per 7., mentre il quoziente 330. moſtra che la ſuperficie cercata è piedi quadrati 330. come ſopra.

La ſteſſa pratica ſerve ancora per miſurare la ſuperficie di un Cilindro il quale aveſſe per baſe un' Elliſſe o altra figura in cambio di circolo mentre miſurato il contorno di tal baſe, e moltiplicato per l'altezza del Cilindro, ſi avrà nel prodotto la ricercata ſuperficie.

PROBLEMA II.

Dato un Cilindro obliquamente troncato rilevar la ſua ſuperficie conveſſa.

Sia il Cilindro *ABCD Figura* 106. obliquamente troncato in *AB*, miſuranſi le due altezze, cioè la maggiore *AC* e la minore *BD*, la prima delle quali ſia, verbi grazia, piedi 8., e la ſeconda piedi 6., ſommanſi inſieme, e la metà della loro ſomma 14. cioè 7. moltiplicaſi per la circonferenza nella baſe *CD*, che ſi troverà nel modo inſegnato, e ſia piedi 12., mentre il prodotto 84. moſtra che 84. piedi quadrati ſono la capacità della ſuperficie conveſſa del dato Cilindro *ABCD*.

Se poi il Cilindro troncato è obliquo, come l'*ABCD Figura* 107. conducaſi dall'eſtremità del ſuo maggior lato *BD* la perpendicolare *BE* fino al piano della baſe, che ſia piedi 9. queſto moltiplicaſi per la circonferenza della baſe *CD*, che ſia piedi 16., mentre il prodotto 144. dà a vedere che 144. piedi quadrati

quadrati ſi comprendono nella ſuperficie conveſſa del dato Cilindro *ABCD*.

PROBLEMA III.

Data una porzione di cilindro tagliata da un piano paralello al ſuo lato, il qual cilindro abbia per baſe qualſivoglia porzione di circolo, di elliſſe, parabola, iperbole, o altra figura, manifeſtare la ſua ſuperficie conveſſa.

Sia la porzione cilindrica *ABCDEF Figura* 108., ſi miſuri la ſua altezza *EF*, che ſia piedi 12., miſuraſi anche, in qualche modo, la curva o arco *CFD* che ſia piedi 9. moltiplicanſi inſieme queſte due miſure 9. e 12., e il loro prodotto 108. ſono i piedi quadrati contenuti nell'area della data ſuperficie conveſſa *AEBCFD*.

PROBLEMA IV.

Miſurare la ſuperficie conveſſa di un' ungula cilindrica, o triangolo cilindrico ABCD, che proviene dal tagliare il cilindro BCEF con un piano che paſſa pel diametro AD, e pel punto C. Figura 109.

Miſuranſi l'altezza *BC*, e il raggio *BG*, la prima ſia verbi grazia piedi 9. il ſecondo piedi 4., moltiplicanſi inſieme queſte, e il loro prodotto 36. ſi raddoppj, che darà piedi quadrati 72., per la miſura della ſuperficie conveſſa dell' ungula cilindrica *ABCD*.

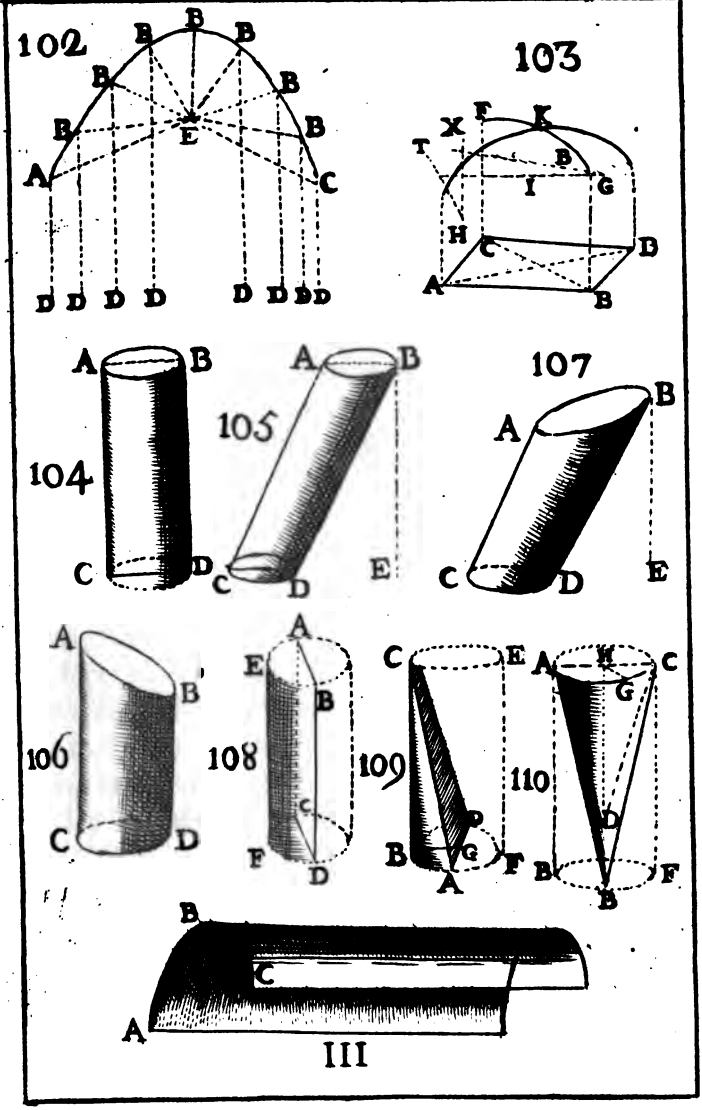
PROBLEMA V.

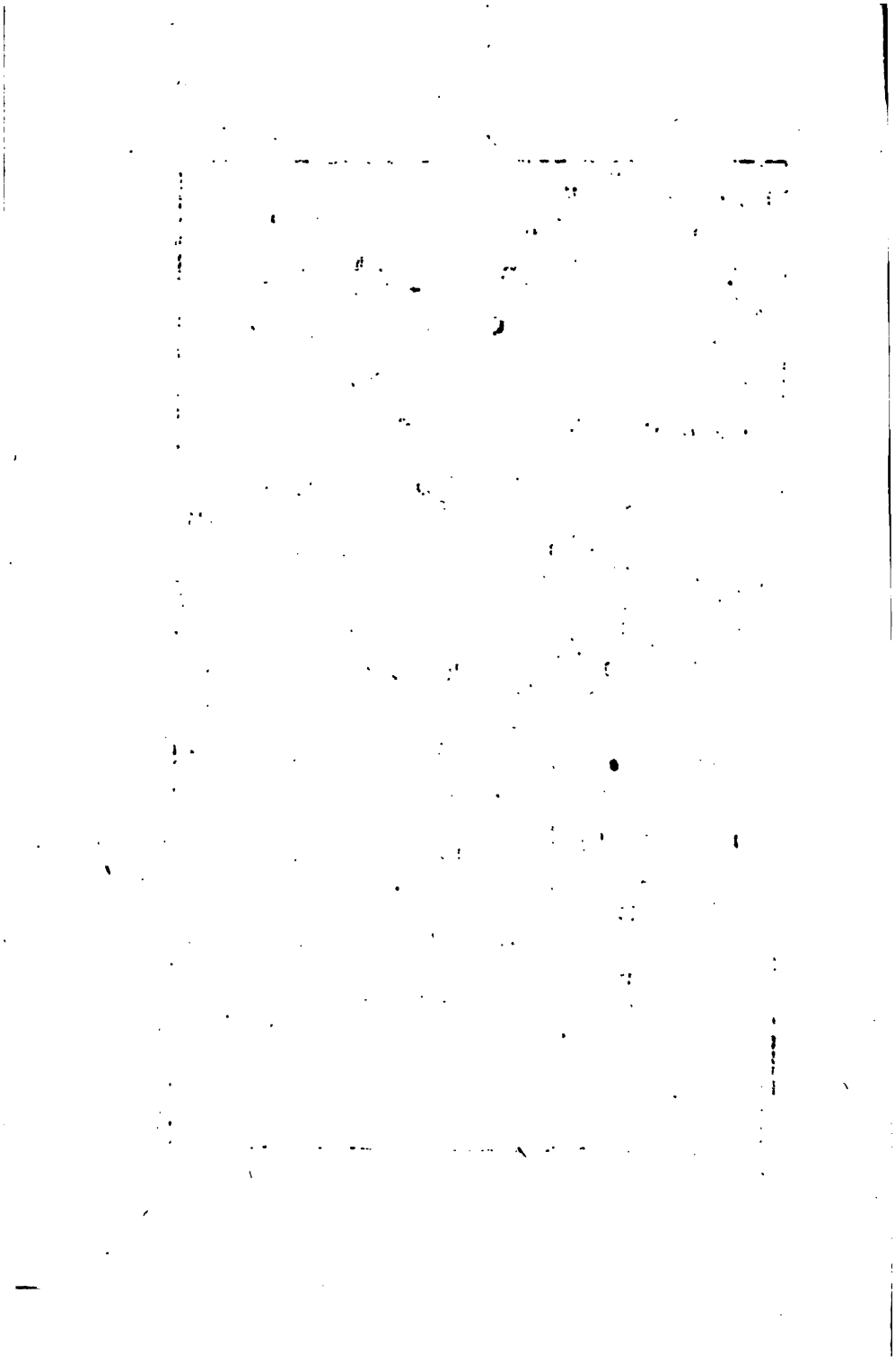
Manifeſtare la ſuperficie cilindrica conveſſa ABC Figura 110. *intercetta dalle due unghie cilindriche ABDE, CBDF.*

Miſuraſi l'altezza *GB*, che ſia piedi 9. miſuraſi anche il raggio *GH*, che ſia piedi 4., mediante queſto raggio, o attualmente, miſuraſi la ſemicirconferenza *AGC*, che ſarà piedi 12. $\frac{4}{7}$, queſta ſi moltiplichi per l'altezza *GB* piedi 9. e il prodotto 113. $\frac{1}{7}$ ſi ſerbi. Indi moltiplicaſi il raggio *GH* piedi 4. coll'altezza *GB* piedi 9., e il prodotto 36. ſi raddoppj che dà piedi 72., queſti levanſi dal numero 113. $\frac{1}{7}$ ſerbato di ſopra, mentre il rimanente 41. $\frac{1}{7}$ ſono i piedi quadrati, di cui è capace la data ſuperficie conveſsa cilindrica *ABC* come cercavaſi.

COROLLARIO.

Una delle coſe più frequentate, e conſeguentemente che più dell'altre occorrono nelle miſure delle Volte delle fabbriche, ſono le ſuperficie cilindriche intere o dimezzate. Le muraglie che contornano i Pozzi e le Ciſterne ſono ſuperficie cilindriche intere, i Tamburi delle Cupole e de' ſuoi Lanternini ſono anch'eſſi di ſuperficie cilindriche compite come vedeſi in *AB*, e *CD* della *Figura* 118. che moſtra i Tamburi ſottopoſti a una qualche Tribuna. Le Volte delle Loggie ſono per lo più la metà della ſuperficie curva del cilindro, come nella *Figura* 111. le quali Volte vengon chiamate da' Pra-


102
103
104
105
106
107
108
109
110
111



da' Pratici, Volte a *mezza botte* (*a*), le quali poſſon eſſere non ſemicilindriche, ma di altra minor parte della ſuperficie cilindrica allor quando l'arco *ABC* non è un intero ſemicircolo. Poſſon ancora aver la forma di metà o parte di ſuperficie di cilindro, la cui baſe ſia un Elliſſe ſecondo che l'arco *ABC* è mezzo o parte minore di un mezz' arco di Elliſſe, come pure può queſt' arco eſſer porzione di altra curva. Sono anche, o mezze, o parte della metà di ſuperficie cilindrica tutte le volte dei grandi archi de' Ponti, e poſſon avere il loro arco ſemicircolare, ſemiellittico o parte minore di eſſi. Le volte de' grandi ſcoli ſotterranei ſono tutte di tal figura. I Cori delle Chieſe, e alcune Cappelle hanno anch'eſſe tali figure, come ſi vede *AB Figura* 120. e molte altre.

Per lo più le Volte delle Camere, Sale, Chieſe ec. ſoglion eſſer compoſte di ſuperficie Cilindriche circolari, che da' Pratici vengon chiamate variamente ſecondo la diſpoſizione delle parti delle ſuperficie Cilindriche che le compongono. Fra queſte dicono Volte a *Crociera* quelle le quali ſono compoſte da quattro ſpicchj, o parti della ſuperficie Cilindrica intercette da due ungule, come, la ſuperficie deſcritta nell' antecedente Problema. Per maggior chiarezza, oſſervaſi la *Figura* 112. di una volta a crociera, nella quale i quattro ſpicchj o

(*a*) Le ſuperficie di queſte Volte, quando ſono ſemicilindriche, ſi può ottenere moltiplicando la lunghezza di eſſe pel diametro del loro ſemicircolo, ed il prodotto va moltiplicato per 11., e queſto ſecondo prodotto ſi divida per 7. ed il quoziente darà la ſuperficie della Volta.

porzioni cilindriche *ABC*, *ACD*, *ADE*, *AEB* ſono quattro delle porzioni di ſuperficie cilindriche deſcritte nell' antecedente Problema V.; per rilevar la ſuperficie di tal Volta deeſi miſurare l' altezza o linea *AF* come anche la *BC*, la metà della quale è il raggio del ſemicircolo *BF*, per lo che fatto avremo le miſure neceſſarie per rilevare la ſuperficie *ABCF* ſecondo che ſi è inſegnato nell' antecedente Problema V. avuta la quale, ſe ſi quadruplicherà (per eſſer tutta la volta a crociera compoſta di quattro delle dette ſuperficie uguali) ne avremo la totale ed intiera ſuperficie della volta a crociera *ABCDE*.

Le Lunette che ſoglionſi fare ordinariamente nelle ſuperficie delle volte per cavarvi qualche fineſtra, o per altra biſogna, come ſi vede in *A* e *B* *Figura* 113. poſſonſi queſte conſiderare come uno dei ſuddetti quattro ſpicchj della volta a crociera, e benche realmente non ſieno tali a cagione della ſezione che fanno colla ſuperficie della volta, mentre ſecondo la diverſa curvità delle volte tali ſezioni vengon anche diverſe, però nella pratica non vi può eſſer gran divario, particolarmente per eſſer tali Lunette per lo più di mezzana grandezza; per lo che dovrà giudizioſamente operare chi le miſura ſecondo i caſi, mentre è quaſi impoſſibile preſcrivere una regola coſtante e certa che applicar ſi poſſa in tutti i caſi.

La Lunetta ſegnata *A* è coſtruita ſopra un ſemicircolo, e la *B* ſopra un ſemielliſſe, la regola della loro miſura è la ſteſſa che s' inſegnò addietro, ſolo deveſi avvertire di prendere la ſua altezza per una linea perpendicolare al piano del ſemicircolo,

colo, o semielliſſe, ſu cui è coſtruita la Lunetta, allora quando tal Lunetta non foſſe porzione della ſuperficie curva di cilindro retto; come è chiaro da ciò che ſi è inſegnato addietro.

Le volte delle Camere, e delle Sale, ſono per lo più formate, ſecondo il parlar de' Pratici, *a Cielo di Carrozza, o a Schifo alla Romana*, come nella *Figura* 114. dove l' *ABCD* è un quadrato, ſopra del quale intendeſi una volta a Cielo di Carrozza, ſe nei due lati oppoſti *AB*, e *CD* come diametri ſaranno i ſemicircoli *AEB*, *CFD*, e perciò s' intenda compoſto il mezzo cilindro *AEBCFD*, e per gli angoli oppoſti *AD*, *CB* s' intenda tagliato con piani perpendicolari al quadrato *ABCD*, e laſciatovi le due parti *AXC*, *BXD*, queſte due parti di ſuperficie cilindrica ſi uniranno in *X*. Se poi due altre parti di ſuperficie cilindriche uguali alle ſuddette intenderemo ſopra i lati *AB*, *CD* in modo che il lato *AC* della ſuperficie cilindrica *AXC* cada ſopra *AB*, e così pure un' altra parte, come la *BXD* cada col ſuo lato *BD* ſopra il *CD*, ne verrà tutta la Volta come vedeſi nella *Figura* 115. in *ABCDX*, la quale non ſi è ombreggiata per poter far meglio vedere le linee, che ſi devono intendere di dentro per ſpiegare la ſua miſura; queſta è dunque quella Volta, che come ſi diſſe viene chiamata *a Cielo di Carrozza, o a Schifo alla Romana*. Queſta ſpecie di volta, che ha per baſe il quadrato *ABCD* è per altezza la *XE* uguale al raggio del circolo inſcritto al quadrato *ABCD*, ovvero uguale alla metà del lato dello ſteſſo quadrato, ſi miſura facilmente nel ſeguente modo.

Misurasi uno dei lati del quadrato sul quale è posta la Volta, cioè un lato del quadrato *ABCD*, che sia verbi grazia, piedi 8., e con tal lato rilevasi la superficie di esso quadrato, che sarà piedi 64., e raddoppiasi questo, e il prodotto da 128. piedi quadrati per la misura della Volta *ABCDX*. Oppure si prenda la misura della sua altezza *XE*, che sarà piedi 4. e se ne faccia il suo quadrato 16., l' ottuplo del quale, che è 128., dà come sopra la superficie della Volta.

Se poi l' altezza *XE* fosse minore della metà del lato del quadrato, su cui è posta tal Volta, cioè, come dicono i pratici, avesse minor rigoglio, nel quale caso gli archi *AEB*, *FCD*, ovvero il Cinteno *GHX*, *Figura* 114. non fosser semicircoli, ma segmenti minori del semicircolo, ovvero che fossero mezze Ellissi, in tal caso la superficie si ha come segue.

Se la Volta è fatta sopra un Cinteno di segmento di circolo, misurasi dal punto *X Figura* 115. per linea retta fino alla metà di un lato del quadrato *ABCD*, la *XF*, che sia, verbi grazia, piedi 5., questa misura si raddoppj che fa 10., di questo fattone il quadrato dà 100. piedi quadrati misura della Volta *ABCDX*.

Se fosse difficile o incomodo misurare in pratica la *XF*, questa si potrà avere coll' ajuto del Problema VII. del Capitolo II. della Prima Parte, col misurare l' altezza della Volta *XE*, che sia piedi 3. e facciasi il suo quadrato, come pure facciasi quello della metà del lato del quadrato *ABCD* che è piedi 4., onde il primo sarà 9. e quest' ultimo 16. i quali

quali ſi ſommino inſieme, e dalla ſomma 25. eſtraggaſi la radice quadrata che è 5. e tanti ſono i piedi che miſureranno la linea *XE* ricercata.

Se poi il Cinteno *GXH Figura* 114. foſſe una mezza Elliſſe, in tal caſo ſi operi così. Prendaſi l'altezza *XE Figura* 115. che ſia piedi 3. ſopra queſta miſura, come raggio calcolaſi la circonferenza del circolo fatto con eſſo, che ſarà 18. $\frac{6}{7}$, queſta miſura moltiplicaſi per il lato del quadrato *ABCD* piedi 8., e dal prodotto 150. $\frac{6}{7}$ ſe ne prenda la metà 75. $\frac{3}{7}$, queſta moltiplicaſi ſempre per 14. e il prodotto dividaſi ſempre per 11. mentre il quoziente, che è 96., dà a vedere che la ſuperficie ricercata della Volta *ABCDX* è 96. piedi quadrati.

Queſt' ultima pratica di miſurare la Volta, perchè nel fare il calcolo ſi è venuto a dedurre la ſua ſuperficie dalla ſuperficie del ſemiſferoide formato ſul lato del quadrato *ABCD* e ſu l' altezza o rigoglio della volta *XE*, non è in tutto eſattiſſima, tuttavia è tale, che la differenza è di nullo momento nella pratica. Egli è vero che vi è il ſuo metodo più preciſo, ma perchè queſto dipende da una operazione molto incomoda alla pratica, sì per il calcolo, come per le linee che devonſi condurre, le quali poi finalmente non danno, come ſi è detto, errore intollerabile, e anche perchè tal modo oltre non dare errore rimarchevole il metodo è anche più facile, e maggiormente a portata degli Inſpettori e Ingegneri di Fabbriche i quali devon far tali miſure, che molto non ſono inoltrati nelle ſpeculazioni Geometriche, per la qual coſa ci ſiam

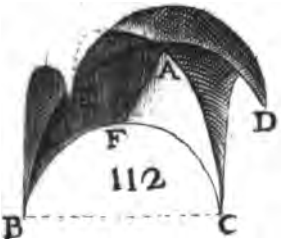
valsi del ſuddetto metodo, giacchè come ſi è detto non apporta intollerabil errore nella pratica.

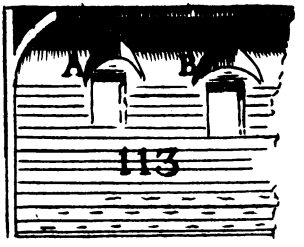
Chi poi vuol vederne le regole più preciſe, come anche la regola di rilevare la ſuperficie di molti altri caſi di volte che poſſono occorrere, veda ciò che ne ſcrive *M. Senes* nelle memorie della Reale Accademia di Parigi ſopra la miſura delle Volte, le quali ſono poſte in fine di queſto Libro tradotte nel noſtro volgar idioma, perciò ſopra di eſſe non ſi fa altra parola.

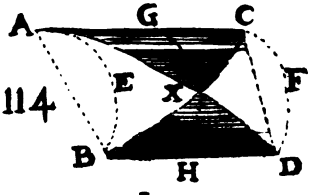
AGGIUNTA.

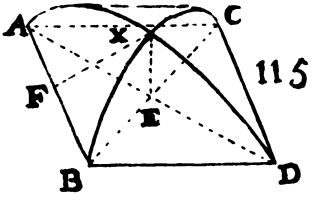
Non vengono quivi dall' Autore nominate le Volte *Annulari*, le quali ſi fanno all' intorno d'uno ſpazio rotondo, che pieno, o vacuo che ſia, ſi chiama *Nocciolo*. Eſſe ſono d' ordinario ſemicilindriche, e ſi fanno anche a lunetta; ed hanno luogo ne' ſotterranei, ne' porticati circolari, e nelle ſcale a chiocciola. Il circolo medio, che s' immagina paſſare per lo mezzo della loro ſommità ne determina la lunghezza delle medeſime, la quale ritrovata darà regola a cercarne la ſuperficie, ſiccome ſi è praticato nelle paſſate operazioni.

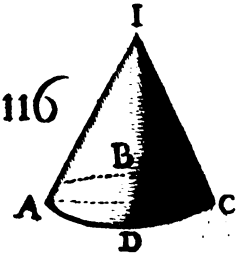
L' Autore non ha parlato d' altro che della ſuperficie delle Volte, nè si è ſpiegato ſul modo d' indagarne la ſolidità, la quale volendoſi, ſembra, che nel prendersi la miſura della corda del loro arco, ſi debba pigliare dalla metà della groſſezza del muro della Volta all' altra metà oppoſta; perchè con queſta miſura media ſi abbia il giuſto calcolo della ſuperficie, da moltiplicarsi per la groſſezza di eſſo muro, onde ſi abbia la miſura cuba.

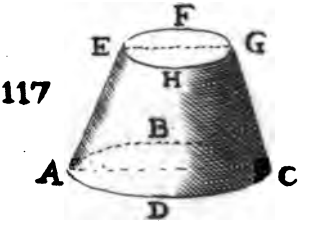

A
F
D
112
B
C

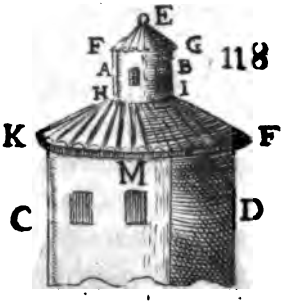

A
B
113


A
G
C
E
X
F
114
B
H
D


A
X
C
F
E
115
B
D


I
116
B
A
C
D


F
E
G
H
117
B
A
C
D


E
F
G
A
B
H
I
118
K
F
M
C
D

119

UNIV OF MICH

cuba. Queſto si vedrà in appreſſo nelle Memorie di *M. Senes* alla Pratica II. del Problema I.

CAPITOLO II.

Della miſura della ſuperficie del Cono e ſue parti.

PROBLEMA I.

Dato un Cono retto manifeſtare la ſua ſuperficie conveſſa.

Sia il Cono *ABCDI*, *Figura* 116., miſuraſi il diametro della baſe *AC*, che ſia piedi 7., e mediante eſſo ritrovaſi la circonferenza *ABCDA*, nel modo già inſegnato, la qual circonferenza ſarà piedi 22. queſta moltiplicaſi per la miſura del lato del Cono, cioè per *AI* o *IC*, che ſia piedi 8., e il prodotto 176. diviſo per 2. dà piedi quadrati 88., miſura della ricercata ſuperficie conveſſa del dato Cono *ABCDI*, come cercavaſi.

Ovvero miſurato il diametro *AC* piedi 7., e preſone il raggio, cioè la ſua metà piedi 3. $\frac{1}{2}$, poi trovata la capacità della baſe, o circolo *ABCD*, mediante il ſuddetto ſuo diametro, la qual baſe ſarà piedi quadrati 38. $\frac{1}{2}$, queſta moltiplicaſi per il lato *AI*, o *IC* del Cono, cioè per piedi 8., e il prodotto diviſo per il raggio 3. $\frac{1}{2}$, dà nel quoziente piedi quadrati 88., miſura della ſuperficie conveſſa del Cono come ſopra.

Si può anche avere la ſuddetta ſuperficie inſenſibilmente differente dalla trovata di ſopra in queſto modo. Moltiplicaſi il lato del Cono piedi 8. per il diametro della baſe piedi 7., e il prodotto 56.

moltiplicaſi

moltiplicasi sempre per 157., e il prodotto 8792. dividasi sempre per 100. mentre il quoziente 87. $\frac{92}{100}$ sarà la ricercata superficie non essendovi dall' altra trovata di sopra che $\frac{8}{100}$ ovvero $\frac{2}{25}$ di differenza.

PROBLEMA II.

Dato un Cono retto tagliato da un piano parallelo alla sua base manifestare la sua superficie convessa.

Sia il tronco di Cono dato *ABCDEFGH Figura* 117. misuransi i diametri *EG*, ed *AC*, il primo de' quali sia piedi 7., e l'altro piedi 9., mediante essi trovansi le circonferenze dei loro respettivi circoli che la prima sarà 22., e l'altra 28. $\frac{2}{7}$ sommansi insieme, e fanno 50. $\frac{2}{7}$, indi misurasi il lato *EA* o *CG*, che sia piedi 5., e con questo moltiplicasi la suddetta somma 50. $\frac{2}{7}$, mentre la metà del prodotto 251. $\frac{3}{7}$, che è 125. $\frac{5}{7}$ mostra i piedi quadrati della misura della superficie *ABCD EFG* ricercata.

Ovvero sommansi insieme i due diametri *AC*, *EG* che fanno 16., e questo moltiplicasi per il lato del Cono *AE* piedi 5., e il prodotto 80. moltiplicasi sempre per 157., e quest' ultimo prodotto 12560., dividasi sempre per 100., che il quoziente 125. $\frac{3}{4}$ mostra tanti essere i piedi quadrati contenuti nella superficie convessa del tronco di Cono *ABCDEFGH*, con insensibil differenza dall' altra trovata di sopra, che è di nullo momento nella pratica.

COROLLARIO.

COROLLARIO.

La misura delle superficie Coniche possono accadere molte volte nelle Fabbriche, mentre se osserveremo la *Figura* 118., vedesi il Coperto *EFG* del Lanternino posto sopra una qualche Tribuna essere la superficie convessa di un Cono retto, e nella stessa Figura il Coperto *HIKLM* posto sopra la Tribuna, è la superficie convessa di un Cono retto troncato in *HL* parallelamente alla base *KML*. Le muraglie le quali costituiscono le Giacciaje, o Conserve da Neve, come vedesi nella *Figura* 119., sono anch' esse la superficie convessa di un Cono retto tagliato da un piano parallelo alla base. Il Coperto di qualche Cappella, o Coro di Chiesa, come il *CDE Figura* 120. è la superficie convessa di un mezzo Cono retto tagliato da un piano, che passa per il diametro della base, e per il vertice del Cono, per lo che misurata tutta la superficie convessa del Cono, e poi presane la metà, questa sarà la superficie di tal Coperto. Può anche talvolta accadere nelle Fabbriche doversi fare una Volta a botte, la quale abbia due diversi semicircoli nelle sue estremità, come si vede nella *Figura* 121., dove la volta *ABCDEF* ha da una parte il semicircolo *ABC* più grande del semicircolo *DEF* posto dall' altra parte, nel qual caso la Volta è la metà della superficie convessa di un Cono retto troncato da un piano parallelo alla base, onde per averne la sua misura, basterà rilevar la superficie del Cono intero, mentre la sua metà darà la superficie *ABCDEF* ricercata.

CAPITOLO

CAPITOLO III.

Della misura della superficie della sfera, e sue parti.

PROBLEMA I.

Data una sfera rilevarne la sua superficie.

Sia data la sfera *ABCD Figura* 122., misurasi il suo diametro *AB*, che sia verbi grazia piedi 8. mediante questo diametro trovasi la superficie del circolo fatto da esso secondo le regole insegnate, e sarà piedi quadrati 50. $\frac{2}{7}$, questa superficie si quadrupli, e il suo prodotto 201. $\frac{1}{7}$ sarà i piedi quadrati di cui è capace la data superficie sferica *ABCD*.

Ovvero trovasi, mediante il diametro *AB* piedi 8. la circonferenza del circolo massimo della sfera fatta sopra esso diametro che sarà 25. $\frac{1}{7}$ questo moltiplicasi per lo stesso diametro piedi 8., che avremo nel prodotto piedi quadrati 201. $\frac{1}{7}$ misura della superficie sferica *ABCD* come sopra.

Oppure facciasi il quadrato del diametro 8., che è 64., questo moltiplicasi sempre per 314., e il prodotto 20096. dividasi sempre per 100., mentre il quoziente 200. $\frac{24}{25}$ dà la superficie della sfera, di pochissimo differente dalla trovata di sopra.

PROBLEMA II.

Dato qualsivoglia segmento di sfera, manifestare la sua superficie sferica.

Se il segmento fosse un Emisfero, cioè la metà della sfera, come l' *ABC Figura* 123. misurasi il diametro

metro *AB*, e ſia piedi 12.; e mediante eſſo il circolo *ABCE* che ſarà piedi quadrati 113. $\frac{1}{7}$; e perche ſi diſſe di ſopra nel Problema antecedente che tutta la ſuperficie sferica ſi ha quadruplicando il detto circolo, ne viene per tanto che ſe ora lo duplicheremo darà piedi quadrati 226. $\frac{2}{7}$ per la miſura della ſuperficie ſemisferica. *ABCDE*.

Se poi il ſegmento è minore dell' Emisfero, come l' *ABC Figura* 124., conducaſi dal punto di mezzo *A* dell' arco *BAC* la retta *AB* all' eſtremità del circolo della baſe del ſegmento, queſta linea miſuraſi, e ſia, verbi grazia, piedi 5. queſta miſura raddoppiata cioè 10. pigliaſi come diametro di un circolo, e rilevaſi la ſua ſuperficie, che ſarà piedi quadrati 78. $\frac{4}{7}$, e tanta è la cercata ſuperficie del dato ſegmento *ABC*.

AVVERTIMENTO.

Se non foſſe facile avere in pratica la miſura della *AB*, ma foſſe più facile come ordinariamente ſuccede aver la miſura del diametro *BC*, e dell' altezza del ſegmento *AD*, colle ſuddette due linee, o miſure *AD* e *BC* ſi può venire in cognizione della *AB*, mentre, ſe verbi grazia *BC* foſſe piedi 8., e *AD* piedi 3., facciaſi il quadrato della metà della *BC*, cioe di 4. ch' è 16., e ad eſſo aggiungaſi il quadrato dell' altezza *AD*, ch' è 9., dalla loro ſomma 25. eſtratta la radice quadrata 5., queſta moſtra come la linea cercata *AB* è piedi 5.

PROBLEMA

PROBLEMA III.

Data una porzione di ſuperficie ſferica compreſa fra due circoli paralleli rilevarne la ſua capacità.

Sia data la porzione sferica *ABCD Figura* 125. compreſa fra i due circoli paralleli *AB*, e *CD*, trovaſi il diametro *EF* di tutta la sfera, che ſia piedi 10., miſuraſi inoltre la parte del diametro *EF*, che viene intercetta dai due piani dei circoli *AB*, e *CD* cioè la *GH*, che ſia piedi 3., indi mediante il trovato diametro piedi 10., rilevaſi la ſuperficie della intera sfera fatta ſopra tal diametro, cioè della sfera *AEBDFCA*, che ſarà piedi quadrati 314. $\frac{2}{7}$, queſti moltiplicanſi per la *GH* piedi 3., e il prodotto 942. $\frac{6}{7}$ dividaſi per il diametro *EF* piedi 10., che il quoziente 94. $\frac{2}{7}$ ſono i piedi quadrati, di cui è capace la data porzione *ABCD* ricercata della ſuperficie della sfera.

AVVERTIMENTO.

Il modo di trovare in pratica il diametro *EF* non è così ovvio, perciò, quando il circolo maggiore *CD* non foſſe il circolo maſſimo della sfera, nel qual caſo il ſuo diametro *CD* è lo ſteſſo che quello della sfera, ſi operi così. Dall eſtremità di un circolo all' altro della data porzione *ABCD* conducaſi una retta come la *AC*, che ſia per quanto ſi può in un piano perpendicolare; nel mezzo *K* di queſta linea *AC*, miſuraſi perpendicolarmente ad eſſa la *IK*, che ſia, verbi grazia, piedi 2., e la *AC* piedi 8., ſicchè la metà *CK*, *KA* di eſſa *AC* ſaranno

fanno piedi 4.: ciò avuto facilmente si troverà il diametro del circolo massimo della sfera, e per conseguenza il diametro, o asse di essa, servendosi del Problema VII. del Capitolo V. della prima parte, cioe quadrando la metà di *AC*, che essendo piedi 4., fa 16., e questo 16. diviso per la *IK* piedi 2., il quoziente 8., aggiunto alla stessa *IK* piedi 2., dà piedi 10., misura del diametro del circolo massimo della sfera, e per conseguenza il diametro, o asse *EF* di essa sfera come volevasi.

PROBLEMA IV.

Dato un Velo di sfera compreso da quattro semicirconferenze di circolo uguali manifestare la sua superficie.

Sieno i quattro semicircoli uguali *ABE*, *BFC*, *CGD*, *DHA*, *Figura* 126., i quali terminino il Velo o porzione di superficie sferica *AEBFCGDHA*, conducasi la diagonale *DB* ovvero *AC*, la quale si misuri, e sia verbi grazia, piedi 12. $\frac{3}{4}$, se ne prenda la sua metà, che sarà piedi 6. $\frac{3}{8}$, indi misurasi uno dei diametri de' quattro suddetti semicircoli, come *BC*, e sia piedi 9., da questo detraggasi la metà della diagonale trovata di sopra piedi 6. $\frac{3}{8}$, e serbasi il rimanente piedi 2. $\frac{5}{8}$, di poi calcolasi la circonferenza di quel circolo che produce il diametro di piedi 12. $\frac{3}{4}$ della diagonale *AC* ovvero *BD*, che sarà piedi 40. $\frac{1}{14}$ questo moltiplicasi per i piedi serbati 2. $\frac{5}{8}$; e il prodotto piedi quadrati 105. $\frac{29}{112}$ è la superficie ricercata del Velo o porzione di superficie sferica *AEBFCGDHA*.

AVVERTIMENTO.

AVVERTIMENTO.

Se non ſi voleſſe, o foſſe incomodo miſurare in pratica una delle diagonali *AC* ovvero *BD*, ciò non oſtante ſi può avere colla ſola miſura del lato quadrato *ABCD* mediante il Problema III. del Capitolo II. della Prima Parte, mentre ſe ſi quadrerà detto lato, che per eſſer 9. il ſuo quadrato è 81., che raddoppiato fa 162., dal quale 162. eſtratta la radice quadrata darà piedi 12. $\frac{3}{4}$ miſura di ogn' una delle diagonali *AC* e *BD*.

PROBLEMA V.

Manifeſtare la ſuperficie di un Velo sferico compreſo, o terminato da quattro ſemicircoli de' quali gli oppoſti ſieno fra loro uguali.

Sieno i quattro ſemicircoli *ABE*, *BFC*, *CGD*, *DHA* *Fig.*127. i quali terminino il Velo sferico *AEBFCGDHA*, e dei detti ſemicircoli gli oppoſti *AHD*, *BFC*, ſieno uguali fra di loro, e gli altri due *AEB*, *DGC* sieno, verbi grazia, i maggiori dei due primi, ma fra loro uguali. Miſuraſi una delle diagonali *AC*, ovvero *BD*, che ſia, verbi grazia, piedi 15., ſottraggaſi uno dei diametri di uno dei due ſemicircoli oppoſti come *AB* ovvero *DC*, che ſia verbi grazia, piedi 12. dalla diagonale piedi 15., e il reſiduo 3. dividaſi per metà che darà piedi 1 $\frac{1}{2}$. Quadraſi tanto queſto 1. $\frac{1}{2}$ quanto la metà del diametro *AB* ovvero *DC* che è piedi 6., ſommanſi inſieme i ſuoi quadrati e ſaranno 38. $\frac{1}{4}$, da queſto numero eſtraggaſi la radice quadrata che ſarà piedi

di 6. $\frac{3}{16}$, preso questo come raggio di un circolo e calcolata la superficie di un tal circolo, sara piedi quadrati 120. $\frac{221}{896}$, raddoppiasi, e farà 240. $\frac{291}{448}$ il quale si tenga a parte. Facciasi lo stesso respettivamente ai diametri degli altri due semicircoli opposti, cioè sottraggasi uno dei detti diametri *AD*, ovvero *BC*, che sia piedi 9. dalla diagonale piedi 15., e il residuo 6. si divida per metà, che darà 3.; quadrasi tanto questo 3., quanto la metà del diametro *AD*, ovvero *BC*, cioè piedi 4. $\frac{1}{2}$, e sommansi insieme i loro quadrati che faranno 29. $\frac{1}{4}$ dal quale estratta la radice quadrata sarà piedi 5. $\frac{17}{41}$, preso questo come raggio di un circolo, e calcolata la superficie di un tal circolo; sarà piedi quadrati 93. $\frac{491}{1400}$, raddoppiasi questa, e da 186. $\frac{411}{700}$, questo numero unisasi col 240. $\frac{291}{448}$, che di sopra si tenne a parte, e fa 327., tralasciando la frazione. Finalmente calcolasi colla diagonale piedi 15. la superficie dell'intera sfera fatta sopra tal diagonale come suo diametro o asse, che sarà piedi quadrati 707. $\frac{1}{7}$, da questo sottragganti i piedi 327. trovati di sopra, e il rimanente 380. $\frac{1}{7}$, si divida per metà, che ne verranno piedi quadrati 19. $\frac{1}{14}$ per la superficie del dato velo sferico *AEBFCGDHA* ricercata.

AVVERTIMENTO.

Quì pure, come avvertimmo nell' antecedente Problema, si possono avere le diagonali senza misurarle, mediante il Problema VII. del Capitolo II. della Prima Parte, mentre avendo le misure dei due lati del Parallelogrammo, cioè le *AB* e *BC*,

delle quali essendo la prima piedi 12. e l'altra piedi 9., fatti i quadrati di questi due numeri o misure, e sommati insieme, e dalla loro somma 225. estratta la radice quadrata, ne verranno piedi 15. misura d'ogn'una delle diagonali ricercate.

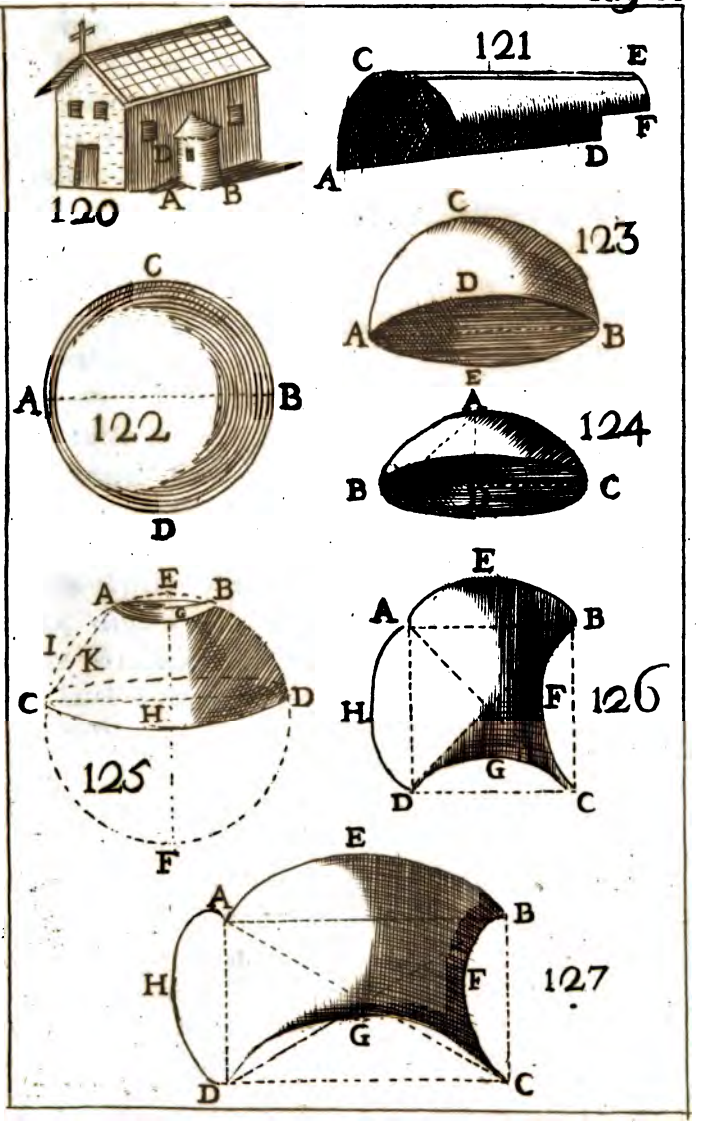
PROBLEMA VI.

Misurare i quattro triangoli sferici, che rimangono dopo aver levato dal Velo sferico posto sopra un quadrato, quella parte di esso Velo, che compone un segmento sferico, la cui base circolare tocchi le sommità dei quattro semicircoli che terminano tutto il Velo sferico.

Sia il quadrato *ABCD Figura* 128., sopra del quale sia il Velo sferico *AEBFCGDHA*, e da esso sia levato il segmento sferico compreso dalla base circolare *EFGH*, la quale tocchi le sommità dei quattro semicircoli *AEB*, *BFC*, *CGD*, *DHA*, onde ne rimangono i quattro triangoli sferici uguali *AHE*, *EBF*, *FCG*, *GDH*. Per rilevare la superficie di tutti i suddetti triangoli sferici, e per conseguenza di ogn'uno separatamente, operisi come segue.

Intendasi compito tutto il Velo sferico posto sopra il quadrato *ABCD*, e mediante il Problema IV. se ne rilevi la sua superficie, onde posto, come allora, essere il lato quadrato *ABCD* piedi 9. la superficie di esso Velo sarà anche come allora piedi quadrati 105. $\frac{29}{112}$ indi dalla diagonale *DB* piedi 12. $\frac{3}{4}$ levasi il lato del quadrato o sia uno dei diametri dei semicircoli, cioè piedi 9. e il restante piedi 3. $\frac{3}{4}$ dividasi per metà, che il quoziente pie-

di


120
A
B
121
C
E
A
D
F
122
C
A
B
D
123
C
D
A
B
124
E
B
C
125
A
E
B
I
K
C
H
D
F
126
E
A
B
H
F
G
D
C
127
E
A
B
H
F
G
D
C

UNIV. OF MICH.

di 1. $\frac{7}{8}$ sarà l'altezza del segmento sferico, il quale manca a compiere l'intero Velo, e il diametro della base di esso segmento è lo stesso lato del quadrato *ABCD*, ovvero uno dei diametri dei quattro semicircoli, cioè piedi 9., onde avremo quanto basta per rilevare la superficie di esso segmento mediante il Problema II., cioè quadrando piedi 4. $\frac{1}{2}$ metà dei piedi 9., e anche quadrando l'altezza del segmento piedi 1. $\frac{1}{7}$ e sommati questi due quadrati, e dalla loro somma estrattane la radice quadrata, e presa essa per un raggio di circolo, il quale calcolato ne viene piedi quadrati 74. $\frac{155}{224}$ per la misura del segmento sferico, perciò levato questo da tutto il Velo sferico piedi quadrati 105. $\frac{29}{112}$, il rimanente piedi quadrati 130. $\frac{127}{224}$, sarà la misura dei quattro triangoli sferici *AHE*, *EBF*, *FCG*, *GDH*, come cercavasi. Se poi si volesse sapere la capacità separatamente di ogn' uno di essi triangoli sferici, dividansi i piedi quadrati 30. $\frac{127}{224}$, per 4., mentre il quoziente piedi quadrati 7. $\frac{575}{896}$ mostra la capacità d'ogn' uno dei triangoli sferici, come bramavasi.

COROLLARIO.

Quasi in ogni Chiesa trovansi dei segmenti di sfera, i quali compongono le Tribune ed altre Volte per ornamento. Gli Emisferi, e gli altri segmenti minori di sfera sono più degli altri frequenti, e chiamansi da'Pratici *Catini*, e quando questi hanno nel loro mezzo un lanternino per maggior bellezza, la loro superficie viene ad essere una parte della superficie sferica compresa fra due circoli

paralleli, come quella del Problema III. Quanto poi ai Veli o Volte chiamate dai Pratici *Volte a Vela* queſte ſono frequentiſſime ancora nelle caſe ordinarie per la bellezza e ſodezza loro. Nei precedenti Problemi IV. e V., ſi è data la regola di miſurare i Veli poſti ſopra dei quadrati o dei rettangoli, ma ſe accadeſſe miſurare una qualche Volta a Vela, la quale non foſſe ſopra un quadrato, o un rettangolo, ma ſopra qualche altro Poligono, come, verbi grazia, foſſe la Volta di un Gabinetto eſagono regolare, come moſtra la *Figura* 129., la regola è la ſteſſa, mentre condotta per uno degli angoli oppoſti dell' eſagono o punte della Volta una diagonale, come la *AB*, queſta ſarà il diametro di tutta la sfera, poi ſi miſurerà la diſtanza perpendicolare da un lato all altro del Poligono, verbi grazia, la *CD*, e queſta levata dalla diagonale, e il reſiduo diviſo per metà dall' altezza dei ſegmenti sferici, che ſarebbero ſopra il lato del Poligono, onde avremo il diametro della baſe, e l'altezza del ſegmento, mediante le quali ſi avrà la miſura di una delle ſuperficie di queſti ſegmenti adoperando la regola inſegnata nel Problema II.; queſta poi moltiplicata per il numero dei lati del Poligono, ed il prodotto levato dalla ſuperficie di tutta la sfera che ſi ſarà calcolata, ſopra la diagonale *AB* come diametro o aſſe di eſſa; e il reſiduo diviſo per metà, darà la ſuperficie della Vela ricercata.

Se poi il Poligono deſcritto dalle muraglie, ſu le quali è poſta la Volta a Vela, foſſe irregolare, nel qual caſo biſogna che gli angoli di eſſo Poligono

gono ſieno nella circonferenza di un circolo, come vedeſi nella *Figura* 130. pel quadrilatero *ABCD* altrimenti non vi ſi potrebbe far la Volta a Vela; allora per miſurare la Volta, e per non intrigarſi in lunghi e laborioſi calcoli, e per conſeguenza facilmente errare, ſi può operar come ſegue. Miſuranſi tutti i lati del Poligono, poi prendanſi tre angoli di eſſo, uno dietro all'altro, verbi grazia, li tre *A*, *B*, *C* conducaſi per due di loro oppoſti una retta *AC*, miſuraſi queſta retta *AC*, poi con una ſcala ſegnaſi in carta il triangolo *ABC* ſecondo le ſue miſure trovate, poi per i tre angoli *A*, *B*, *C* di eſſo facciaſi paſſare un circolo; il modo di far la qual coſa per eſſer cognitiſſimo e triviale ſi tralaſcia, e ne avremo il circolo *ABCD*. Ciò fatto diſpongaſi colla Scala gli altri lati del Poligono, per ordine, nel circolo mediante le ſue miſure, miſuraſi poi colla Scala il diametro di tal circolo, e le ſaette di tutti gli archi, e così avremo quanto baſta per rilevar la ſuperficie di tal volta, mentre col diametro del circolo *ABC* calcolata la ſuperficie della sfera, e mediante le corde e ſaette miſurate le ſuperficie dei ſuoi riſpettivi ſegmenti sferici, e all'eme ſommati, e la loro ſomma levata da tutta la ſuperficie della sfera, e del rimanente preſone la metà, il provenuto ſarà la ſuperficie della Volta a Vela ricercata.

Fin quì ſi è parlato delle Volte a vela poſte ſopra un qualche rettilineo iſcritto nel circolo maſſimo della sfera, della cui ſuperficie la volta n'è parte, che vale a dire eſſer la vela terminata da ſemicirconferenze di circolo; ma perchè ſovente occorrono

corrono volte a vela terminate da archi di circolo minori delle ſue ſemicirconferenze, dette volgarmente *non in pieno Cinteno* a differenza di quelle dette di ſopra, che chiamanſi *in pieno cinteno* per eſſer gli archi che le terminano intere ſemicirconferenze di circolo e perciò non iſcritte nel circolo maſſimo della sfera, ma in un altro parallelo ad eſſo, e queſte occorron ſempre quando vuol darſi alla volta minor altezza di quella porterebbe ſe il retilineo ſu cui è formata, foſſe iſcritto nel circolo maſſimo della sfera, o come dicono i Pratici, darle meno rigoglio; allora per miſurar tali volte può operarſi nel ſeguente modo, il quale benchè non ſia in tutto rigor geometrico, è però tale, che può ſenza ſcrupolo aver luogo nella pratica, mentre volendo operare con tutto il rigore, la pratica ne è troppo lunga e laborioſa, particolarmente per i Pratici, per averne poi una differenza di nullo momento alla pratica. Veniamo all' eſempio.

Sia dunque la volta a vela *ABCD Figura* 131. coſtruita ſopra un quadrato, ma gli archi che la terminano ſieno archi di ſemicirconferenze di circolo. Prendaſi una riga ſottile, e fleſſibile di quelle che i Muratori chiamano *Cantinelle*, delle quali appunto ſe ne ſervono nella fabbrica delle Volte, onde pieganſi e ſi adattano alle ſuperficie curve, pongaſi queſta ſu la ſommità degli archi *AED*, *DFC*, e piegaſi facendola combaciare, e adattare ſopra la ſuperficie della volta, e dietro eſſa ſegniſi la curva *EF*, e lo ſteſſo facciaſi dall' altra punta oppoſta della volta *B*, le quali punte ſono chiamate dai Pratici. *Peducci della Volta*, poi dividanſi

in

in mezzo gli archi *EF*, *GH* in *I* e *K*, per queſti punti *I* e *K* e per i punti *D* e *B*, conducanſi, coll' ajuto della ſteſſa riga, le curve *ID*, *KB*, e ſe ne prenda la loro quarta parte *IM*, e *KL*, e per i punti *M* ed *L* condotta con una riga, o filo la *ML*, e nel mezzo *O* di eſſa alzata la perpendicolare *OP* fino alla ſommità della volta, e inteſo un ſegmento di sfera il diametro della cui baſe ſia *IL*, e la ſua altezza la *PO*, per lo che tali linee dovran miſurarſi, mentre ciò fatto, avrem quanto baſta per rilevar la miſura della ſuperficie di tal ſegmento sferico ſecondo gl' inſegnamenti del Problema II., il quale ci darà proſſimamente la ſuperficie della data Volta a vela *ABCD*.

La ſteſſa regola deeſi tenere quando la volta foſſe poſta ſopra qualche Poligono regolare, come, verbi grazia, dimoſtra la *Figura* 129. facendo quanto ſi è inſegnato di ſopra in due delle ſue punte diametralmente oppoſte della volta, come in *A* e *B*, lo che per eſſer chiaro da quanto ſi è inſegnato, ſopra ciò non ſe ne fa altra parola.

Se finalmente la volta foſſe ſopra un qualche Poligono irregolare; allora per trovare il diametro della baſe circolare del ſegmento sferico, deeſi operare con prudenza, acciocchè la ſuperficie di tal ſegmento venga proſſimamente uguale a quella della volta, cioè che a un dipreſſo la ſomma delle ſuperficie delle parti delle punte, o peducci che rimangono ſotto la baſe circolare del ſegmento, vengano a uguagliare il più della volta che reſta compreſo fra la baſe circolare di eſſo ſegmento, e gli archi che la terminano, come nella *Figura* 132.,

nella quale ſi è trovato il diametro *AB*, che forma il circolo *AEBF*, il quale coll'altezza *CD* da un ſegmento sferico, la cui ſuperficie è proſſimamente uguale a quella della volta, onde chiaramente ſi vede come deeſi operare con ſomma prudenza, e avvedutezza. Queſto caſo ſi è eſpreſſo in tal forma perche, quaſi mai accaderanno ſimili volte nelle Fabbriche.

I triangoli sferici, i quali ſi ſono inſegnati a miſurare nel Problema VI., ſono quelli che trovanſi nelle cantonate o angoli formati da quattro archi ſemicircolari, i quali ſoſtengono qualche Catino, o Cupola chiamati da'Pratici *Pennachj*. Se poi la Cupola, o Catino, foſſe poſto ſopra cinque ſei, o più archi, cioè foſſero poſti ſopra qualche poligono regolare, che può accadere in qualche maeſtoſa, e bizzarra Fabbrica, come ſe, verbi grazia, foſſero ſopra una volta eſagona come nella *Figura* 129. nella quale foſſe ſoprappoſto un Catino, Cupola, e ſuoi Tamburi; miſurata la ſuperficie di tal volta inteſa intera, e dalla ſua ſuperficie detratta la ſuperficie del ſegmento sferico fatto ſopra la *CD* coll'altezza della volta, meno la ſaetta di uno degli archi che terminano la volta, il reſiduo ſarà la ſuperficie di tutti i triangoli sferici; perciò diviſo tal reſiduo, nel noſtro caſo per 6., perchè ſono 6. i detti triangoli, ne avremo nel quoziente la quantità d'ognun di eſſi, nel qual modo deeſi intendere di qualſivoglia altro poligono regolare.

CAPITOLO

CAPITOLO IV.

Della misura della superficie degli sferoidi.

PROBLEMA I.

Dato uno sferoide, manifestare la sua superficie convessa.

Sia lo sferoide, chiamato ancora Ellissoide *ABCD Figura* 133., i cui assi sieno *AB* maggiore, verbi grazia, piedi 10., *CD* minore piedi 7. per averne la sua superficie calcolisi la circonferenza di quel circolo che si farebbe coll' asse minore *CD* dell' Ellissoide preso per diametro, e ne verranno piedi 22., questi moltiplicansi per la misura dell' asse maggiore *CD* piedi 10., e il prodotto 220. mostra che la superficie convessa del dato Ellissoide *ABCD* è piedi quadrati 220.

Si può ancora operare nel seguente modo; moltiplicansi insieme i due assi *AB* e *CD* dell' Ellissoide cioè piedi 10., con piedi 7., e il prodotto 70., si raddoppj, e fa 140., questo moltiplicasi sempre per 157., e il prodotto 21980., diviso sempre per 100. dà nel quoziente piedi quadrati 219. $\frac{4}{7}$, per la misura della superficie del dato Ellissoide *ABCD*, insensibilmente differente, per la pratica, dalla ritrovata di sopra.

Da quanto si è detto chiaramente deducesi, che dato qualsivoglia Semiellissoide come l' *ABC Figura* 134., per averne la sua superficie convessa, misurasi l' asse *AB*, che sia, verbi grazia piedi 7., e il semiasse *CD*, che sia piedi 5., calcolasi la circonferenza del circolo, il cui diametro sia l' asse

AB

AB piedi 7., il quale circolo è la baſe del ſemisferoide, e ſarà piedi 22., queſta circonferenza moltiplicaſi per piedi 5., misura del ſemiaſſe maggiore *CD*, mentre il prodotto piedi quadrati 110., e la ſuperficie conveſſa del ſemisferoide *ABC* ricercata.

AVVERTIMENTO.

La miſura della ſuperficie dello Elliſſoide inſegnata di ſopra non è in tutto rigor geometrico, come avviſammo nel Corollario del Capitolo I. ma è però tale che può ſenza ſcrupolo eſſer impiegata nella pratica: la regola Geometrica ſi vede in fine di queſto libro nelle memorie di *M. Senes* ſopra la miſura delle Volte, dove ſcorgeraſſi eſſer alquanto laborioſa per i Pratici.

COROLLARIO.

Le Cupole che fannoſi nelle Chieſe ſono ordinariamente compoſte di archi circolari. Sia verbi grazia, la linea *AB Figura* 135. la quale ſia il diametro di quel circolo, che tange, o tocca i quattro archi ſu quali vuol coſtruirſi la Cupola. Prendono gli Architetti ſecondo le regole dell'Architettura, due punti ugualmente diſtanti da *A* e da *B*, come il *C* e *D*, e preſi eſſi come centri, cogl'intervalli *DA*, *CB* deſcrivono i due archi *AE*, *BE*, i quali s'incontrano in *E*, ſtabiliſcono poi il diametro del circolo ſu cui voglion coſtruire il Cupolino, o Lanternino della Cupola, e queſto lo pongono nel mezzo *F* della *AB*, la metà da una parte, e la metà dall'altra di detto punto *F*, come il *GH*, e pei punti *G* e *H* conducono parallele

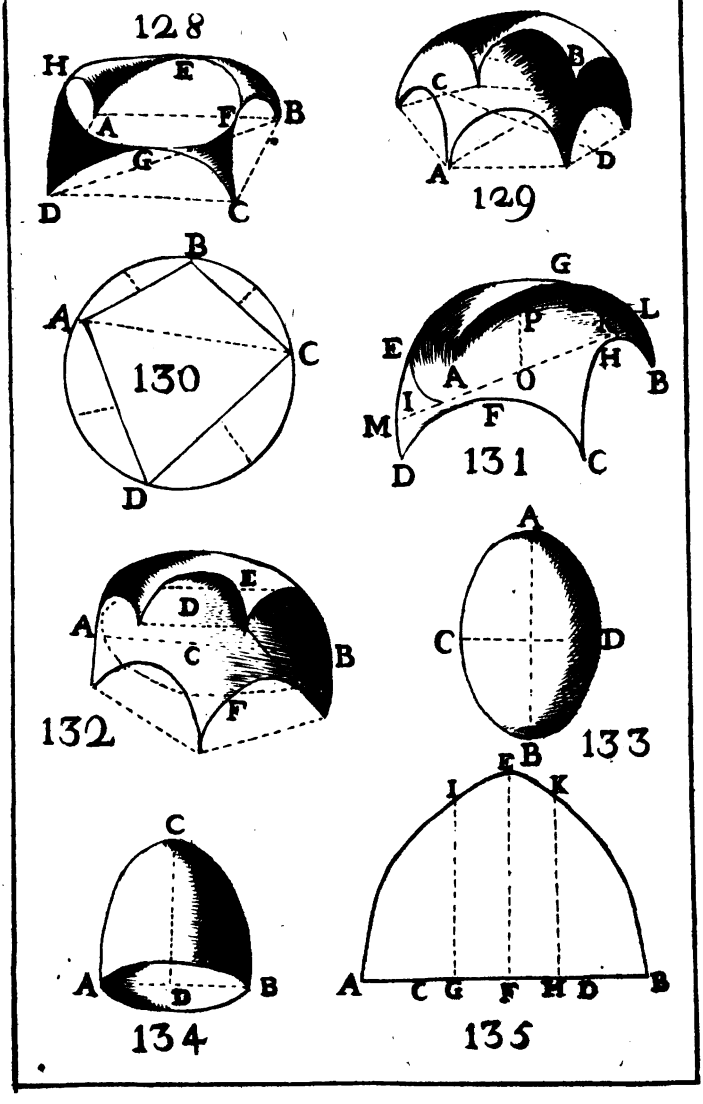
lele alla *FF* le rette *GI*, *HK*, le quali tagliano gli archi *AE*, *BE* in *I* e in *K*, onde per la volta della Cupola ne rimangono gli archi *AI*, e *BK*, la rivoluzione de' quali fatta attorno il circolo descritto dal diametro *AB*, dà la Volta *AIKB* della Cupola.

Le Volte delle Cupole fatte nel suddetto modo possonsi, senza divario di momento alcuno nella pratica considerare, come la superficie di un mezzo Ellissoide troncato nel suo vertice da un piano parallelo alla di lui base. Considerata dunque la superficie di una Cupola, come la superficie di un tronco di sferoide, la cui base sia il circolo descritto dal minor asse; deesi prima d'ogni altra cosa riconoscere l'asse maggiore, col quale si terminerebbe la sferoide che ha servito a descriver gli archi che compongono la sagoma della Cupola, quando ciò non si avesse operando sul disegno. Per riconoscer dunque in pratica tal asse, conducasi, *Fig.* 136. il diametro *AB* della base della Cupola, e sopra di esso dal punto *C* estremità o lembo del circolo superiore che taglia la sferoide, cioè dove è la base del Cupolino conducasi la perpendicolare *CG*, misurasi poi essa *CG* che sia piedi 22., e misurasi anche la *AG* che sia piedi 8., come pure misurasi il diametro *AB* che sia piedi 24., onde le sue metà *AH*, *HB*, saranno piedi 12. Ciò fatto moltiplicasi la *AG* piedi 8., per la *GB* che sarà piedi 16., essendo tutta 24., e il prodotto 128., tengasi a parte, quadrasi poi la *CG* che essendo piedi 22., il suo quadrato sarà 484., questo moltiplicasi per il prodotto di *AH* in *HB*, ovvero che è lo stesso per il quadrato di *AH*, o di *HB*, che sarà 144., e ne verrà per nuovo prodotto

prodotto 69696., e questo dividasi per il 128. tenuto a parte, e dal quoziente 544. $\frac{8}{128}$, estratta la radice quadrata, questa sarà 23. $\frac{83}{248}$, che può prendersi per 23. $\frac{1}{3}$, e tanti piedi saranno l'altezza *HI*, cioè il semidiametro maggiore della sferoide.

Ciò avuto abbiam quanto basta per misurare la superficie *ABCD* della Cupola in questo modo. Misurasi la superficie della semisferoide *ACIDB*, che ritrovasi, secondo gl'insegnamenti dell'antecedente Problema moltiplicando la circonferenza della base *AB*, la quale avendo per diametro piedi 24., la sua circonferenza trovata secondo s'insegnò nel Problema I. del Capitolo V. della Prima Parte, sarà piedi 75. $\frac{3}{7}$, moltiplicasi, dico, questa per la trovata altezza, o semiasse *IH* piedi 23. $\frac{1}{3}$, e il prodotto piedi quadrati 1760. è la superficie della semisferoide *ACIDB*, ma perchè vi è di più della superficie della Cupola la superficie del segmento di sferoide *CID*, questo si avrà moltiplicando la circonferenza del circolo *CD* per la sua altezza *IK*, la quale è la differenza della *CG*, dalla *IK*, ed essendo la *CG* piedi 22., e la *IH* si è trovata piedi 23. $\frac{1}{3}$, dunque la *IK* sarà piedi 1. $\frac{1}{3}$, trovasi dunque la circonferenza del circolo *CD*, il quale avendo di diametro piedi 8., sarà piedi 25. $\frac{1}{7}$, che moltiplicato per 1. $\frac{1}{3}$ dà piedi 33. $\frac{13}{21}$ per la superficie del segmento di sferoide *CID*, levato questo da tutta la superficie *ACIDB* della semisferoide trovata di sopra piedi 1760., il residuo 1726. $\frac{8}{21}$ sono i piedi quadrati, di cui n'è misura la data Cupola, o tronco di sferoide *ABCD* come cercavasi.

Le


128
H
E
A
F
B
G
D
C
129
C
B
A
D
130
B
A
C
D
131
G
L
E
P
A
O
H
B
I
M
F
D
C
132
E
D
A
C
B
F
133
A
C
D
B
134
C
A
D
B
135
E
B
I
K
A
C
G
F
H
D
B

Le volte le quali abbiano la ſuperficie di parte di un elliſſoide non uſanſi che per le Chieſe, o altri ſimili luoghi, ne' quali le muraglie, che le ſoſtengono ſieno circolari, mentre volendo farle ſopra figure rettilinee non farebbon bella comparſa all'occhio, e poi ſolamente potrebbonſi eſeguire in alcuni caſi. Si fanno bene delle volte a Cupola ſopra poligoni regolari, la curvità delle quali può eſſere, o circolare, o ellittica, ſecondo che le parti di ſuperficie cilindriche, che le compongono ſono circolari, o ellittiche nella maniera ſteſſa di quelle chiamate a Ciel di Carrozza, e ſpiegate addietro, come ſono quelle che ſi fanno ſopra le Torri quadrate, o Poligone, ed anche nelle Chieſe, come vedeſi nella *Figura* 137. che moſtra due ſimili volte a Cupola, delle quali la *AB* è tutta intera, e la *CD* è troncata, ma perchè per la miſura di queſte ne abbiamo quanto biſogna nelle memorie di *M. Senes* poſte nel fine di queſto libro, le quali volte da lui vengon chiamate *Volte a Cul di Forno a panza*, perciò ad eſſe rimetto il Lettore.

Avvertirò ſolamente, che ſe ſi voleſſe miſurare la parte *CD* che non è terminata eſſendo interrotta dal cupolino, ciò ſi avrà facilmente col trovar prima l'altezza che avrebbe ſe foſſe tutta intera, nel modo inſegnato di ſopra, adoperando per trovar tal altezza per diametro la diagonale condotta da un angolo oppoſto diametrale ad un altro del Poligono ſu cui è poſta la Volta o Cupola, poi miſurata come ſe foſſe tutta intiera, e miſurata ancora la parte che vi manca, la quale poi detratta da tutta la intera, darà nel reſiduo la ſuperficie ricercata.

ricercata. Ciò non ſpiegaſi d' avvantaggio, perchè oltre ciò che abbiam detto di ſopra, e da quello che è nelle ſuddette memorie, ogni coſa reſta chiara.

Le regole ſuddette di miſurare le Cupole, non ſono certamente di tutto rigor geometrico, hanno però tal differenza dal vero, che non reſta ſenſibile in pratica. Si ſono inſegnate in tal modo, perchè volendoſi adoperare regole più eſatte, queſte ſono proliſſe, difficili, e di gran calcolo, perciò non confacenti ai Pratici, che devono miſurarle, e molto più, perche come dicemmo non ſono dal vero differenti di coſa ſenſibile, e dannevole nella pratica.

CAPITOLO V.

Della miſura delle ſuperficie de' Conoidi Parabolici, ed Iperbolici.

PROBLEMA I.

Dato qualſivoglia Conoide Parabolico manifeſtare la ſua ſuperficie curva.

Sia il Conoide Parabolico chiamato ancora Paroboloide *ABC Figura* 138., il cui aſſe *BD* ſia, verbi grazia piedi 10., ed il diametro *AC* della ſua baſe piedi 16. raddoppiaſi l'aſſe *BD* che farà 20., quadraſi tanto queſto, quanto l' 8. metà del diametro *AC* e dalla ſomma dei loro quadrati eſtraggaſi la radice quadrata, che ſarà 21. $\frac{23}{42}$, moltiplicaſi queſto numero per la metà del diametro *AC* cioè per 8., e il prodotto 172. $\frac{10}{21}$ ſi divida per la ſomma del 21. $\frac{23}{42}$ trovato di ſopra col ſemidiametro 8., cioè per 29. $\frac{23}{42}$, e il quoziente ſarà piedi

piedi 5. $\frac{1039}{1041}$ che può prendersi per piedi 6. indi sommasi il 27. $\frac{23}{42}$ trovato di sopra con quello che manca al 6. ultimamente trovato per giungere al semidiametro piedi 8., che è 2., e fanno 23. $\frac{23}{42}$ prendasi inoltre la terza parte del diametro *AC* che è 5. $\frac{1}{3}$, questi due numeri 23. $\frac{23}{42}$ 5. $\frac{1}{3}$ moltiplicansi insieme, e del loro prodotto 125., tralasciata la frazione, estraggasi la radice quadrata che è piedi 11. $\frac{1}{11}$, questo numero, o misura intesa come raggio di un circolo, e calcolatone la sua capacità ne vengono piedi quadrati 386. $\frac{506}{847}$ per la misura della superficie curva del dato Conoide Parabolico *ABC*, ricercata.

Se poi fosse dato un mezzo Paraboloide come l' *ABC Figura* 139., per saperne la sua superficie deesi operare nello stesso modo mediante le misure del suo asse *AD* e diametro della base *BC* intendendo il Paraboloide come intero, che poi avutane l' intera superficie, e divisa questa per metà darà nel quoziente la superficie ricercata del mezzo Paraboloide *ABC*.

PROBLEMA II.

Manifestare la superficie curva del Conoide Iperbolico.

Del Conoide Iperbolico, chiamato ancora Iperboloide, *ABC Figura* 140., può aversi la sua superficie curva mediante il suo asse *BD*, e il di lui diametro *AC* della sua base, operando nel modo stesso che s' insegnò pel Paraboloide nel Problema antecedente.

AVVERTIMENTO.

AVVERTIMENTO.

La misura dell' Iperboloide in tal maniera trovata, certamente non è giusta, ma è però tale che può tollerarsi nella pratica, benche forse mai accaderà nelle Fabbriche, mentre se si volesse costruire una qualche Sala, la quale avesse quelle proprietà descritte nel Corollario del Problema II. Capitolo VII. della Prima Parte, si può avere lo stesso intento senza l' Iperboloide, usando l' Ellissoide, o il Paraboloide, e se si volesse dare la Geometrica misura dell' Iperboloide, sarebbe questa troppo imbarazzata per i Pratici, per lo che sopra ciò non ne faremo altra parola.

COROLLARIO.

Può alcuna volta accadere doversi misurare delle volte Ellittiche, e Paraboliche, e sconvenevol non sarebbe costruirne alcune in qualche nuovo Palazzo, o Fabbrica; non devon però queste esser costruite con particolari regole per averne gli effetti descritti nel Corollario accennato di sopra, e miglior effetto produrranno se saran costruite sopra Sale circolari, o Ellittiche, benchè ciò possa aversi anche sopra figure rettilinee, e particolarmente sopra poligoni regolari, e tali costruir se ne possono che d' ogni intorno si abbia il medesimo effetto rispettivamente al punto opposto, ed anche può aversi in alcuni luoghi fuori del contorno, cioè in alcuni punti verso il mezzo della Sala, delle quali cose quì ora non è mio scopo parlarne, bensì ne darò alcune regole in un mio Trattato di alcune

alcune coſe d'Architettura, meno delle altre, o in alcun modo, deſcritte dagli Autori, ſe piacerà a Dio concedermi e tempo e vita di poter ciò ridurre a fine.

Voglio finalmente avvertire, che ſe per avventura alcune di quelle Volte che ſi voglion miſurare foſſero interrotte con Lunette, o fineſtre, o altra ſezione, deeſi allora dalla miſura dell'intera ſuperficie della Volta detrarre la miſura che compete a qualſivoglia Lunetta, o Fineſtra, o altra ſezione per averne nel reſiduo la giuſta capacità della Volta. Molte volte poſſonſi ideare, immaginare, ed eſeguire curioſe, e bizzarre, compoſte con varie parti di ſuperficie curve, le quali idee poſſonſi facilmente miſurare da chi avrà inteſo il fin ora inſegnato, e da quanto ne ſcrive *M. Senes* nelle ſue memorie ſopra la miſura delle Volte, regiſtrate nel fine di queſto Trattato.

PARTE TERZA

Della misura dei Solidi, o Stereometria.

CAPITOLO PRIMO.

Della misura della solidità dei Cubi, dei Parallelepipedi, e dei Prismi.

PROBLEMA I.

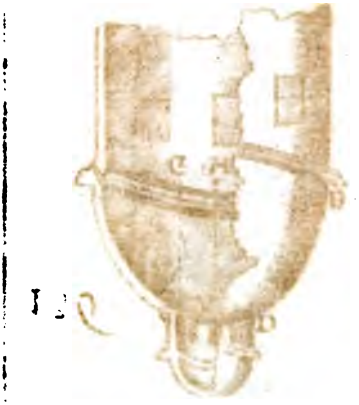
Dato un Cubo manifestare la sua solidità.

SIA il Cubo *AB Figura* 141., per averne la sua solidità misurasi uno de' suoi lati, che sia verbi grazia, piedi 8., si quadri, cioè si moltiplichi in se stesso, e il prodotto 64., sarà la capacità dei piedi quadrati di cui è capace uno dei quadrati che lo terminano; indi moltiplicansi i detti piedi 64., per lo stesso 8., e il prodotto 512., mostra come il dato Cubo *AB*, è capace di 512. piedi cubi, che è la ricercata misura.

PROBLEMA II.

Dato un Parallelepipedo, rilevarne la sua solidità.

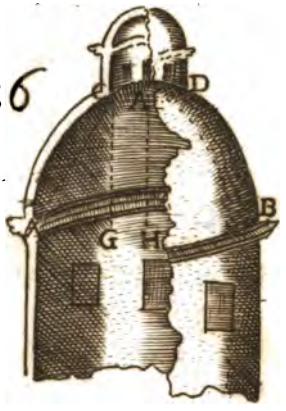
Sia il Parallelepipedo *AB*, *Figura* 142., misurasi la capacità di uno de' parallelogrami, che lo terminano come il *CB*, misurandone i suoi due lati *CD* e *DB*, il primo de' quali sia piedi 6., e l'altro piedi 4. che assieme moltiplicati danno 24. piedi quadrati per la misura del Parallelogramo, o base *CB* del Parallelepipedo, questi piedi 24., moltiplicansi



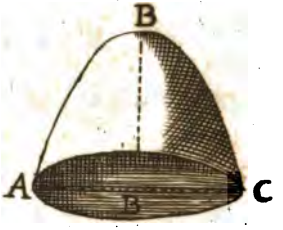
C

B

136

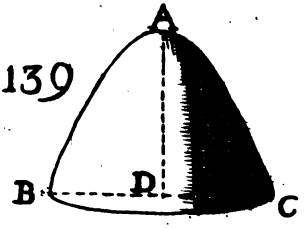


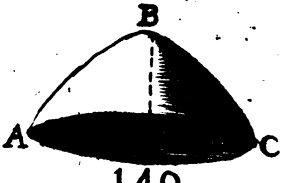
138



137

139





140

canſi per la miſura di uno degli altri lati del Parallelepipedo, come per l'*EB*, che ſia piedi 12., e il prodotto 288., moſtra, che 288. piedi cubi ſono la capacità del dato Parallelepipedo *AB*.

Dal ſuddetto modo di operare, chiaramente ſi vede che per avere la ſolidità di qualſivoglia Parallelepipedo biſogna miſurare la ſua lunghezza, larghezza, e altezza, mentre il prodotto di queſte tre miſure danno la ſolidità ricercata.

Se poi il Parallelepipedo foſſe obliquo, cioè non foſſe contenuto dai rettangoli come l'*AB Figura* 143. e il *CE Figura* 144., allora miſurate le baſi *CB*, *DE*, queſte ſi moltiplicheranno per le loro altezze *AD*, *EF*, perpendicolarmente condotte dai punti *A* ed *E* fino al piano delle baſi *BC*, *CG*, inteſe prolungate, cioè le ſue tre misure per rilevarne le loro ſolidità, che ſaranno le tre linee *BE*, *EC*, *AD* nel primo, e le *CD*, *DG*, *EF*, nel ſecondo.

PROBLEMA III.

Dato un Priſma rilevarne la ſua ſolidità.

Comechè i Priſmi altro non ſieno che Parallelepipedi, in altro non eſſendo diverſi che nella baſe, mentre quella de' parallelepipedi è parallelograma, e quella di queſti ultimi può avere qualſivoglia figura rettilinea, perlochè la ſteſſa regola della miſura dei Parallelepipedi deeſi uſare per i Priſmi.

Sia dunque il Priſma Pentagonale *AB Figura* 145., miſurata che ſiaſi la baſe *BCDEF* ſecondo le regole inſegnate nella miſura delle figure piane, e moltiplicata queſta per la di lui altezza, come per

la *BA*, oppure se il Prisma è inclinato, come nella *Figura* 146., si moltiplicherà per la perpendicolare *XY*, il prodotto sarà la solidità ricercata, la qual cosa essendo da se chiara non si spiega d' avvantaggio.

COROLLARIO.

Per sapere la quantità della terra che deesi escavare per far qualche fondamento, chiaro vedesi, che per lo più bisogna misurare il Parallelepipedo; per saperne poi la quantità dei materiali che vi vorranno a riempirlo, di più per sapere la solidità di qualche grosso muro, o simile, deesi pure misurare il Parallelepipedo avendone esso la sua figura; e quando poi si dovesse rilevare la quantità della terra da escavarsi per fare un qualche sotterraneo, il quale fosse uguale in lunghezza, larghezza, e altezza, in tal caso bisogna misurare il Cubo.

Gli altri Prismi poi di qualunque sorta essi sieno, possono molte volte accadere nelle Fabbriche. Nella *Figura* 147., non solo la muraglia *ABCDEF* fatta a scarpa in *EF* è un Prisma quadrangolare, ma i contraforti *G*, *H* sono anch' essi Prismi, e Prismi triangolari. Le Cisterne, o Pozzi Poligoni come nella *Fig.* 148., sono un Prisma esagonale, del quale volendo saperne il suo contenuto, ovvero la sua quantità della terra che escavar deesi per costruirlo, è necessario misurare il Prisma esagonale; e moltissimi altri casi possono accadere nelle Fabbriche, e segnatamente nelle fortificazioni; moltissimi altri casi di Prismi possono succedere nella pratica,

i quali

i quali non importa annoverare, baſtando ſaperne rilevar la loro ſolidità quando il biſogno lo richiede.

CAPITOLO II.

Della miſura della ſolidità delle Piramidi, e loro parti.

PROBLEMA I.

Data qualſivoglia Piramide far nota la ſua ſolidità.

Sia la Piramide quadrilatera *ABCDE Figura* 149., ovvero la *ABCDEFG*, *Figura* 150., per rilevarne la ſua ſolidità, miſuranſi le loro baſi *BCDE*, *BCDEFG*, e tali miſure moltiplicanſi per le loro riſpettive altezze *AF*, *AH*, e dal prodotto ſe ne prenda la terza parte, che ſarà la ſolidità delle Piramidi.

Se nella *Figura* 149. la baſe della Piramide *BCDE*, ſia un quadrato il cui lato ſia piedi 6., moltiplicato queſto in ſe ſteſſo darà piedi quadrati 36., per la capacità di eſſo quadrato, o base della Piramide, queſti piedi 36. moltiplicati poi per l'altezza *AF*, che ſia piedi 9., e del prodotto 324. preſone la terza parte, queſta ſarà 108. piedi cubi, miſura ricercata della data Piramide *ABCDE*. Nello ſteſſo modo ſi avrà la ſolidità della Piramide *ABCDEFG*, *Figura* 150., e così pure delle altre che abbian baſi diverſe.

Se poi la Piramide foſſe inclinata, allora la capacità della ſua baſe *ABCD Figura* 151., dovrà moltiplicarſi per l'altezza perpendicolare *EF* condotta dal vertice *E* di eſſa fino al piano della baſe, in-

teſo prolungato, e poi, come ſopra, prenderne la terza parte del prodotto per la ſolidità della data Piramide.

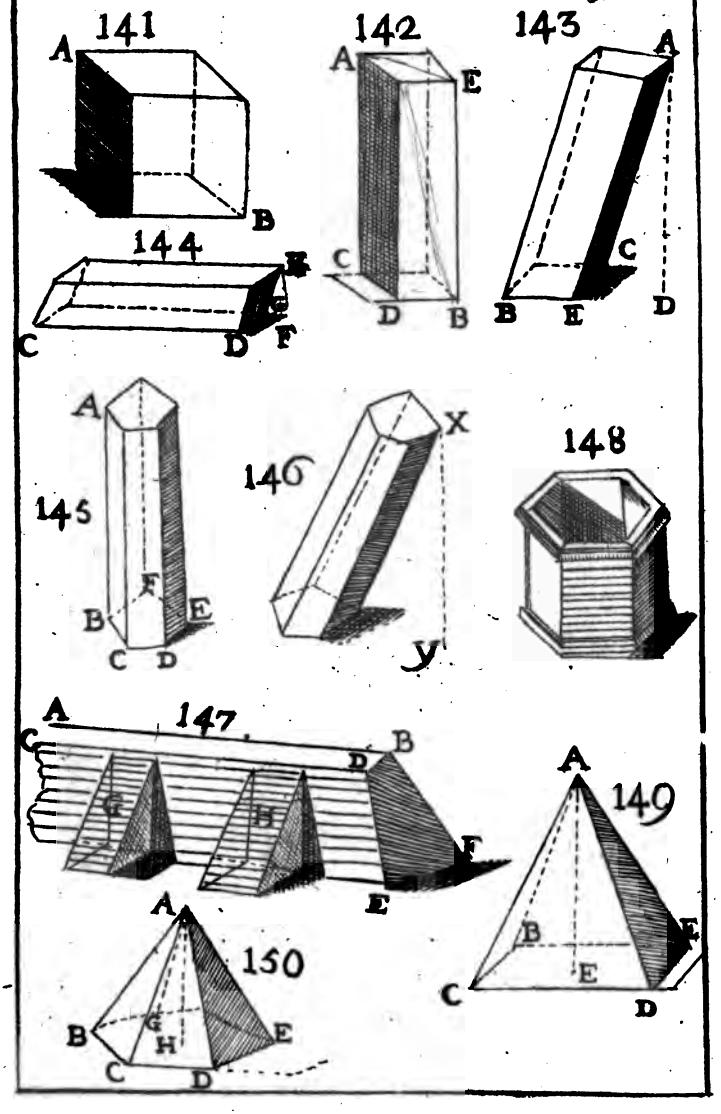
PROBLEMA II.

Dato un tronco di Piramide, manifeſtare la ſua ſolidità.

Sia il tronco di piramide *ABCDEFGH Figura* 152. figuraſi la piramide terminata, come ſi vede in *ABCDI*, poi miſuraſi la baſe *EFGH*, e moltiplicata per l'altezza *IL*, e preſone la terza parte del prodotto, queſta ſarà la ſolidità di tutta la piramide *EFGHI*, indi miſuraſi la piramide *ABCDI* moltiplicando la capacità della ſua baſe *ABCD* per la ſua altezza *IK*, e preſone il terzo del prodotto queſto ſi leverà da tutta la piramide *EFGHI*, mentre nel reſiduo ne avremo la ſolidità del tronco di piramide *ABCDEFGH* ricercata.

Sia per eſempio la baſe *EFGH* un rettangolo i cui lati ſieno *FG* piedi 12., *GH* piedi 9., onde la ſua capacità ſarà piedi 108. L'altezza *IL* ſia piedi 15., la quale moltiplicata col 108., e preſa la terza parte del prodotto ne vengono 540. piedi cubi per la ſolidità di tutta la piramide *EFGHI*. Miſuraſi inoltre la baſe *ABCD* della piramide *ABCDI*, i cui lati ſieno *AD* piedi 4., e *DC* piedi 3. perciò la ſua ſuperficie ſarà piedi 12., che moltiplicata coll'altezza *IK*, che ſia piedi 5., e del prodotto 60., preſone il terzo ne verranno piedi cubi 20. per la capacità o ſolidità della Piramide *ABCDI*. Levati dunque queſti piedi 20. da tutta la piramide' piedi 540., il reſiduo piedi cubi 520., è la ſolidità del tronco di piramide *ABCDEFGH* ricercata.

La


141
A
B
142
A
E
C
D
B
143
A
C
B
E
D
144
C
D
F
145
A
F
B
E
C
D
146
X
Y
148
147
A
C
B
D
G
H
F
E
149
A
B
E
C
D
150
A
G
H
B
E
C
D

rà 36., aggiungaſi queſto alle miſure delle due baſi *ABCD* 12., *EFGH* 108., che tutto inſieme fa 156., moltiplicaſi queſti per altezza *KL* piedi 10., e del prodotto 1560. ſe ne prenda la ſua terza parte, che ſarà piedi cubi 520., miſura della ſolidità del tronco piramidale *ABCDEFGH*, come ſopra.

COROLLARIO.

Che poſſa nelle Fabbriche occorrer la miſura delle ſolidità delle piramidi, e tronchi di eſſe, fede ne fanno oltre molte parti delle fortificazioni, e per ricorrere ai più triviali eſempj, i contraforti, o ſproni, che ordinariamente ſi fanno fra gli archi de' gran ponti di pietra per ſminuir l'impeto, ed urto della corrente dell' acqua, acciocchè men pena ne riſenta il ponte ſteſſo, come vedeſi nella *Figura* 153., nella quale i contraforti o ſproni fra arco, e arco ſegnati *A* e *B* ſono piramidi triangolari, che nella baſe o parte inferiore riduconſi in priſmi. I contraforti che ſoſtengon la terra di qualche terrapieno ſono per lo più piramidi troncate da un piano parallelo alla lor baſe, come vedeſi nella *Figura* 154. in *C* e *D*; moltiſſimi altri caſi ſimili occorrono, non ſolo nelle fortificazioni, ma anche nella Civile Architettura, ad accennare i quali perder non vogliomi, baſtandomi aver fatto vedere, che occorrer poſſono nelle Fabbriche le miſure delle piramidi, e ſuoi tronchi.

CAPITOLO

CAPITOLO III.

Della misura della solidità de' Cilindri, e loro parti.

PROBLEMA I.

Dato un Cilindro rilevarne la sua solidità.

I Cilindri possonsi intendere come prismi, la cui base sia un poligono d'infiniti piccoli lati, o latercoli, perciò la misura d'essi sarà la stessa che quella dei prismi.

Sia dunque il Cilindro *ABCD Figura* 155., per averne la sua solidità, misurasi il circolo *CD* della sua base, lo che si ha mediante la misura del suo diametro *CD*, operando come nel Problema I. del Cap. V. della Seconda Parte, la capacità del quale moltiplicherassi per l'altezza *AD* del Cilindro, se è retto, oppure coll'altezza perpendicolare *BY* come nella *Figura* 156., se è obliquo, e ne avremo nel prodotto la ricercata solidità.

Sia per esempio il diametro *CD* della *Figura* 155., e 156. piedi 7., quadrasi questo, e il suo quadrato moltiplicasi sempre per 11., e il suo prodotto diviso per 14. dà nel quoziente piedi quadrati 38. $\frac{1}{2}$ per la misura, o superficie delle basi circolari *CD*, questa moltiplicasi per l'altezza *AC*, ovvero *BD Figura* 155., oppure se il Cilindro è obliquo per la *BY Figura* 156., che sieno verbi grazia piedi 12., il loro prodotto 462. sono i piedi cubi, dei quali ne è capace la solidità di ognuno dei Cilindri *ABCD*.

Si

Si può ancora avere tal ſolidità in queſto modo, che è molto utile per evitare le frazioni che poſſono avvenire nella miſura della baſe, il qual modo è di moltiplicare il quadrato 49. del diametro *CD* della baſe piedi 7., per l'altezza del Cilindro, già ſuppoſta piedi 12. e il prodotto 588. moltiplicarlo ſempre per 11., e queſt'ultimo prodotto 6468. dividerlo ſempre per 14., mentre nel quoziente ſi avran come ſopra 462. piedi cubi miſura o ſolidità del Cilindro *ABCD*.

Se poi il Cilindro aveſſe per ſua baſe non un circolo, ma un'elliſſi o altra figura curvilinea, la regola è la ſteſſa, mentre rilevata la capacità dell'elliſſi o altra figura curvilinea che poſſa aver per baſe, e moltiplicata queſta per l'altezza del Cilindro, il prodotto darà la ricercata ſolidità.

COROLLARIO.

Non accaderebbe nemmeno far parola ſe accader poſſa nelle Fabbriche la miſura dei Cilindri, e per non dare eſempj rari, dico, che ſe voglionſi far colonne di pietra, per ſapere i predini che voglionvi per coſtruirle, biſogna pur miſurare il Cilindro. Se ſaper vuolſi facilmente la ſolidità di un qualche muro cilindrico fatto, o da farſi, verbi grazia la rondella di un qualche antico Caſtello, ovvero la muraglia di qualche Pozzo, o Ciſterna circolare o ellittica, biſogna rilevare, come ſi dirà a ſuo luogo, l'intera ſolidità del vacuo, e quella di tutto il vacuo col muro inſieme per averne dopo la ſottrazione, la ſolidità del muro che la compone:

pone: oh quanti casi possono mai accadere! Un occhiata all' Architettura civile Militare, Idostratica, che vedrassi se v' è bisogno all' Architetto, ed Inspettor di Fabbriche saper rilevare la solidità dei Cilindri.

CAPITOLO IV.

Della misura della solidità dei Coni, e loro parti.

PROBLEMA I.

Dato un Cono manifestare la sua solidità.

ABbiamo detto come il Cilindro altro non è che un Prisma, considerando la sua base come un Poligono composto d'infiniti latercoli; nello stesso modo il Cono può intendersi per una Piramide, la cui base sia un Poligono composto d' infiniti latercoli, per lo che la regola insegnata per la misura delle Piramidi ugualmente serve per la misura dei Coni.

Sia il Cono *ABC Figura* 157. per rilevarne la sua solidità, misurasi il diametro del circolo che li serve di base, cioè il *BC* che sia, verbi grazia, piedi 7., e mediante esso secondo le regole già insegnate, calcolasi la superficie di tal circolo, che sarà piedi quadrati 38. $\frac{1}{2}$, moltiplicansi questi per l' altezza *AD* oppure *AY Figura* 158., se il Cono è obliquo, la quale sia, verbi grazia piedi 9., e del prodotto 346. $\frac{1}{2}$ presane la terza parte 115. $\frac{1}{2}$ tanti saranno i piedi cubi che comprendonsi nella solidità del dato Cono *ABC*.

Si

Si può ancora rilevare la ſolidità del Cono nel ſeguente modo, col quale ſchifanſi le frazioni che ordinariamente avvengono nella miſura della baſe. Moltiplicaſi il quadrato 49. fatto dal diametro *AC* della baſe del Cono ſempre per 11., e il prodotto 539. moltiplicaſi per la terza parte dell' altezza *AD*, ovvero *AY* che è 3., e il prodotto 1617. dividaſi ſempre per 14., mentre il quoziente 115. $\frac{1}{2}$ ſono i piedi cubi di cui è capace il dato Cono, come ſi trovò di ſopra.

AVVERTIMENTO.

I Coni, che ſervono ordinariamente nella pratica ſono retti, nel qual caſo la linea della ſua altezza cade dal vertice del Cono al centro della ſua baſe, e come che può alcuna volta accadere queſt' altezza non poſſaſi in pratica facilmente misurare, per averla operaſi così.

Miſurasi il lato del Cono *AB* ovvero *AC Figura* 157., che ſupponiamo eſſere once 25., miſuraſi anche il ſemidiametro *BD* ovvero *DC*, che ſia verbi grazia once 15., facciaſi il ſuo quadrato che è 225., e levaſi dal quadrato 625. del lato *AB*, e la radice quadrata del reſiduo 400. da once 20. per l'altezza *AD* del Cono.

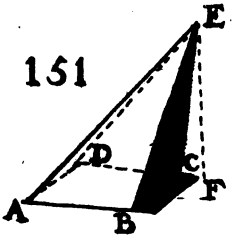
PROBLEMA II.

Dato un Cono retto tagliato da un piano parallelo alla baſe, manifeſtare la ſua ſolidità.

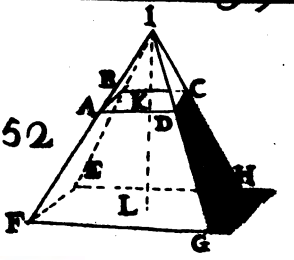
Lo ſteſſo modo col quale s' inſegnò miſurare un tronco di Piramide, ſerve per miſurare un tronco

di

151

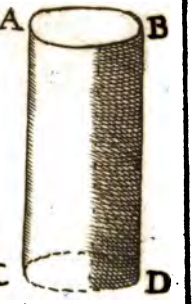


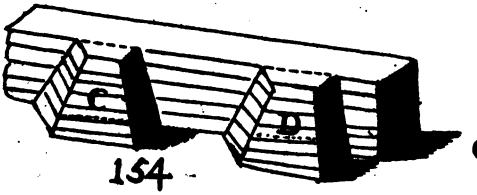
152



153

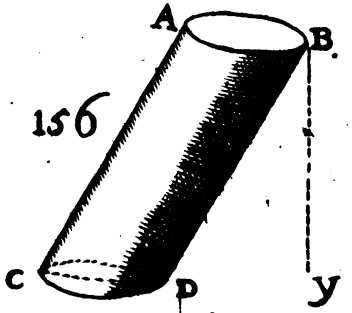
155

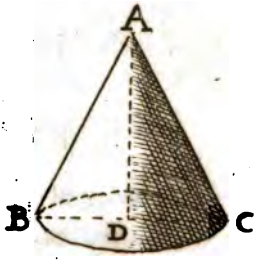




154

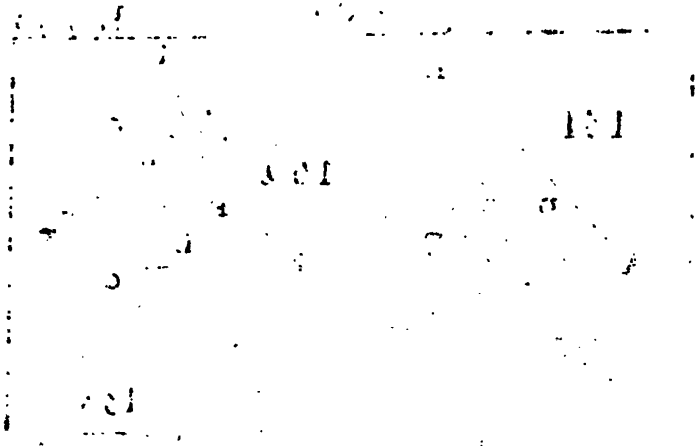
156





157

UNIV OF MICH.



di Cono come il *BCDE Figura* 159., e l'intenderemo terminato in *A*. Sia dunque *DE* il diametro della baſe piedi 8., e mediante eſſo miſuraſi il ſuo circolo, che ſarà piedi 50. $\frac{2}{7}$ queſto numero ſi moltiplichi per l'altezza *HF* di tutto il Cono che ſia piedi 14., e del prodotto 704. preſane la terza parte 234. $\frac{2}{3}$, queſti ſaranno i piedi cubi della ſolidità di tutto il Cono *ADE*. Miſuraſi inoltre il diametro *BC* che ſia piedi 4., e l'altezza *AG*, che sia piedi 7., e calcolata la ſuperficie del circolo *BC*, ſarà 12. $\frac{4}{7}$ la quale moltiplicata per l'altezza *AG*, che sia piedi 7., e preſo il terzo del prodotto 88. che è 29. $\frac{1}{3}$, queſti ſaranno i piedi cubi della ſolidità del Cono *ABC*, che manca al tronco *BCDE* per compiere l'intero Cono *ABE*, levato dunque queſto 29. $\frac{2}{3}$ da tutto il Cono *ADE* piedi cubi 234. $\frac{2}{3}$, il reſiduo piedi cubi 205. $\frac{1}{3}$ ſarà la ſolidità ricercata del tronco di Cono *BCDE*.

E perchè per miſurare nel ſuddetto modo il tronco di Cono, ſi ſuppone nota l'altezza *AG* del rimanente che biſognerebbe al tronco per compiere l'intiero Cono, onde per venire in cognizione di tal altezza operaſi come ſiegue.

Prendaſi la differenza del raggio *BG* dal raggio *DF* che è piedi 2., con queſta dividaſi il prodotto 14. del raggio *BG* piedi 2. nell'altezza *GF* piedi 7., e il quoziente piedi 7. moſtra, che l'altezza cercata *AG* è piedi 7.

Ancor quì, come ſi diſſe nella miſura dei tronchi delle piramidi, può averſi la miſura del tronco conico *BCDE* indipendentemente dall'altezza *AG* operando nello ſteſſiſſimo modo che di ſopra inſegnoſſi

gnoſſi per i tronchi delle piramidi, e come ſegue.

Aggiunganſi inſieme le due baſi o circoli *BC DE*, il primo dei quali è 12. $\frac{4}{7}$ e l'altro 50. $\frac{2}{7}$ per averne la ſomma 62. $\frac{6}{7}$, e moltiplicanſi anche inſieme per averne il prodotto 632. $\frac{8}{49}$ dal quale eſtratta la radice quadrata 25. $\frac{1}{7}$ e aggiunta alla precedente ſomma 62. $\frac{6}{7}$, fa 88. la quale moltiplicata per l'altezza *GF* piedi 7. e preſone il terzo del ſuo prodotto, dà come ſopra piedi cubi 205. $\frac{1}{3}$ per la ſolidità del tronco di Cono *BC DE*.

Si può ancora per ſcanſar le frazioni che poſſono avvenire nella miſura delle baſi, e ancora nella radice quadrata dei loro prodotti operare nel ſeguente modo.

Moltiplicanſi inſieme i diametri *CB* e *DE*, cioè 4., e 8. che fanno 32. che aggiunto alla ſomma dei quadrati delli ſteſſi diametri *CB* e *DE*, cioè di 4. e 8. che ſono 16. e 64. ſi avrà la ſomma 112. la quale ſi moltiplica ſempre per 157. e il prodotto 17484. moltiplicato per l'altezza *GK* piedi 7., e preſone il ſeſto del ſuo prodotto che è 20398., e diviſo ſempre per 100. il quoziente 203. $\frac{98}{100}$ che può prenderſi per 204. ſono i piedi cubi della ſolidità del dato tronco *BCDE*, che è anche più eſatta di quello di ſopra.

COROLLARIO.

I Coni, ſe non ſovente, almeno alcuna volta occorrer poſſono nelle Fabbriche. Vi ſono molte cime di campanili fatti in forma di Cono, e altre ſimili Fabbriche antiche. I tronchi di Cono occorron

corron più ſovente, come per rilevare la capacità di una qualche Ghiacciaja, non tanto per ſaperne la terra da eſcavare per fabbricarla, quanto per poterne dedurre dalla miſura ſe ſarà capace di tanto Ghiaccio, quanto importa l'annuo conſumo, e anche per rilevar la ſolidità delle muraglie che la compongono, come vedraſſi quando s'inſegnerà il modo di miſurare i corpi vuoti. La terra che biſogna provedere per riempiere alcune macchine di Vimini in forma di tronco di Cono chiamate comunemente Gorzi per adattarli lungo la ſponda di qualche torrente per riparar le ripe dalla corroſione, dipende dalla miſura dei tronchi conici, e molti altri caſi poſſono occorrere nella pratica che ſenza l'ajuto della miſura dei Coni non potrebbonſi ſciorre.

CAPITOLO V.

Della miſura della ſolidità della Sfera, e ſue parti.

PROBLEMA I.

Data una Sfera, manifeſtare la ſua ſolidità.

Sia la Sfera *ABCD Figura* 160., miſuraſi il ſuo aſſe, o diametro *AB*, che ſia piedi 7., calcolaſi mediante eſſo il circolo maſſimo di eſſa, cioè il circolo fatto dal detto diametro, che ſarà piedi 38. $\frac{1}{2}$ queſto moltiplicaſi per i piedi 7. miſura dello ſteſſo diametro *AB*, e del prodotto 269. $\frac{1}{2}$ prendaſene i $\frac{2}{3}$ che ſono piedi cubi 179. $\frac{2}{3}$, miſura della ſolidità della Sfera *ABCD*.

Oppure

Oppure ſi faccia il cubo del diametro *AB* piedi 7., cioè ſi moltiplichi 7. per 7., e il prodotto 49. moltiplicaſi un' altra volta per 7., che il numero 343. che ne proviene è il cubo del diametro *AB*, queſto numero 343. moltiplicaſi ſempre per 11., e il prodotto 3773. dividaſi ſempre per 21., mentre il quoziente 179. $\frac{2}{3}$ moſtra i piedi cubi di cui è capace la ſolidità della Sfera come ſopra.

Si può anche averne la ſolidità miſurando la ſuperficie della Sfera nel modo inſegnato addietro, che ſarà 154., queſto moltiplicaſi per il diametro piedi 7., e il prodotto 1078. dividaſi ſempre per 6., mentre ne verrà nel quoziente piedi cubi 179. $\frac{2}{3}$ come ſopra.

PROBLEMA II.

Dato un ſegmento di ſfera, manifeſtare la ſua Solidità.

Se il ſegmento è una mezza sfera; preſo il diametro della baſe, e mediante eſſo manifeſtata la ſolidità dell' intera sfera, ſecondo le regole inſegnate nell' antecedente Problema, e preſone la ſua metà, queſta ſarà la capacità ſolida dell' Emisfero.

Se poi il ſegmento di sfera foſſe minore della mezza sfera come il *BLK Figura* 165., allora si opererà come ſiegue.

Miſurisi il diametro *LK* della baſe, che sia piedi 12., e miſurasi anche l' altezza *BI*, che sia piedi 4. mediante queſte miſure si troverà il diametro del Circolo maſſimo di tutta la sfera, cioè il diametro ſteſſo della sfera, uſando gl' inſegnamenti

menti del Problema VII. del Capitolo V. della Prima Parte, e ſi troverà eſſere piedi 13. Moltiplicaſi la metà di queſto diametro cioè 6. $\frac{1}{2}$ per l'altezza *BI* piedi 4., e il prodotto 26., dividaſi pel rimanente del diametro; toltone la *BI* che ſarà 9. e al quoziente 2. $\frac{8}{9}$ aggiungaſi la ſteſſa *BI*, e farà 6. $\frac{8}{9}$; indi trovaſi la circonferenza della baſe *LK* mediante il diametro *LK* piedi 12., e ſarà 37. $\frac{5}{7}$, queſto moltiplicaſi colla miſura trovata di ſopra 6. $\frac{8}{9}$, e il prodotto 259. $\frac{17}{21}$, dividaſi ſempre per 3. mentre il quoziente piedi cubi 86. $\frac{38}{63}$, moſtra la ſolidità del dato ſegmento *BLK* ricercata.

PROBLEMA III.

Dato un ſegmento di ſfera, compreſo fra due circoli, far nota la ſua capacità ſolida.

Sia il ſegmento *ABCD Figura* 162., per averne la ſua ſolidità biſogna intendere il ſegmento terminato come il *DAEBC*, miſurato poi tutto detto ſegmento, e miſurato ancora il ſegmento aggiunto *AEB*, e levato dal ſegmento *DAEBC*, il reſiduo ſarà il ſegmento *ABCD* ricercato. Per far ciò biſogna, oltre le miſure note *AB*, *DC*, *FG*, ſapere ancora l'altezza *EF*; la detta altezza ſi ha facilmente allora quando la baſe *DC* è un circolo maſſimo della ſfera, nel qual caſo la *DC* è il diametro di eſſa, onde allora per avere la *EF* baſta levare dal ſemidiametro *DG* la *FG*, mentre il reſiduo ſarà la *EF*. Ma la coſa paſſa diverſamente allor quando il ſegmento *DAEBC* è minore della mezza ſfera, e allora

per trovare la *EF* bisognerebbe servirsi di non mediocre calcolo con estrazion di radici, che farebbe riuscire la pratica non poco composta, però i pratici, che amano la brevità e la facilità, possono operar come siegue.

Ponganſi in carta le parallele *AB*, *DC* colla loro distanza *FG*, e colle loro rispettive misure, mediante una Scala; ciò fatto trovisi il centro di quel circolo il quale descritto passi per tre dei punti *A*, *B*, *C*, *D*, nel modo ordinario e a tutti cognito, il qual circolo passando per tre dei detti punti, passerà ancora per il quarto; misurasi poi colla scala la parte *EF* di tal diametro, che così avremo la misura ricercata, onde allora ne avremo le necessarie misure per manifestare la solidità dei segmenti *DAEBC*, e *AEB*, secondo ciò che si è insegnato nell' antecedente Problema, e tolto poi quest' ultimo dal primo, il residuo sarà la solidità del ricercato segmento *ABCD*.

COROLLARIO.

La misura della sfera, e particolarmente de' suoi segmenti è molto utile per rilevare la solidità delle Tribune o Catini, che ordinariamente fannosi nelle Chiese, mentre calcolata la solidità di tutto il Catino compresovi la grossezza del muro, e inteso tutto pieno, poi rilevata la solidità del vacuo, e detratta questa della prima solidità, ne avremo nel residuo la solidità della fabbrica o muro che compone tal Tribuna. Così pure i segmenti, come quelli spiegati nel terzo Problema possono nello stesso modo servire per rilevare la solidità del muro

muro di un Catino troncato nel ſuo apice, cioè che abbia ſopra il ſuo Cupolino; può anche giovar molto la miſura della ſolidità della sfera e ſue parti in molti altri caſi, che quì non annoveranſi.

CAPITOLO VI.

Della miſura della ſolidità degli ſferoidi e loro parti.

Sia lo sferoide *ABCD Figura* 163., per averne la ſua ſolidità, miſuranſi i due aſſi *AB*, *CD*, il primo e maggiore de' quali ſia piedi 8., e l'altro piedi 4., miſuraſi poi ſecondo le regole inſegnate la solidità della sfera, che ſarebbe deſcritta dall' aſſe di rivoluzione *AB*, che verrà piedi cubi 268. $\frac{4}{21}$, e in queſto caſo, perchè lo sferoide è formato ſopra la rivoluzione del ſuo maggior aſſe *AB*, ſi moltiplicherà la ſolidità della sfera trovata 268. $\frac{4}{21}$ per 16. quadrato dell'aſſe minore, e il prodotto ſi dividerà per 64. quadrato dell'aſſe maggiore, mentre il quoziente piedi cubi 67. $\frac{1}{21}$ ſara la ricercata ſolidita dello sferoide *ABCD*.

Se poi lo sferoide foſſe compreſſo in forma di Cipolla, cioè foſſe ſtato deſcritto dalla rivoluzione del ſuo aſſe minore, la regola è pure la ſteſſa, mentre allora miſurata la ſolidità della sfera che ſi deſcriverebbe dall' aſſe di rivoluzione *CD* che eſſendo piedi 4., la sfera ne ſarà 33. $\frac{11}{21}$, e in queſto caſo, perche lo sferoide è formato ſopra la rivoluzione del ſuo aſſe minore *DC*, ſi moltiplicherà la ſolidità della sfera trovata 33. $\frac{11}{21}$ per 64. quadrato dell' aſſe maggiore e il prodotto ſi dividerà per 16.

quadrato dell' asse minore, mentre il quoziente piedi cubi 134. $\frac{2}{11}$ è la solidità dello sferoide schiacciato, cioè descritto dalla rivoluzione del suo minor asse *CD*.

Si può anche, per evitar le frazioni che possano arrivare alla misura della solidità della sfera, operare in questo modo.

Moltiplicati l'asse dalla rivoluzion del quale è stato descritto lo sferoide, cioè nel primo caso l'asse maggiore *AB* piedi 8. per 16., quadrato dell'asse minore *DC*, e il prodotto 128., moltiplicasi sempre per 157., e questo nuovo prodotto dividasi sempre per 300., e il quoziente 66. $\frac{74}{75}$ che può prendersi per 67., sono i piedi cubi di cui è capace il dato sferoide, pochissimo differente da ciò che trovossi di sopra.

Lo stesso pure sarebbesi nel secondo caso per lo sferoide schiacciato, cioè descritto dalla rivoluzion dell'asse minore, mentre moltiplicato questo asse minore che è 4. per 64. quadrato dell'asse maggiore, e il prodotto 256. moltiplicato per 157., e il nuovo prodotto 40192. diviso per 300. da piedi cubi 133. $\frac{73}{75}$ che possonsi prendere per 134. e tanta è la capacità solida del dato sferoide schiaccato, pochissimo differente dalla trovata di sopra.

Può ancora adoprarsi quest' altra maniera nel primo caso dove lo sferoide è descritto dalla rivoluzione del suo maggior asse *AB*, misurasi il circolo descritto dall'asse minore come diametro, cioè *CD*, che sarà piedi 12. $\frac{4}{7}$, questo moltiplicasi per l'asse maggiore piedi 8., e del prodotto 100. $\frac{4}{7}$ se ne prendano $\frac{2}{3}$, che saranno piedi cubi 67. $\frac{1}{21}$, solidità

ſolidità dello ſferoide, come ſi trovò nel primo caſo.

Nel ſecondo caſo, dove lo ſferoide è deſcritto dalla rivoluzione del ſuo aſſe minore *DC*, miſuraſi il circolo deſcritto dall' aſſe maggiore *AB* come diametro, che ſarà piedi 50. $\frac{2}{7}$, queſto moltiplicaſi per l' aſſe minore piedi 4., e del ſuo prodotto 201. $\frac{1}{7}$ ſe ne prendino i $\frac{2}{3}$, che daranno piedi cubi 134. $\frac{2}{21}$, ſolidità dello ſferoide ſchiacciato, come ebbeſi nel primo eſempio.

PROBLEMA 11.

Data una porzione di ſferoide manifeſtare la ſua ſolidità.

Sia la porzione *KCL Figura* 164., dello ſferoide *AKCL* deſcritto attorno del ſuo aſſe maggiore *CA*, miſuraſi il diametro *KL* della baſe, che ſia piedi 10., e la ſua altezza *CI* che ſia piedi 4, queſti piedi 4. moltiplicanſi pel rimanente dell' aſſe, cioè per *IA* che ſia piedi 16., e farà 64. dal quale eſtratta la radice quadrata, queſta ſarà 8.; miſuraſi poi un ſegmento ſolido di ſfera fatto ſopra una baſe, la quale abbia per raggio i detti piedi 8. e per altezza la *CI* piedi 4., che calcolato ſecondo le regole addietro inſegnate darà 435. $\frac{17}{21}$, quadranſi poi i trovati piedi 8. che fanno 64., e quadraſi ancora la *KI*, ovvero *IL*, che eſſendo 10. ſaranno 5., ciaſcheduna, e il quadrato ſarà 25., moltiplicaſi poi la ſolidità trovata 435. $\frac{17}{21}$, per il quadrato 25., e il prodotto dividaſi pel quadrato 64., che il quoziente piedi cubi 170. $\frac{5}{21}$ moſtrano la ſolidità della data porzione di ſferoide *KCL.*, come cercavaſi.

PROBLEMA III.

Dato un tronco di sferoide, far nota la sua capacità.

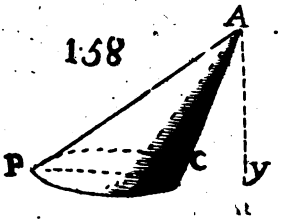
Sia il tronco di sferoide *ABCD Figura* 165. per rilevarne la sua capacità solida, misurasi primieramente, colla regola insegnata nell'antecedente Problema, la porzione maggiore di esso *CAEBD* intesa terminata, e misurasi anche la porzion minore *AEB*, la quale detratta dalla maggiore *CAEBD*, il residuo sarà la solidità ricercata del tronco *ABCD*.

COROLLARIO.

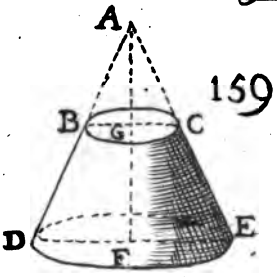
Le Cupole come vedemmo nel Corollario del Problema V. del Capitolo IV. della Seconda Parte possonsi prendere per porzioni, o tronchi di sferoide, per lo che dovendo rilevarsi la solidità della fabbrica o muri che compongono una qualche Cupola o Tribuna Ellittica, ciò facilmente si avrà col misurare prima la capacità solida di tutta essa intesa piena, e compresovi la grossezza della muraglia che la compone, e poi misurata separatamente la solidità competente al vacuo, e detrattala dalla prima ne avremo nel residuo la solidità della fabbrica, o muri che la compongono; per aver la qual cosa bisogna saper misurare lo sferoide.

CAPITOLO

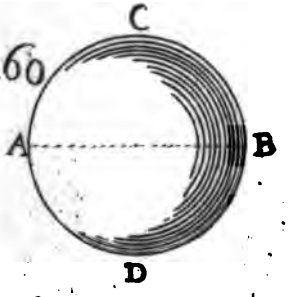
158



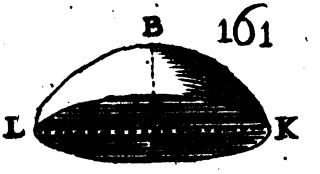
159



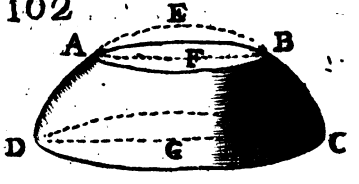
160



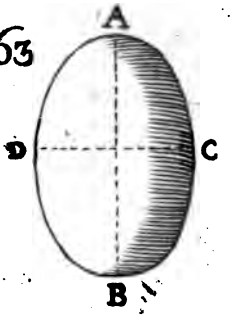
161



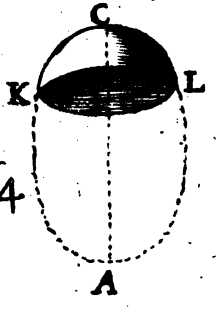
162



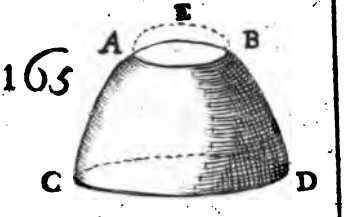
163



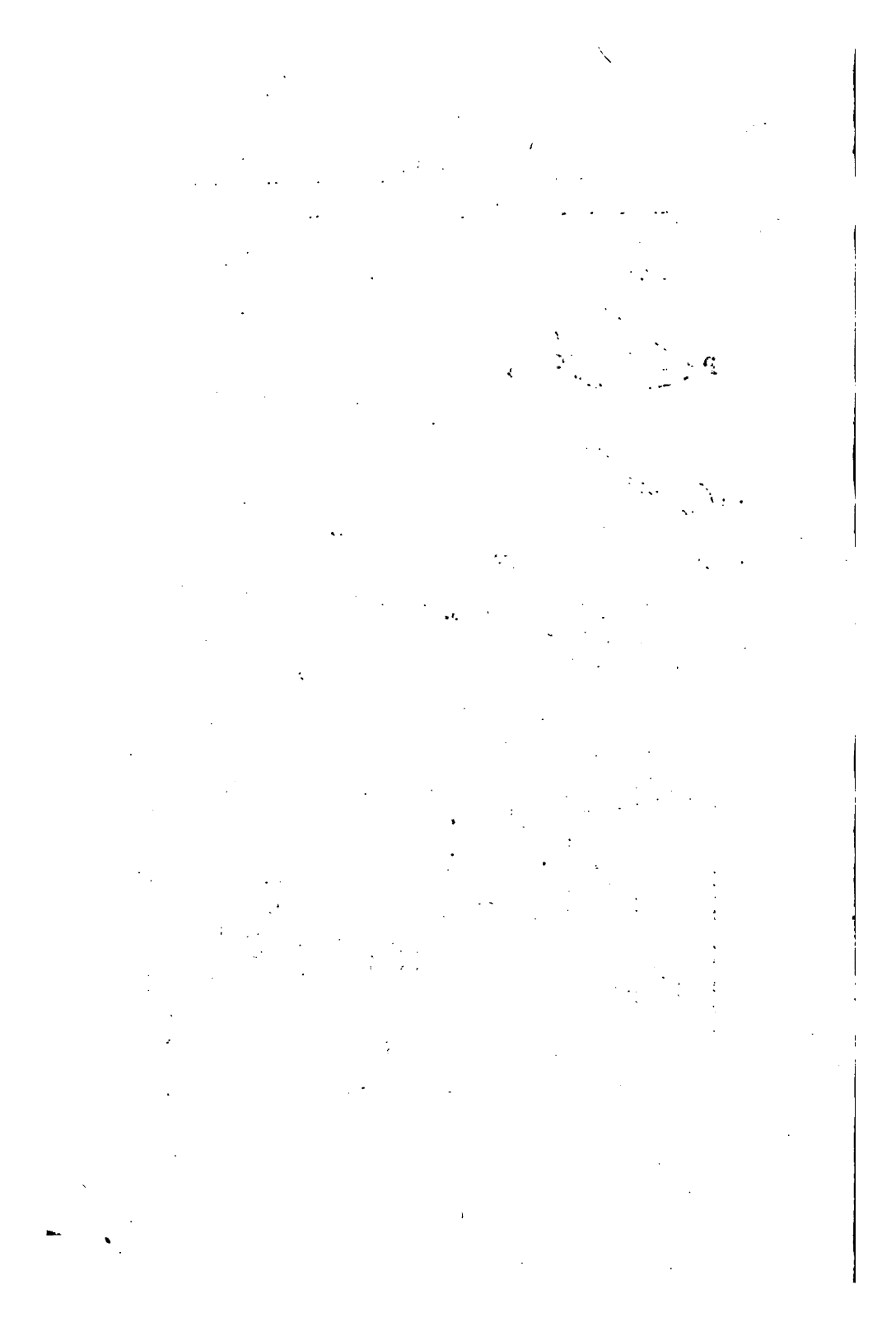
164



165



UNIV. OF MICH.



CAPITOLO VII.

Della misura della solidità dei Conoidi Parabolici, e Iperbolici, detti ancora Paraboloidi, ed Iperboloidi.

PROBLEMA I.

Manifestare la Solidità del paraboloide.

Sia il Conoide Parabolico *ADB Figura* 166., misurasi il diametro *AB* della sua base, che sia piedi 10., da esso deducasi, nel modo insegnato, la capacità del circolo o base di esso Paraboloide che sarà 78. $\frac{4}{7}$, moltiplicasi questa per il suo asse *DC*, che sia piedi 8., e del prodotto 628. $\frac{4}{7}$, se ne prenda la metà 314. $\frac{2}{7}$, e tanti piedi cubi è la capacità del dato Paraboloide *ADB*.

Ovvero, per evitar le frazioni, che ordinariamente avvengono nella base del Paraboloide, moltiplicasi il quadrato del diametro *AB* che è 100. per 8. misura dell'asse *CD*, e il prodotto 800. si moltiplichi sempre per 785., per averne questo secondo prodotto 628000., la cui metà 314000. dividasi sempre per 1000., mentre il quoziente piedi cubi 314. mostra la solidità del Paraboloide, pochissimo differente dalla trovata di sopra.

PROBLEMA II.

Dato l'Iperboloide far nota la sua solidità.

La maniera stessa usata di sopra per rilevare la solidità del paraboloide, può nella pratica benissimo

ſervire per l' Iperboloide, abbenchè non ſia in tutto rigor geometrico, e poi rare volte, e forſe mai, occorrerà l' Iperboloide nelle Fabbriche, per le ragioni addotte negli Avvertimenti al Problema II. del Capitolo VII. della Prima Parte, e al Problema II. del Capitolo V. della Seconda Parte; per la qual coſa ſopra di ciò noi non ci eſtendiamo d' avvantaggio.

COROLLARIO.

Poſſono nelle Fabbriche occorrere alcune volte Paraboloidi, e Iperboloidi, come moſtroſſi negli Avvertimenti ai Capitoli accennati di ſopra per averne gli effetti avviſati, per lo che volendone poi rilevare la ſolidità della Fabbrica, è neceſſario miſurare la ſolidità dei detti corpi, come moſtrammo ne' Corollarj degli accennati Capitoli.

CAPITOLO VIII.

Della ſolidità de' Corpi vuoti.

PROBLEMA I.

Dato qualſivoglia Corpo vuoto manifeſtare la ſua ſolidità.

IL modo di manifeſtare la ſolidità dei Corpi vuoti rieſce facile da quanto ſi è inſegnato negli antecedenti Capitoli, mentre conſiderato il Corpo vuoto come pieno, e rilevatane la ſua intera ſolidità,

dità, e poi rilevata la ſolidità del vacuo e detratta dalla prima, il reſiduo ſarà la ſolidità del corpo vuoto.

Sieno i quattro muri *ABCDEFGHIKLMNOPQ* *Figura* 167., per rilevarne la ſua ſolidità figurasi il corpo *EC* come un Parallelepipedo tutto pieno, per lo che miſurata la ſua lunghezza *DC* che ſia piedi 24., la larghezza *BC* che ſia piedi 16., e l'altezza *AE* piedi 18., e moltiplicate queſte tre miſure inſieme ne avremo nel prodotto piedi cubi 3072. miſura di tutto il corpo *EC*. Miſurasi inoltre il Parallelepidedo del vacuo, cioè l' *NK* la cui lunghezza *IK* ſia piedi 20., la larghezza *KL* piedi 12., e l'altezza *MN*, come alla prima, piedi 8., moltiplicate inſieme le dette tre miſure ne avremo piedi cubi 1920. per la ſolidità del corpo che comprenderebbe *IKLMNOPQ*, levato queſti dall'altro trovato di ſopra, il reſiduo piedi cubi 1152., ſarà la ſolidità dei quattro muri *ADCDEFGHIKLMNOPQ* ricercata.

Se poi in queſti muri foſſe una qualche apertura, foro, fineſtra, o ſimile, deeſi levare la ſolidità competente a tal apertura, foro, fineſtra ec. inteſe come piene, e il provenuto ſi dovrà levare da tutta la ſolidità trovata, mentre il reſiduo ſarà la ſolidità del ſolo muro come volevaſi.

Siavi, verbi grazia nei ſuddetti muri l'apertura *RT*, intendaſi queſta come piena, e miſuraſi il Parallelepipedo *RX* che la comprende col prendere le ſue tre miſure convenienti, cioè *RS* piedi 8., *ST* che ſia piedi 5., e *TX* piedi 2., che inſieme moltiplicate danno piedi cubi 80., per la miſura del

ſolido

ſolido che occuperebbe il luogo *XR*, levato queſti da tutta la miſura trovata di ſopra piedi cubi 1152., il rimanente piedi cubi 1072., ſarà la miſura di tutta la fabbrica o muro ricercata: e così pure dovraſſi operare in qualſivoglia altro caſo, miſurando tutti i vacui come pieni, ſe ve ne ſon più d'uno, e poi aſſieme uniti levarli da tutta la miſura trovata, per averne nel reſiduo quanto ſi brama.

Si può anche avere lo ſteſſo intento intendendo le quattro muraglie *ABCDEF Figura* 168., diviſe in quattro Parallelepipedi, coll'intendere le *GH*, e *IK* prolungate in *L*, *M*, ed in *NO*, onde miſurato il Parallelepipedo *BAFL*, ed il Parallelepipedo *PMHK*, e le loro ſomme unite e raddoppiate, per eſſervi due dei detti Parallelepipedi uno contro l'altro, daranno la ricercata ſolidità; mentre ſuppoſto come ſopra *BA* piedi 8., *AF* piedi 16. e *FL* piedi 2. ne avremo dalla loro moltiplicazione 256. piedi cubi per la ſolidità del Parallelepipedo *BAFL*; le miſure dell'altro Parallelepipedo ſono *PM*, piedi 8., *MH* piedi 2., *HK* piedi 20., che danno piedi cubi 320. ſolidità del Parallelepipedo *PMHK*, che uniti inſieme fanno 576., e raddoppiati danno come ſopra piedi cubi 1152., per la ricercata ſolidità delle quattro muraglie *ABCDEF*; e ſe vi ſarà qualche apertura, come la *XY*, miſurata queſta nel modo detto di ſopra, e levata dalla totale ſolidità piedi cubi 1152., il rimanente darà come ſopra la ſolidità delle dette muraglie. Quando poi le muraglie aveſſero diverſa groſſezza, o non foſſero fra loro parallele, allora deeſi miſurare ogni Parallelepipedo ſeparatamente, mentre la loro ſomma darà la

la ricercata ſolidità, nel qual modo deeſi intendere di qualſivoglia altra figura compoſta da più di quattro lati o muraglie.

Si può ancora avere tal miſura, quando le muraglie ſono di ugual groſſezza, anche ſe foſſer più di quattro operando come ſiegue. Miſuraſi il contorno eſteriore *Figura* 168., cioè *XAFEQT*, che ſarà piedi 75., miſuraſi anche il contorno interiore *RHGIKS*, che ſarà piedi 59., ſommanſi aſſieme queſti due contorni, e della loro ſomma 134. preſane la metà 67., e moltiplicata per 16., prodotto dell' altezza *AB* piedi 8 nella groſſezza *HM* del muro piedi 2., il prodotto piedi cubi 1072., moſtra la ſolidità delle dette quattro muraglie, come ſopra.

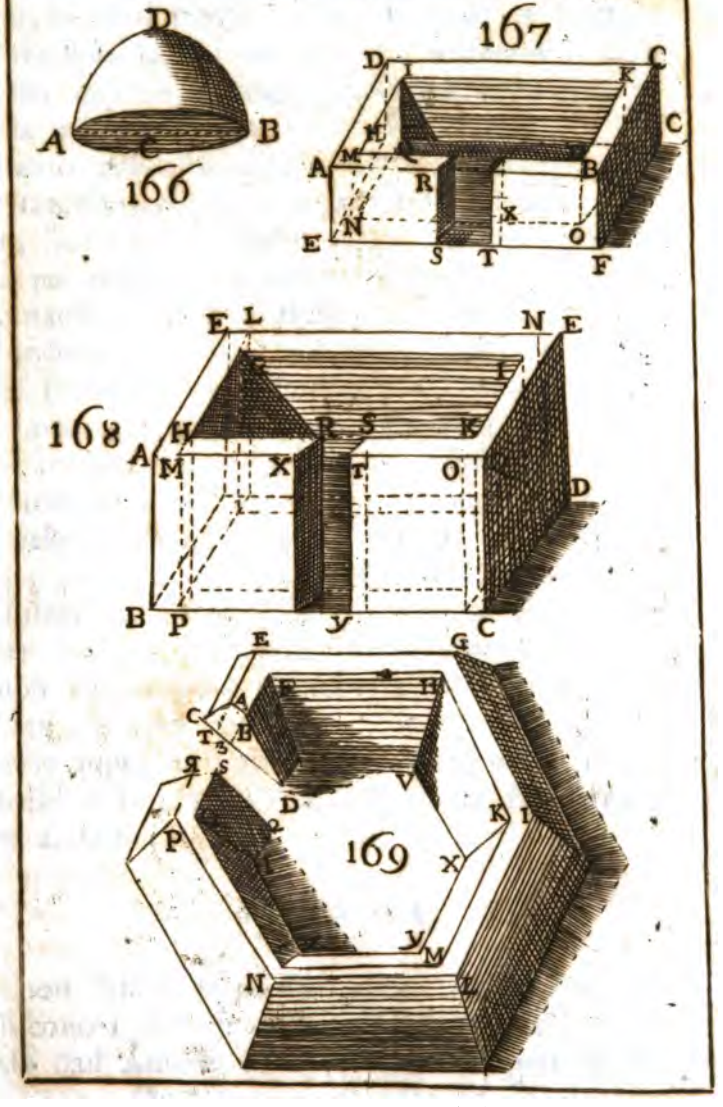
Quando la figura foſſe troppo irregolare nella groſſezza delle muraglie, allora ſarà meglio ſervirſi della prima maniera, cioè miſurare tutto il ſolido compreſo dalle muraglie come ſe foſſe pieno, poi levargli la ſolidità del vacuo, per averne nel rimanente la ricercata miſura, la qual maniera è generale a tutti i corpi vuoti.

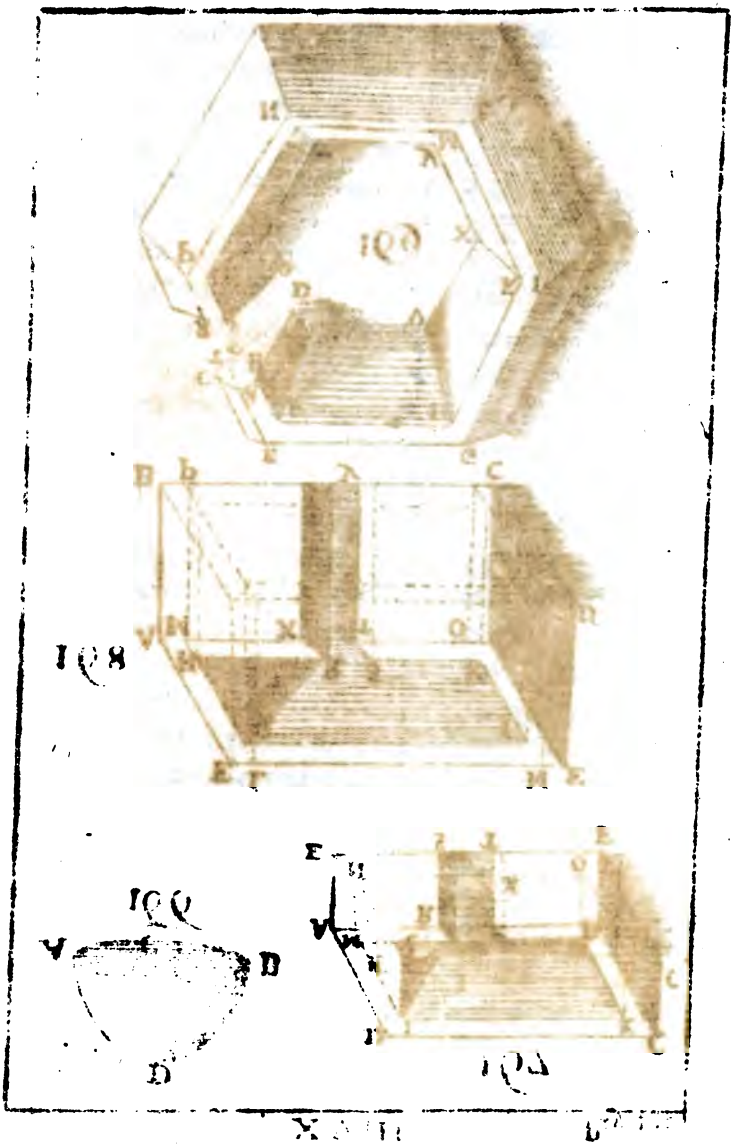
Se le muraglie che comprendono il vuoto foſſero a ſcarpa, come ſi vede nella *Figura* 169. dove le muraglie che compongono l' Eſagono hanno la ſcarpa da tutti e due i lati; per averne facilmente la ſua ſolidità ſommanſi i due contorni *AEGILNPR*, *BFHKMOQS*, e dalla ſomma ſe ne prenda la ſua metà, la quale ſi moltiplichi per la capacità del quadrilatero, o rettangolo, che ſia *TB* (oppure moltiplicaſi la detta metà per *AB*, e il prodotto moltiplicaſi di nuovo per l' altezza *AT*) mentre il

prodotto

prodotto darà la misura solida del prisma racchiuso fra le due scarpe interiore ed esteriore della muraglia, del qual prisma *TB* ne è il profilo. Ciò fatto, per avere la solidità di una delle scarpe, per esempio dell'interiore, il cui profilo è il triangolo 3 *DB*, si uniscano assieme due volte la misura del contorno *BFHKMOQS*, col solo contorno *D* 4 *VXYZ*, 12, l'uno de' quali cioè questo ultimo, è il piede esteriore della scarpa, e gli altri due, che sono uguali, uno mostra il contorno superiore, e l'altro il sottoposto, e corrispondente al punto 3, e che è parallelo al superiore; prendasi poi il terzo di questa somma, col quale si moltiplichi la superficie del triangolo rettangolo 3 *BD* profilo di questa scarpa interiore, mentre il prodotto sarà la misura solida di essa scarpa. Se l'altra scarpa *ATG* fosse uguale a questa, basterebbe raddoppiare la suddetta, ma se non è, per avere la misura di tal scarpa la quale ha per profilo il triangolo rettangolo *ACT*, si farà la stessa operazione che si fece per l'altra, sommando assieme il contorno esteriore di essa scarpa con gli altri due contorni uguali che servirono per l'altra scarpa, giacchè sono uguali tanto in questa scarpa quanto nell'altra, e il terzo di tal somma moltiplicato per la superficie del triangolo rettangolo *ACT*, profilo di essa scarpa, il prodotto sarà la sua misura solida, onde unito il solido del prisma racchiuso fra queste due scarpe, colla solidità di queste due scarpe, la somma darà la misura solida di tutta la muraglia a scarpa doppia come cercavasi.

Altri


166
167
168
169



Altri ſolidi poſſon occorrer alli muri, i quali abbian varj riſalti, incavi, e ſimili, queſti dovranſi ridurre in tanti ſolidi regolari ſecondo la prudenza e intelligenza del miſuratore, miſurata la ſolidità dei quali e aſſieme unita darà la ſolidità di tutta la maſſa ricercata.

Quanto poi alla miſura degli altri corpi vuoti come ſarebbe, per rilevare la ſolidità delle cupole, catini, volte ec. queſte ſi avran facilmente; verbi grazia per miſurare la ſolidità dei muri di una cupola, deeſi miſurare la ſteſſa inteſa piena, compreſovi ancora il muro, cioe deeſi miſurare il ſolido del tronco di ſemisferoide, poi miſurare l'altro tronco corriſpondente al vacuo, il quale levato dal primo darà nel reſiduo la ſolidità ricercata; così pure intendaſi dei catini, o ſegmenti sferici delle vele ec. le quali coſe ſaran facili da intenderſi, e porre in pratica da chi avrà inteſo il fin ora inſegnato. Varj caſi poſſono però occorrere per rilevare la ſolidità delle volte, de' quali quì non ne parliamo avendoci a ſufficienza levato tal briga *M. Senos* altre volte ricordato, nelle ſue memorie ſopra la miſura delle volte, poſte in fine di queſto libro, perciò ad eſſe dovrà far capo il noſtro Lettore.

AGGIUNTA.

Se non foſſero le conſuetudini delle Città che ſtabiliſcono i metodi differenti delle miſure, quello dato dall' Autore non avrebbe biſogno d'altra inſtruzione. Queſta e neceſſaria a chiunque s' ingerisce

geriſce nelle Fabbriche, per non eſſer tenuto per da poco. In Roma, in Perugia, ed altrove, miſurando le muraglie, ſi coſtuma di computare tutti i vani, e le aperture come ſe tutta la muraglia foſſe ripiena; perchè a ciò ſi pretende di compenſare colla manifattura degli ſguinci, degli archi, e degli ſpigoli, che richieggono maggior tempo, e diligenza per coſtruirli. Ma ſecondo la pratica di Roma ſi defalcano però dalla miſura fatta quei vani, ed aperture che paſſano i dieci palmi di larghezza; ed allora ſi miſura l'arco che ſopra ci va coſtruito.

E ſiccome per legge ſi ha, che i muri detti *communi* abbiano una determinata groſſezza; poichè in Roma ſono groſſi due palmi d' Architetto, ed in Perugia un piede e mezzo; ſi vuol perciò regolare la miſura de' medeſimi per riſpetto a tal groſſezza determinata. Onde nel miſurare un muro *commune* ſi fa conto ſolamente della lunghezza, ed altezza, le quali moltiplicando inſieme ſi ha il valore del muro. Per modo di eſempio ſia lungo il muro piedi 50., ed alto piedi 30. Fatta la moltiplicazione di queſte due miſure, ſi hanno piedi 1500., i quali diviſi per 225., valore della canna quadrata di Perugia, ſi hanno canne 6., e piedi 150. per il valore del muro commune che ha, come ſi diceva, un piede e mezzo di groſſezza. (a)

Che

(a) In Verona un muro di qualunque groſſezza ſi miſura come ſi è quì detto. Non ſi uſa di conſiderare la groſſezza, perchè ſecondo quella ſi aſſegna il prezzo. *Geometria Pratica di Ludovico Perini Pag.* 148.

Che se il muro fosse men grosso di un piede e mezzo, dee pure considerarsi come un muro *commune*, stante che la minor quantità de' materiali, che vi s' impiegano può essere benissimo compensata dalla maggior diligenza, e tardezza che ci vuole per fabbricarlo.

Se poi il muro fosse più grosso di un piede e mezzo, allora la sua solidità si considera per quel tanto di più che è grosso sopra un piede e mezzo. Posto per modo di esempio che il muro fosse lungo piedi 50. ed alto 30., ma che fosse grosso piedi 3., si dovrebbe computare per il valore di due muri *communi*; e così s' intenda di ogni altra grossezza che riteneſſe.

Ma per evitare la confusione nel calcolo, si terrà questa facilissima regola. Si moltiplichi il prodotto dell' altezza colla lunghezza, che sarà, come sopra, 1500. per la grossezza del muro piedi 3., e dal prodotto 4500. se ne levi sempre il terzo, che è 1500.; ed il residuo 3000. sarà il valore del muro, il quale ridotto a canne, sono canne 13. e piedi 75.

Questa pratica di levare, come si è detto, il terzo ha per ragione la grossezza del muro *commune*, che essendo di un piede e mezzo, porta tre terzi di valor cubo, de' quali un terzo non si considera. Perciocchè se i piedi 1500. si dovessero moltiplicare per la grossezza di piedi 1. $\frac{1}{2}$, il valore sarebbe di piedi cubi 2250., o sia il terzo di più che va levato. Per la medesima ragione, essendo il muro *commune* di Roma grosso due palmi, usando la regola suddetta, ne andrà levata la metà del prodotto.

Ancora

Ancora si dee avere in considerazione, che quando i muri sono formati colla loro cortina, che ordinariamente si fa della testa di un mattone questa va misurata separatamente dal suo muro, moltiplicando insieme la sua lunghezza ed altezza, ed il prodotto s'aggiungerà al muro; oltre il di più che vi va contato per la manifattura dei collegamenti con esso muro, ed il tempo che vi si impiega per il ripulimento; e tutto ciò si vuole computare, ora per il terzo, e talvolta per il quarto della medesima cortina. Taluni Misuratori non hanno difficoltà di considerare la cortina per il valore di un muro di due teste di mattone.

Questi usi sono d'ordinario praticati nel misurare le Fabbriche; poichè è cosa rara che si usi della misura cuba, come' stimerei che si dovesse praticare fabbricandosi in acqua, o facendosi muraglie centinate, e sustruzioni di faticosa impresa; perchè allora, sembra giusto, che per i molti svantaggi è pericoli, debbano i Fabbricatori godere maggior vantaggio nella loro manifattura, che nelle altre costruzioni non hanno luogo.

CAPITOLO IX.

Misurare la solidità dei cinque corpi regolari.

Benchè i cinque corpi regolari, a riserva del cubo, non accadano nella misura delle Fabbriche, tuttavia ho stimato bene insegnar quì il modo di misurarli, per non ommettere alcuna cosa, che io sappia, la qual le possa essere desiderata dagli Architetti,

tetti; mentre i ſuddetti corpi regolari ſogliono diſporſi per ornamento ſopra qualche cima, remenato, o altra coſa, nelle facciate, e in altri luoghi, onde ſe ſi voleſſe ſapere la quantità del metallo, o del marmo, che contengono, ſarà bene ſaperne fare la ſua miſura.

Incominciereмo intanto dall' Ottaedro, giacchè del Cubo abbiamo inſegnato la ſua miſura, come pure del Tetraedro, il quale altro non è, che una piramide, che ha tutti e quattro i triangoli, che la compongono eguali ed equilateri *Figura* 170. Sia dunque un Ottadero *Figura* 171., del quale vogliaſi ſapere la ſua ſolidità; miſuraſi la ſuperficie di uno dei triangoli equilateri, ed uguali, che lo terminano; queſta ſuperficie ſi moltiplichi per 8., per eſſer otto triangoli, e il prodotto moltiplicaſi col terzo della perpendicolare condotta dal centro dell' Ottaedro al centro di uno dei triangoli equilateri, che lo comprendono, mentre queſt' ultimo prodotto darà la miſura ſolida del propoſto Ottaedro.

Per miſurare il Dodecaedro *Figura* 172., ſi calcoli la ſuperficie di uno de' Pentagoni equilateri, ed uguali, che lo comprendono, per 12. per eſſer dodici queſti pentagoni, e il prodotto ſi moltiplichi col terzo della perpendicolare condotta dal centro del Dodecaedro al centro d' uno de' Pentagoni, che il prodotto ſarà la ſolidità ricercata.

Lo ſteſſo pure deeſi fare per l' Icoſaedro *Figura* 173., cioè moltiplicare la ſua ſuperficie d' uno dei triangoli equilateri ed uguali, che lo comprendono per 20., per eſſer venti detti triangoli, e il prodotto moltiplicarlo per il terzo della perpendicolare

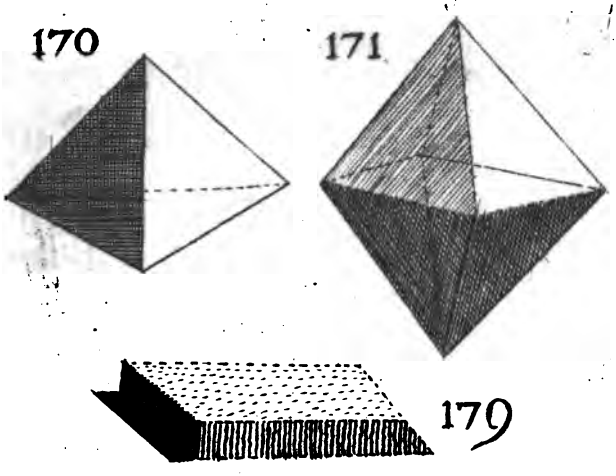
condotta dal centro dell' Icoſaedro al centro d'uno dei triangoli, mentre il prodotto ſarà la ricercata ſolidità.

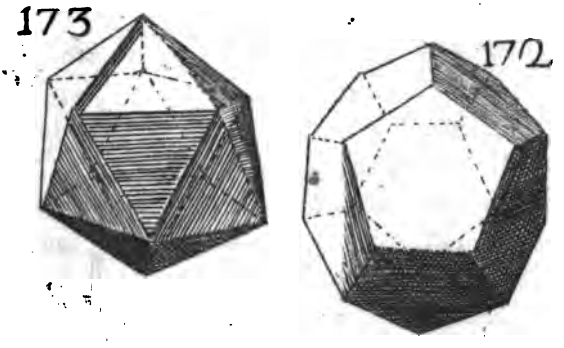
Ma perchè non è molto facile riconoſcere in pratica le perpendicolari condotte dal centro del Poliedro al centro d'una delle figure, che lo comprendono, quindi è, che per non imbarazzarſi in lunghi calcoli per ritrovarle, ſi uſeranno le ſeguenti regole per miſurare tali ſolidi, le quali ſono indipendenti da dette perpendicolari.

Per miſurare la ſolidità dell' Ottaedro miſurasi uno de' ſuoi lati, che ſia piedi 80., ſi faccia il cubo di queſto 80. moltiplicando l' 80. per l' 80., e il prodotto 6400. ſi moltiplichi un' altra volta per 80., che ne viene il cubo 512000., queſto ſi moltiplichi ſempre per 4714., e il prodotto 2413568000. dividaſi ſempre per 10000., mentre il quoziente 241356. $\frac{4}{5}$ ſaranno i piedi cubi, che moſtreranno la ſolidità ricercata dell' Ottaedro.

Per trovare la ſolidità del Dodecaedro, miſurasi il ſuo lato, qual ſia anch' eſſo piedi 80., ſi faccia, come ſopra, il cubo di queſto 80., che è 512000., il quale ſi moltiplicherà ſempre per 7663. ed il prodotto 3923456000. ſi divida ſempre per 1000., mentre il quoziente 3923456. ſaranno i piedi cubi, che ſi contengono nella ſolidità del dato Dodecaedro.

Finalmente per trovare la ſolidità dell' Icoſaedro, miſurasi il ſuo lato, che sia piedi 8., di queſto facciaſi il ſuo cubo, che è 512., il quale ſi moltiplichi ſempre per 218., e il prodotto 111616. ſi divida ſempre per 100., mentre il quoziente


170
171
179


173
172

116. $\frac{16}{100}$ saranno i piedi cubi, di cui è capace la solidità del dato Iscosaedro.

CAPITOLO X.

Misura della solidità dei corpi irregolari.

Già abbiamo accennato nel Capitolo VIII., che per trovare la solidità di un corpo irregolare, quando si può, bisogna ridurlo in corpi regolari, come in Prismi, mezzi Prismi, Piramidi, e in altri corpi, i quali si possano misurare per mezzo dei Problemi precedenti, mentre le solidità di tutti questi corpi essendosi assieme unite daranno la solidità del corpo proposto.

Ma se il corpo da misurare, non si potesse ridurre in figure regolari, e non fosse molto grande, come se fosse una statua o simile, in questo caso deesi avere un vaso fatto in parallelepipedo, o Prisma, la di cui base sia esattamente cognita, nel quale si porrà una parte d'acqua, e si noterà a qual altezza arrivi nel vaso, poi si profonderà in quest' acqua il corpo da misurare, il quale farà salire nel vaso l' acqua, quest' altezza d' acqua, che crescerà sopra il primo livello, per l' immersione del corpo, constituirà un Prisma eguale alla solidità di detto corpo, perlochè se si moltiplicherà la base cognita del Prisma per l' altezza dell' acqua, che sarà salita sopra il primo, livello si avrà la solidità del Prisma d' acqua, e per conseguenza la solidità del corpo proposto.

Si può ancora riempire intieramente il vaſo d' acqua, nel quale poi ſi porrà il corpo propoſto, che caccierà fuori una maſſa d' acqua eguale alla ſua ſolidità, perlochè dopo di avere levato queſto corpo fuori dell' acqua, ſi miſurerà lo ſpazio vuoto, che reſta di ſopra, che val a dire si moltiplicherà la baſe del vaſo per l' altezza del bordo ſuperiore al diſopra della ſuperficie dell' acqua, per averne la ſolidità del Priſma d' acqua cacciata fuori del vaſo, e per conſeguenza quella del corpo propoſto.

Può ſuccedere, che il vaſo non ſia aſſai grande per poter contenere il corpo propoſto; in queſto caſo biſogna, ſe ſi può avere un corpo più piccolo, e della ſteſſa materia, e conoſcerne la ſua ſolidità, per mezzo della quale si potrà poi conoſcere quella del corpo propoſto più grande, peſando esattamente queſti due corpi, le cui gravità ſono come le solidità, purchè ſieno tali corpi d' una medeſima materia omogenea; mentre ſe ſapremo, verbi grazia il peſo di un piede cubo di quella materia di cui è compoſto il corpo, che si vuol miſurare, pesato che sarà tutto il corpo, e tutto queſto peſo diviso per il peso che corrisponde a un piede cubo di tal materia, ne avremo nel quoziente i piedi cubi che contengonſi nella solidità del dato corpo.

Il peso del piede cubo di varie materie, come di Oro, Argento, Rame, Piombo, Stagno, Ferro, Marmo, Pietra, e ſimili, ſi può sapere dai libri di Fisica, nella maggior parte de' quali è poſto il peſo del piede cubo di ſimili materie.

CAPITOLO

CAPITOLO XI.

Applicazione della misura delle Fabbriche alla pratica, per la cognizione della quantità de' materiali.

FAciliſſimo è il modo di venire in cognizione della quantità de' materiali che abbiſognano per conſtruire qualche Fabbrica, allor quando ſi sa misurare ogni parte di eſſa. Per ciò avere è neceſſario eſſer provveduti di qualche libro nel quale ſieno poſte le quantità de' materiali che abbiſognano per ogni piede quadrato, o cubo, o pertica quadrata o cuba d' ogni ſpecie di fabbrica, verbi grazia, quante Pietre, Calcina, e Sabbia vi vuole per conſtruire ogni pertica di muro di varie groſſezze, oppure per ogni piede cubo, quanti dei ſuddetti materiali vi vogliono per fare ogni piede di pilaſtro di qualſivoglia groſſezza: quanti legnami, e quali voglionvi ad ogni pertica c. Taſſelli, e di Coperti, e tutt' altro che può occorrere nella pratica. Qui in Bologna corre fra le mani de' Muratori ed Inſpettori di Fabbriche un libro di tal fatta compoſto da un tal Spinelli, eſſo può ſervire come ha fatto fin' ora, ma a dir vero è mancante di molte coſe, e ſerve ſolo per queſta Città di Bologna.

Avvertiſco pertanto, che quelli i quali vorran darsi a tali applicazioni, è neceſſario, ſe vogliono ben riuſcirvi, che ſappiano le regole dell' Architettura, non ſolo per quanto ſpetta alla teorica, ma anche alla pratica, per poter, verbi grazia, addi-

tar il luogo dove ci voglion chiavi, di che misura deggion essere, dove devonsi far archi, e di qual grossezza, e molte altre cose, le quali dipendon più dalla pratica, che dalla teorica, mentre per la varietà e moltitudine dei casi che occorrer possono, non è facile darne regole generali, che servano ugualmente bene in ogni caso; perciò colla mancanza della pratica vien l'Architettura ad essere non poco difettosa. Lasciando pure da parte le suddette cose, dico, che agli Architetti e Periti, sarà necessario di calcolare, e ridurre i materiali per qualsivoglia altra misura sì del piede, come de'materiali stessi, mediante la proporzione per rapporto alla misura del Paese. Bisogna, per esempio sapere, in pertiche 8. $\frac{1}{2}$ di muro grosso oncie 9., quanti materiali vi vogliono; e perchè in ogni pertica trovasi abbisognarvi pietre 1800., calcina corbe 6. sabbia sacchi 60.; se moltiplicheremo le quantità de' suddetti materiali per le pertiche 8. $\frac{1}{2}$, ne verranno pietre 15300., calcina corbe 51., sabbia sacchi 570. Se poi il muro dovrà stabilirsi da ogni parte, vi abbisogna per ogni pertica, calcina corbe 1. $\frac{1}{2}$, sabbia sacchi 15., onde ne viene che nelle dette pertiche 8. $\frac{1}{2}$ vi anderà per la stabilitura, calcina corbe 12. $\frac{3}{4}$, sabbia sacchi 128. Per la qual cosa in tutte le suddette pertiche 8. $\frac{1}{2}$ di muro finito da ogni parte di stabilitura, vi vorrà pietre 15300. calcina corbe 63. $\frac{3}{4}$, sabbia sacchi 638., i quali materiali valutati al prezzo corrente, e aggiuntovi l'importo della fattura, ne avremo la quantità di tutti i materiali, e la spesa occorrente. E così deesi fare per ogni parte della Fabbrica,

brica, misurata nel Disegno per venire in cognizione della quantità dei materiali da provvedersi, e della spesa per essi, e per la fattura; le quali cose per esser molte, e molti anche essendo i casi, perciò si tralascia di farne altra parola; (*a*) Onde per ora basterà il suddetto esempio per far nota in questo Capitolo la necessità, ed utilità che v'è della misura delle Fabbriche.

APPENDICE

Che contiene la misura dei Legnaj, Fienili, Grani, Vasche ec.

Misurare qualsivoglia Legnajo.

LE Legnaje o sieno masse di legna, ordinariamente vengon disposte in forma parallelepipeda, per la qual cosa sarà facilissimo rilevare la quantità delle Carra, che contengonsi in una gran

(*a*) L'Autore si lusingava di poter proporzionatamente, mediante le misure, ridurre i materiali bisognevoli per le Fabbriche, in benefizio di qualunque Città. Per questo nella prima Edizione di quest'Opera egli promette di dare alla luce corretto il libro dell'Economia delle Fabbriche di Bologna. Ma ci ha lasciati col desiderio di possederlo. Una fisica ragione ci persuade dell'impotenza di questa intrapresa. I materiali non sono in ogni luogo omogenei, che si possano in proporzione meschiare per le malte, ed usarne colla medesima analogia per le murature. In Roma si adopra grandissima quantità di malta nel fabbricare, perchè si usa la puzzolana, che subito fa presa colla calcina, il che non avviene usandosi l'arena. Per questo effetto ci vorrebbe la Tariffa, che si usa in ogni Città; ma ancora in una medesima Città si vuol fare la meschia diversamente, secondo che *grassa*, o *magra* si fa la calcina. Veggasi Vitruvio al Capo V. del Lib. II., e quanto ne scrisse Leon Battista Alberti nella sua Architettura.

cataſta di legna, contenendo ogni Carro 54. piedi cubi di legna, e quattro Carra, cioè 216. piedi cubi di legna compongono ciò, che noi chiamiamo un Legnajo, onde miſurato tutto il parallelepipedo componente la gran cataſta di legna, e diviſone dipoi il ſuo contenuto per 216., si avrà la quantità dei Legnaj, oppure diviſo per 54. si avrà la quantità delle Carra di legna che lo compongono, le quali poi diviſe per 4. daranno i Legnaj contenuti nella data cataſta di legna.

Sia verbi grazia una cataſta di legna lunga piedi 42., larga piedi 36., e alta piedi 15., per rilevarne le quantità delle Carra, che vi si comprendono, moltiplicansi insieme le dette tre miſure 42., 36., 15., che fanno piedi cubi 22680., diviſi queſti per 54., il quoziente 420. moſtra che 420. Carra di legna contengonsi in tutta la data cataſta, e finalmente diviſo il ſuddetto 420. per 4. il quoziente 105. moſtra eſſervi nella detta cataſta 105. Legnaj come cercavasi.

Che ſe la cataſta, foſſe diſordinata, cioè non aveſſe figura parallelepipeda, lo che però rariſſime volte ſuccede, mentre tutti hanno per legge coſtante, tagliate le legna, riporle in forma parallelepipeda, tuttavia ſe tal caſo ſuccedeſſe, non si può dar regola certa, e sicura della sua miſurazione, ſolo si dirà oſſervarsi a quali dei ſolidi regolari la cataſta s'accoſta, e miſurasi ſecondo le regole di tal ſolido, che ne avremo a un dipreſſo la quantità che si ricerca. Ovvero ſe non si approſſimaſſe alla figura di alcun ſolido regolare, s'intenderà diviſa in altri ſolidi regolari ſecondo la prudenza del

del misuratore, mentre poi rilevati ad uno ad uno i detti solidi, e assieme uniti, daranno la misura ricercata. (*a*)

Misurare qualsivoglia Fienile.

I Fieni soglionsi riporre, o a coperto nelle Teggie, ovvero in masse cilindriche, o coniche nelle aje ben ricoperte attorno di strame, e nella parte superiore anche con altra materia per impedire che non vengano bagnati dalla pioggia.

Quanto a misurare il Fieno che trovasi nelle Teggie, la cosa è facilissima, mentre allora per lo più la sua figura è parallelepipeda, perciò misurata la sua lunghezza, larghezza, ed altezza, si verrà in cognizione della sua capacità, e perchè 250. piedi cubi di Fieno compongono un Carro, ne viene che divisa la solidità trovata del parallelepipedo per 250., il quoziente mostrerà le Carra di Fieno, che trovansi in tal massa.

Se, verbi grazia la lunghezza della Teggia fosse piedi 25., la larghezza piedi 15., e l'altezza piedi 12., moltiplicate insieme le dette tre misure 25., 15., 12. e il loro prodotto 4500. diviso per 250., darà nel quoziente Carra 18., per la misura del dato Fienile. Se

(*a*) Le cataste delle Legne, ordinariamente si misurano in lunghezza, ed altezza, moltiplicando insieme coteste due misure, ed il prodotto dà il valore delle Legne; poichè i pezzi delle medesime sempre si tagliano d'una misura stabilita per legge. In Roma il pezzo è lungo palmi 4. d'Architetto; ed il passo in Campagna è lungo palmi 10., ed alto 5. A Ripetta è lungo palmi 11. e un quarto, ed alto da una parte palmi 5. e dall'altra palmi 4. e cinque sesti. In Perugia è il pezzo di due piedi e mezzo; e la cataста si compone di piedi 25. quadrati.

Se la Teggia non aveſſe figura parallelepipeda, ovvero foſſe tutta piena di Fieno, onde la ſommità di eſſa aveſſe la figura del coperto, allora biſognerà intendere tutto il ſolido diviſo in altri ſolidi regolari ſecondo la ſua maggior ſemplicità, e poi miſurati queſti ad uno ad uno, e aſſieme uniti daranno la ſolidità di tutto il Fieno, che diviſa per 250. ne avremo le Carra che in tutto il Fienile contengonſi.

Quando poi il Fienile foſſe uno di quei poſti nelle aje di campagna, e foſſe di figura cilindrica, come ſi vede nella *Figura* 174., allora miſurato tutto il cilindro, e diviſo il ſuo contenuto per 250., ne avremo le Carra di Fieno contenute in tal Fienile. Miſuraſi dunque attorno la circonferenza della baſe *ABCD*, che ſia piedi 22. e mediante eſſa, ſecondo la regola inſegnata nel Problema II. del Capitolo V. della Prima Parte, trovaſi la miſura, o capacità di eſſa baſe, che ſarà 38. $\frac{1}{2}$, moltiplicaſi eſſa per l'altezza *BE* del Fienile che ſia piedi 10., mentre il prodotto 385. ſono i piedi cubi compresi nel detto Fienile, e divisi queſti per 350., il quoziente darà Carra 1. $\frac{27}{50}$, cioè poco più d'un Carro, e mezzo di Fieno.

Se poi il Fienile foſſe di figura conica, come moſtra la *Figura* 175., allora dovrà miſurarsi nel modo che s inſegnò a miſurare il cono, egli è vero che tali Fienili non ſono preciſamente conici, ma in tali pratiche ſi poſſono beniſſimo prendere per cono. Miſurasi dunque attorno attorno la circonferenza *ABCD* della ſua baſe, che sia piedi 44., e da eſſa deducasi la capacità della baſe,

o circolo

e circolo di esso Fienile nel modo che si disse di sopra, che sarà piedi 154., moltiplicasi questa per l'altezza *EF* di esso Fienile, la quale si avrà misurandolo per di fuori, come la *CG*, e sia piedi 12. e il prodotto 1848. diviso per 3. da piedi cubi 616., contenuti in tutto il Fenile, e diviși questi per 250. il quoziente 2. $\frac{20}{60}$ che si può prendere per 2. $\frac{1}{2}$ mostra che Carra 2. $\frac{1}{2}$ di Fieno contengonsi nel dato Fienile *AEC* come volevasi.

E perchè può darsi il caso doversi misurare parte di uno dei detti Fienili, come sarebbe l'*ABCDE Figura* 176., e anche un Fienile tutto intero fatto nella suddetta maniera, come usasi in più luoghi, oppure che fosse un Fienile conico così ridotto per essergli stato levato del Fieno d'attorno fino all'altezza *CD* (mentre nei Fienili cilindrici, usandosi levare dai Fienili il Fieno sempre intorno, intorno, restan sempre cilindrici, perciò sempre misuransi nello stesso modo) allora bisogna misurare separatamente il cilindro *ABCD*, e il Cono *DCE*, che poi uniti insieme, e divisa la loro somma per 250., ne avremo le Carra di Fieno che trovansi in detto Fienile, o porzion di Fienile.

E finalmente se dal Fienile non fosse stato levato il Fieno attorno attorno, onde non ne restassero solidi regolari, allora deesi intendere il Fienile ridotto in corpi regolari, e poi se ne rilevi la loro misura, che assieme poi unite daranno la capacità solida di tutto il Fienile, nel che rimettesi alla discrezione del misuratore non potendosene dar regole, che in tutti i casi sien sicure, e stabili.

Deesi

Deesi avvertire, tanto nelle misure delle Legna, quanto nella misura dei Fieni, che s' intendono costipati, e calcati all'uso ordinario, mentre se non fossero in tal modo calcati premuti, o uniti, si potrebbe far molto errore, perciò non essendo in tal maniera, dovrà la prudenza del misuratore detrarvi, o aggiungervi ciò, che pensa, e che la pratica gli detta, per averne una misura più, che sia possibile prossima al vero.

Misurare un mucchio di Grano.

Perchè ordinariamente le masse, o mucchi di grano sogliono affettare la figura di un Iperboloide, si misurerà dunque la sua solidità come un Iperboloide, ma se non si accostasse a tal solido riducasi ad esso quanto più sia possibile, lo che può farsi con maggior precisione, mediante una Sagoma, che abbia la curvatura d' un Iperbole, per la quale cosa sarà bene, a chi dee estimare sovente la quantità del Grano contenuto in qualche massa, di avere molte Sagome, o Centini di legno per poter mediante esse ridur la massa alla Figura d' Iperboloide, secondo la maggiore, o minore quantità di essa massa. Ciò fatto misurasi il detto mucchio come un Iberboloide, mentre la solidità mostrerà i piedi cubi di cui è capace tal massa, la quale poi si ridurrà in Corbe come nel seguente esempio.

Sia la massa di Grano *ABC Figura* 177. ridotta che sarà quanto più si può a Figura d' Iperboide, se non fosse, misurasi la distanza, o diametro del-

la

la baſe della detta maſſa di Grano, lo che può averſi in pratica coll' adattare una riga che tenga il contorno circolare di eſſa baſe, e poi con uno ſquadro condurre le *BE*, *AF* perpendicolari alla riga *FE*, le quali vengano a paſſare, e tangere le eſtremità, o lembi del circolo della baſe, la qual miſura *FE* ſarà il diametro del circolo della baſe della maſſa di Grano, che miſurata ſia piedi 10. Da queſta come diametro, deducaſi la capacità del circolo, o baſe della maſſa nel modo altre volte inſegnato, e accennato nelle antecedenti due pratiche, che ſarà 78. $\frac{4}{7}$; poi nella ſommità *C* della maſſa immergaſi un, baſtoncello *CG*, e misuraſi l'altezza *CG*, che ſia piedi 8., la quale moltiplicaſi col 78. $\frac{4}{7}$ e del prodotto 628. $\frac{4}{7}$ ſe ne prenda la ſua metà 314. $\frac{2}{7}$, e tanto ſaranno i piedi cubi compreſi nella ſolidità della detta maſſa di Grano *ACB*.

Se divideremo ora i trovati piedi cubi 314., per il numero dei piedi cubi i quali ſono contenuti in una corba, mina, o altra miſura ſecondo il Paeſe, della quale dovraſſi aver fatta l'eſperienza, il quoziente moſtrerà le corbe, o mine, ec. che ſono compreſe nella maſſa di Grano *ADBC*, come cercavaſi.

Miſurare la capacità di Grano, che può contenere un Sacco, una Caſſa, o ſimile.

Se, per eſempio, vogliaſi ſapere quanti ſacchi abbiſognino per traſportare una tal quantità di Grano, deeſi miſurare attorno attorno il circuito della

della bocca del Sacco, e tal misura si moltiplichi sempre per 7., e il prodotto si divida per 22., che il quoziente sarà il diametro *AB Figura* 178., che compone la grossezza del Sacco. Ciò avuto misurasi fino a qual altezza deesi riempire il Sacco, acciocchè ne resti la parte necessaria per poterlo legare, che sia *BC*, moltiplicasi questa, per la capacità del circolo fatto dal diametro *AB* la quale si troverà col calcolo nel modo altre volte insegnato, e il prodotto saranno i piedi cubi di cui e capace il Sacco, questi dividansi per la quantità dei piedi cubi contenuti in una Corba, e il quoziente sarà la quantità delle Corbe, che contiene il Sacco; poi con questo quoziente, o capacità del Sacco dividansi le Corbe di tutta la massa del grano, che si vuole insaccare, che nel quoziente avremo la quantità dei Sacchi che vi bisognano.

Se poi si volesse sapere quanto Grano capisca una Cassa, Arca, o Sotterraneo, o altro simil luogo ove suol conservarsi il Grano, altro far non deesi, che calcolare il vuoto di tal Cassa, Arca, o Sotterraneo, secondo quel solido di cui essi ne son le figure, e i piedi cubi che ne verranno divisi per la quantità dei piedi cubi, che compongono una Corba, daranno nel quoziente la quantità delle Corbe, che capiranno nella data Cassa, Arca, o Sotterraneo.

E perchè nei Granari sogliono disporsi i Grani in una tal e quale altezza tutta uguale, colla sua scarpa attorno come mostra la *Figura* 179. Tavola XIX. Quindi è, che per misurare la quantità del grano contenuto in una tal massa, altro non deesi fare,

fare, che misurare un tronco di piramide, essendo detta massa appunto disposta come un tronco di piramide, e ciò si avrà mediante le regole descritte nella misura delle piramidi, mentre poi divisi i piedi cubi che mostreranno la solidità di tal tronco di piramide per i piedi cubi, che si contengono in una Corba di Grano, il quoziente mostrerà la quantità delle Corbe di Grano contenute nella proposta massa.

AGGIUNTA.

Il Grano, che così ammucchiato si dee tenere egualmente alto a palmi tre Romani, e non più, per ben conservarlo lungamente prende la figura di piramide troncata, che ha circa due palmi di scarpa. E per calcolare la sua quantità in Rubbj, è da sapersi, che ogni Rubbio di Grano corrisponde a 24. palmi cubi, e pesa libbre 640. (*a*)

E volendo pertanto indagare quanto spazio possano occupare nel granaro, per modo di esempio, 300. Rubbj di Grano, si dee moltiplicare il numero 300. per 24., ed il prodotto 7200. si partirà per il numero 3., altezza del mucchio; ed il quoziente 2400., mostrerà la quantità superficiale, che occupa un parallelepipedo, lungo palmi 100., e largo palmi 24., ed alto palmi 3. A cui aggiunto lo spazio di palmi due, che per ogn' intorno occupa la sua scarpa, si avrà la superficie della base del mucchio di 2912. palmi quadrati, la quale verranno

(*a*) Vedi lo Statuto dell' Agricoltura di Roma pag. 143.

verranno ad occupare i 300. Rubbj di Grano. (a)

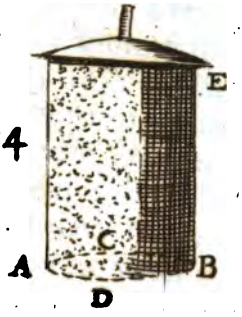
Gli Architetti potranno con queſta regola proporzionare i Granari, ſecondo la quantità del grano che ſi raccoglie. Nella Campagna di Roma, ragguagliandosi un anno coll'altro, ſi vuole che ogni Rubbio di terreno renda il frutto di 12. Rubbj. La grandezza però del Granaro da muro a muro ſi dee eſtendere, oltre la trovata ſuperficie, da un lato per otto, o dieci palmi, a fine di poter rivoltare il Grano, e negli altri tre lati ſarà ſufficiente che ci avanzi un palmo e mezzo; perchè tanto baſta a potervi andare intorno.

Miſurare la quantità d' acqua, che contiene una qualche Vaſca.

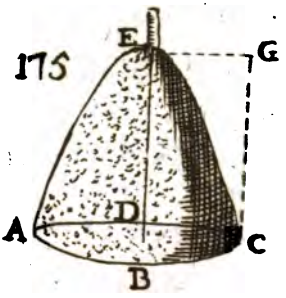
Egli è anche faciliſſimo miſurare qualſivoglia Vaſo, o Vaſca per ſaperne la quantità dell'acqua che contiene, o che può contenere, ſapendoſi i piedi cubi, che in una Corba d'acqua vi ſi contengono; perchè ſe coi modi inſegnati miſureremo la capacità del ſolido che occupa l'acqua nella Vaſca, e poi divideremo i piedi cubi di tal ſolidità per la quantità dei piedi cubi che fanno una Corba, ne avremo nel quoziente la quantità delle Corbe d'acqua che ſi contengono in tal Vaſo, o Vaſca. Come, per eſempio, nella *Figura* 180.

(a) Intendaſi che coteſta regola ſia a un dipreſſo; ſiccome ancora il mucchio del Grano non ha un'eſatta figura di piramide troncata. Per queſto ſi domandarebbe, che la ſuperficie da cui è terminato il mucchio foſſe ſomigliante a quella della baſe, che non è tale.

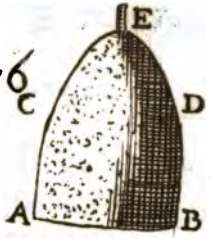
174



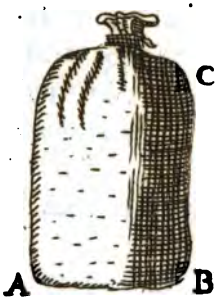
175



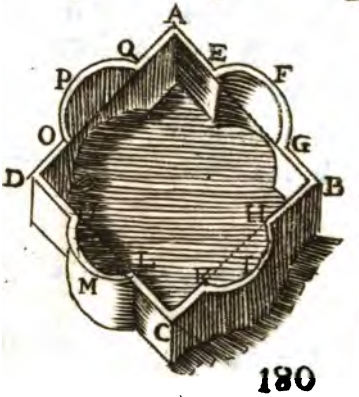
176



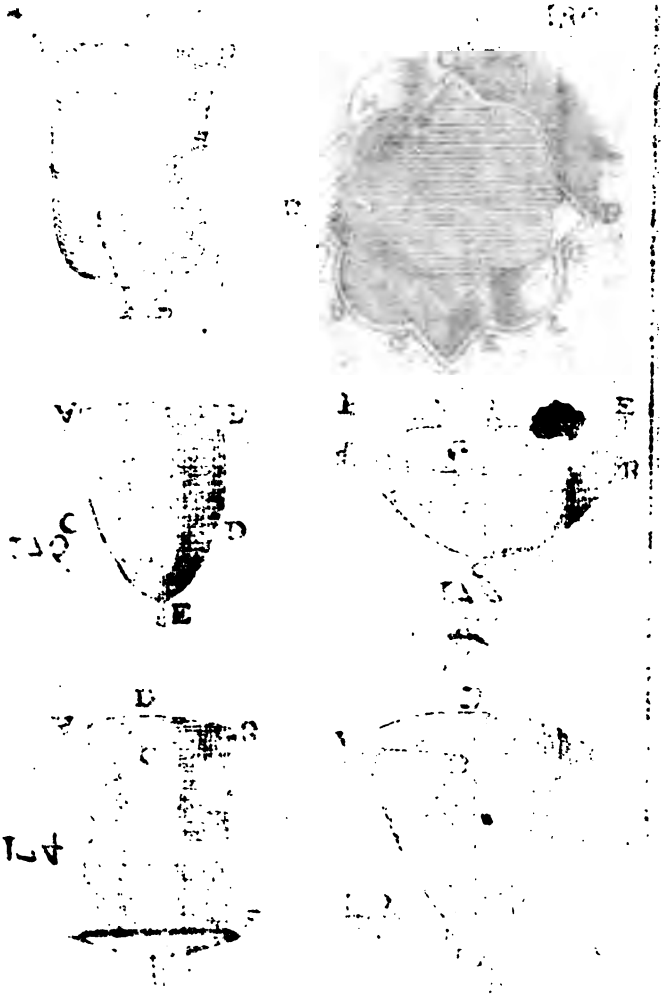
177



178



180



180. che moſtra una Vaſca, per ſaper l'acqua che contiene, miſuraſi ſecondo le regole inſegnate il vacuo di eſſa, cioè il priſma quadrato fatto ſopra la baſe *ABCD* coll' altezza della Vaſca, e i quattro ſegmenti di cilindro fatti ſopra le baſi *EFG*, *HIK*, *LMN*, *OPQ*, colla ſteſſa altezza della Vaſca; li ſommeremo tutti inſieme, e ne avremo la capacità in piedi cubi di tutta la Vaſca, la quale diviſa per i piedi cubi, che formano una corba, il quoziente che darà ſaranno le corbe d'acqua di cui è capace la detta Vaſca.

Nello ſteſſo modo può ſaperſi la quantità dell' acqua, che trovaſi in un pozzo, o ciſterna, come da ſe è chiaro ſenza ſpiegarſi d'avvantaggio.

Miſurare la capacità di qualſivoglia Vaſo irregolare.

Riempiaſi il Vaſo, che vuol miſurarſi, di acqua, o di grano, poi pongaſi lo ſteſſo grano o acqua in altro Vaſo regolare, verbi grazia in un Vaſo Parallelepipedo; indi miſuraſi la parte ſolida, che occupa il detto grano, o acqua nel Parallelepipedo, la ſolidità proveniente darà la ricercata miſura della quantità dei piedi cubi, che contiene il dato Vaſo irregolare.

Miſurare la mole di qualſivoglia corpo irregolare.

Volendoſi, verbi grazia, ſapere la quantità del metallo che ci anderà a fare una ſtatua di getto, della quale abbiaſi il modello di legno, o altra materia. Pongaſi queſto diligentemente in un vaſo d'

acqua perfettamente pieno, in modo che ne reſtin bagnati gli orli del vaſo, e la ſtatua, o corpo irregolare reſti tutto ſotto il livello, o ſuperficie dell' acqua; ſotto tal vaſo ſiavene un altro molto capace, acciocchè poſſa ricever tutta l'acqua che trabocchera dal primo, a cagione dell' immerſion della ſtatua: l'acqua che ſarà traboccata dopo fatta tal operazione ſi ponghi in un vaſo regolare, come in un parallelepipedo, e miſuraſi la parte ſolida che occupa tal acqua, mentre i piedi cubi di tal miſura daranno la ſolidità di tutta la ſtatua, o altro corpo irregolare che ſia; e allora ſe ſapremo la quantità del peſo di un piede cubo del metallo, o materia della quale vogliam gettar la ſtatua, e per tal quantità moltiplicheremo i piedi cubi della ſolidità trovata di eſſa ſtatua, ne avremo nel prodotto il peſo del metallo, che occorrerà per tal opera. La quale operazione è ſimile a quella, che s'inſegnò al Capitolo X., della miſura della ſolidità dei corpi irregolari.

ALCUNE MEMORIE

Tratte dalla Storia della Reale Accademia di Parigi attinenti, e aderenti alle Fabbriche.

HO ſtimato bene, prima di paſſare alle memorie di *M. Senes* ſopra la miſura delle volte, di ſpiegare alcuni termini uſati dall' Autore nella maniera Franceſe, i quali benchè poſſanſi intendere in leggendo le dette memorie, tuttavia per far che il Lettore ne ſia ſubito informato, ſenza che abbia

abbia la pena di ſcorrerle, pongo quì ſotto di ſeguito i ſuoi ſignificati, ſecondo l' uſo d' Italia.

Eſtrados è il piano, o ſia pianta della volta inteſa nel di fuori attorno i muri, cioè il contorno eſteriore dei muri ſu quali è poſta la volta, come per eſempio nella Tav. XXIV. *Figura* 23. il contorno abch diceſi l' Eſtrados.

Intrados è il piano, o pianta della volta inteſo nel di dentro attorno i muri, cioè il contorno interiore dei muri ſu quali è poſta la volta, come l' *ABCH* della ſteſſa *Figura* 23.

Sovralzata diceſi quella volta la quale viene formata da un mezzo ſferoide oblongo, cioè fatto dalla rivoluzione della ſemielliſſe attorno il ſuo aſſe maggiore.

Sovrabaſſata chiamaſi quella volta formata da un mezzo ſferoide appiatito, cioè fatto dalla rivoluzione della ſemielliſſe attorno del suo minor aſſe.

Pieno Cinteno intendeſi la Sagoma, o Cinteno fatto ſul ſemicircolo, o ſulla ſemielliſſe.

Volta a Cul di forno, o a Cupola è quella che è formata dalla intera rivoluzione di una mezza Elliſſe, cioè che contiene la ſuperficie di un Semiſferoide, come la eſpreſſa nelle *Figure* 6. e 7. Tavola XXI.

Volta a Cul di Forno a Panza, è quella ſteſſa eſpreſſa da noi, addietro nella *Figura* 137.

Volta in Arco di Chioſtro, è quella che noi diciamo a Ciel di Carrozza, o Schifo alla Romana.

Volta a Reſta, ovvero *a Spina*, è quella che noi chiamiamo a Crociera.

Nuova maniera di misurare le Volte a Cul di Forno, ovvero a Cupola, sovralzate, e sovrabassate, e le Volte in Arco di Chiostro, e a Spina.

Di M. Senes *tratte dalle memorie della Reale Accademia di Parigi, e dal Tomo dell' Anno* 1719.

LE pratiche che ora usansi per misurar queste Volte sono così difettose, che resto sorpreso come veruno fin ora non ne abbia date delle precise, particolarmente ora che si è aperta la strada delle scoperte che si son fatte sopra la superficie degli sferoidi, e delle Unghie cilindriche. Queste ricerche meritano l' attenzione dei Geometri, quanto qualsivoglian altre incomparabilmente di minor utile, e più attaccate alla speculazione, che alla pratica; essi non han posto l' occhio da questa parte, e neppur io ne avrei pensato, se il mio impiego d' Ingenere ordinario del Re non mi avesse data occasione di fare di queste misure.

Il Padre *de Chales* nel suo corso matematico ha avuto la medesima idea sopra le Volte a Spina, ma il suo metodo dà precisamente il medesimo errore che egli vuol correggere.

La miglior maniera che io abbia praticata per misurare le Volte a Spina è quella di svilupparle, ma oltre la difficoltà che v' è di misurare esattamente tal sviluppamento, non si può con tal mezzo trovare la solidità della Volta: e comechè esigano un operazione assai lunga, avviene, o sia per ignoranza, o sia per evitar la fatica, che la maggior

maggior parte miſuran queſte Volte come le Volte a Cuna, la qual coſa dà dei grandi errori, ſovente pregiudicialiſſimi agl' intereſſi del Re nelle miſure delle ſue Fabbriche, e in particolare a chi fa fabbricare.

M. Parent ha dato nel Mercurio di Parigi del Meſe di Marzo del 1712., delle pratiche per miſurare le Volte a Cupola ſovralzate, e ſovrabaſſate, ma quelle che riguardano la miſura delle Volte ſovrabaſſate, o mezzi sferoidi appiatiti, danno più del dovere, e l' errore arriva ſoventemente a più d' un ottavo; la qual coſa ho verificato facendone la comparazione con la mia maniera, e con quella poſta nel Trattato del Pendulo di *M. Huygens*, e poi pochi ſaran quelli i quali s' accomoderanno ai lunghi calcoli di queſte pratiche.

Le maniere che io dò, ſono preciſe e faciliſſime da praticarſi: ne ho trovate per tutte le ſorte dei caſi, delle quali non ne dò che una parte, ed è quella che comprende i caſi più ſemplici, e più uſati, i quali caſi ſono quelli dove gli archi delle Volte ſono ſemicircoli, ovvero ſemielliſſi. Riſervo per un trattato di tutte le miſure, che darò alla luce, ſe le mie occupazioni mel permetteranno, quei caſi dove gli archi ſono minori dei ſemicircoli, e ſemielliſſi, chiamati dal Palladio Volte a Remenato, o nel Gotico, a tre punte.

La miſura delle ſuperficie degli sferoidi oblonghi, e appiatiti da quella delle Volte a Cupola ſovralzate, e ſovrabaſſate, è utile per trovar la ſuperficie delle Volte a Spina, e in arco di Chioſtro ſovralzate, e ſovrabaſſate; ma queſte miſure

trovate col metodo di *M. VVallis*, del quale io mi ſervo, dipende dalla quadratura di un ſegmento di circolo nello ſferoide oblongo, e di quella di un Iperbole nello ſferoide appiatito. Trovaſi facilmente la proſſima ſuperficie di un ſegmento di circolo, e la proſſima ſuperficie dell' Iperbole coi metodi di *M. Mercator*, *VVallis*, e *Huygens*; ma queſti metodi richiedono dei calcoli, i quali non ſono comodi per la pratica delle miſure, per lo che io dò una maniera la quale ha inſieme, e la ſemplicità, e la convenevol giuſtezza per queſte pratiche.

Comincierò intanto con alcuni Lemmi, e Teoremi, i quali ſerviran di fondamento, a quanto ſi dirà nel proſeguimento.

LEMMA I.

Sieno *EC* e *OF* *Figura* 1. Tav. XXI. il grande, e il piccolo aſſe dell' Elliſſe *OEFC*, dal centro *K* per *C* ſia deſcritto il quarto di circolo *CDA*, e dal punto *O* avendo tirata a *EC* la parallela *OD* rincontrante l'arco *CDA* in *D*, ſia terminato il rettangolo *KODI*, e fatto ſopra *DI* prolongata, *IG* uguale a *KC*: ſia ancora dal punto *K* per la ſommità *F* e il punto *G* deſcritta la mezza Iperbole *FG*, e terminato il rettangolo *KLGI*.

1. Il rettangolo *KODI* ſarà alla figura *KADI*, come la ſuperficie dello ſferoide, il di cui raggio è *KO*, alla ſuperficie dello ſferoide oblongo che ſi concepiſce deſcritto dalla rivoluzione dell' Elliſſe *COEF* attorno dell' aſſe *EC*.

2. Il

2. Il rettangolo *KLGI* sarà alla figura *KFGI* come la superficie della Sfera, il cui raggio è *KC* alla superficie dello sferoide appiatito, che si concepisce descritto dalla rivoluzione dell' Ellisse *OEFC* attorno dell' asse *OF*.

M. VVallis ha data questa proporzione nelle sue opere Mattematiche (pag. 559.) ove se ne potrà vedere la dimostrazione, perchè sarebbe troppo lungo ponerla quì.

LEMMA II.

Sopra *ABC Figura* 2. quarto di un circolo, ovvero Ellisse *ABEY* dove *AC*, *BC*, sono i mezzi assi, sia una porzione di cilindro *DABC* terminata dalla superficie cilindrica *DAB*, dal piano inclinato *DXAC*, e dal triangolo *DBC* perpendicolare al quarto di circolo, ovvero Ellisse *ABC*.

Se il lato *DB* di questo triangolo è perpendicolare a questo quarto di circolo, ovvero di Ellisse *ABC* (nel qual caso io chiamo questa porzione diritta) dico che egli avrà la medesima ragione della circonferenza del circolo fatto dal raggio *CB* a *DB*; che della superficie curva dell' emisfero, ovvero del mezzo sferoide formati dalla rivoluzione del quarto di circolo, ovvero Ellisse *ABC*, all' intorno di *AC*; alla superficie cilindrica *DAB* di questa porzione *DABC*: e parimenti che di questa mezza sfera, ovvero questo mezzo sferoide, a questa porzione *DABC*.

DIMOSTRAZIONE.

Se ſopra le ordinate tali che *FZ* infinite in numero che riempono il quarto di circolo, ovvero di Elliſſe *ABC*, ſi concepiſſero dei triangoli *XFZ* paralleli al triangolo *DBC*, li ſaranno ſimili. Così *DB*: *XF* :: *CB*: *ZF* :: la circonferenza del raggio *CB*: alla circonferenza del raggio *ZF*. Dunque la circonferenza *CB*: *DB* :: la circonferenza del raggio *ZF*: *XF* :: il numero infinito delle circonferenze dei raggi *ZF* che formano la ſuperficie dell' emisfero, ovvero del mezzo sferoide fatto dalla rivoluzione di *ABC* all' intorno di *AC*, che vale a dire queſto emisfero, ovvero queſto mezzo sferoide; al numero infinito delle linee *XF*, che compongono la ſuperficie cilindrica *DAB*, che vale a dire a queſta ſuperficie cilindrica. Dunque la circonferenza del raggio *CB DB* :: la ſuperficie di queſto emisfero, o queſto mezzo sferoide, a queſta ſuperficie cilindrica *DAB*. Lo che era in primo luogo da dimoſtrare.

Di più la circonferenza del raggio *CB*: *DB* :: il circolo di queſto raggio *CB*: al triangolo *DBC* :: il circolo del raggio *ZF*: al triangolo *XFZ* :: il numero infinito dei circoli dei raggi *ZF*, che compongono l' emisfero, o il mezzo sferoide quì di ſopra al numero infinito dei triangoli *XFZ* che compongono la porzione cilindrica *DABC*, che vale a dire :: queſta mezza sfera, o queſto mezzo sferoide, a queſta porzione *DABC*; dunque la circonferenza del raggio *CB*: *DB* :: queſto emisfero o il mezzo sferoide:

sferoide: a queſta porzione *DABC*, lo che era da dimoſtrare.

COROLLARIO.

Egli è evidente da queſta dimoſtrazione che la medeſima circonferenza, *Figura* 3., del raggio *ZF*: *XF*:: la ſuperficie curva del ſegmento di sfera ovvero di sferoide fatto dalla rivoluzione del mezzo ſegmento di circolo, ovvero di Elliſſe *AFZ* all' intorno di *AZ*: alla ſuperficie cilindrica *XAF* della piccola porzione *XAFZ* (che io chiamo ſegmento di porzione) e parimenti :: queſto ſegmento di sfera o di sferoide: a queſto ſegmento di porzione *XAFZ*.

Il Lemma che ſiegue non è il che ſeguito di queſto queſito.

LEMMA III.

Se il lato *DB* del triangolo *DBC* non è perpendicolare al quarto di circolo ovvero di Elliſſe *ABC* (nel qual caſo io chiamo porzione obliqua) rimanendo il reſto lo ſteſſo che nel Lemma precedente, e immaginando una ſezione del medeſimo cilindro (cioè il quarto di circolo, ovvero di Elliſſe *AfbC*) alla quale il lato *DB* ove l'aſſe del cilindro ſia perpendicolare (io chiamo queſte ſezioni perpendicolari all' aſſe del cilindro, ſezioni diritte).

Io diſſi che egli avrà la medeſima ragione della circonferenza del circolo del raggio *Cb*, a *DB* lato della porzione obliqua *DABC* che della ſuperficie dell'Emisfera, o del mezzo sferoide fatto dalla rivolu-

rivoluzione del quarto di circolo ovvero di Ellisse *AfbC* all' intorno di *AC*, alla superficie cilindrica *DAB* di questa porzione obliqua *DABC*, e parimente che di questo emisfero o questo mezzo sferoide a questa porzione *DABC*.

DIMOSTRAZIONE.

La sezione diritta che vale a dire il quarto di circolo o di Ellisse *AfbC* essendo perpendicolare al lato *Db*, egli è evidente che le porzioni cilindriche *DAbC*, *BAbC*, sono diritte. Se si chiama dunque, per abbreviare, la circonferenza del raggio *Cb* (*C*) la superficie curva dell Emisfero e mezzo sferoide fatto dalla rivoluzione di *AfbC*, all' intorno di *AC* (*S*) la superficie cilindrica della porzione diritta *DAbC* (*V*) e la superficie cilindrica dell' altra porzione diritta *DAbC* (*Y*); si avranno per il Lemma II., queste analogie *C*: *Db* :: *S*: *V* :: *C*: *Bb* :: *S*: *Y*: dunque *C*: *S*. :: *Bb*: *V* :: *Bb*: *Y*: dunque *C*: *S* :: *Db* $\pm$ *Bb* (*ovvero DB*) *V* $\pm$ *Y*, che vale a dire (*C*) circonferenza del raggio *Cb* e a *BD*, lato della porzione obliqua *DABC* come (*S*) superficie curva dell' emisfero o mezzo sferoide, a *V* $\pm$ *V*, ovvero *DAB* superficie cilindrica della porzione obliqua *DABC*.

Medesimamente se si chiama la circonferenza del raggio *Cb* (*C*) l' emisfero ovvero il mezzo sferoide (*S*) la porzione diritta *DABC* (*V*) e l' altra porzione diritta *DAbC* (*Y*) si avranno le medesime analogie che quelle di sopra, e con un simile ragionamento si concluderà per questa porzione *DABC* quello

quello che si è concluso per la sua superficie; cioè che la circonferenza del raggio *Cb* è a *DB*, lato della porzione obliqua *DABC*, come l'emisfero, o il mezzo sferoide fatto dalla rivoluzione di *AfbC* all'intorno di *AC* alla porzione obliqua *DABC*, che era da dimostrare.

COROLLARIO.

Si vede da questa dimostrazione che la medesima circonferenza dal raggio *Cb*: al medesimo lato *DB*, ovvero la circonferenza del raggio *Zf*: *XF* :: la superficie curva del segmento di sfera ovvero di sferoide fatto per la rivoluzione del mezzo segmento di circolo, ovvero di Ellisse *AfZ* all'intorno di *AZ* :: alla sua superficie cilindrica *XAF* del segmento di porzione obliqua *XAFZ*, e parimente :: questo segmento di sfera ovvero di sferoide: a questo segmento di porzione.

Ecco una pratica, della quale se ne avrà bisogno nel seguente Problema.

Fare una linea retta uguale a un arco di circolo.

Sia l'arco di circolo *ABC* *Figura* 4., il quale non ecceda la mezza circonferenza, la sottesa del quale sia *AC*, e l'uno e l'altra sia diviso in due parti uguali dalla linea *DB*.

Avendo tirata la sottesa *AB*, bisogna prendere 1. $\frac{2}{3}$ e metterli da *A* fino in *E* nella linea *CA* prolungata. Avendo poi diminuita la linea *DE* della sua decima parte *EF*, bisogna condurre *FB*, e infine

fine *BG* che le ſia perpendicolare, e ſi avrà la linea *AG* uguale all'arco *AB*, ovvero il ſuo doppio dell'arco *ABC*, che eccederà di così poco, che allora ancora che queſto arco ſarà uguale alla mezza circonferenza del circolo, non vi ſarà a dire $\frac{1}{1400}$ della ſua lunghezza, e ſe non ſarà che un terzo della circonferenza, non vi ſarà $\frac{1}{11000}$ di differenza, e ſe non è che un quarto, non vi ſarà $\frac{1}{90000}$ della ſua lunghezza: queſta pratica, è *di M. Huygens*.

Si può fare ancora meccanicamente, percorrendo l'arco propoſto col compaſſo pochiſſimo aperto è applicando poi il compaſſo così aperto ſopra una linea retta tante volte, quante ſe ne ſaranno percorſe ſopra l'arco, la lunghezza che in tal modo verrà determinata ſopra queſta retta ſarà a un dipreſſo uguale a queſt'arco.

PROBLEMA I.

Trovare la ſuperficie di uno ſferoide oblongo.

Dal centro *K*, *Figura* 5., dell'Elliſſe *COEF* (dove ſi concepiſce che la rivoluzione attorno del maggior aſſe *CE* deſcrive queſto ſferoide) per *C* eſtremità di queſt'aſſe, ſia deſcritto il quarto di circolo *CDA* che incontrerà il piccolo aſſe *FO*, prolungato in *A*.

Dal punto *O*, eſtremità di queſto piccolo aſſe, tirate a *KC* la parallela *OD*, o dal punto *D* ove ella giunge il quarto di circolo, conducete *DI* parallela a *OK*, lo che formerà il rettangolo *KODI*.

In

In seguito di ciò, sia sopra il mezzo asse *KC*, fatta *KM* uguale all arco *AHD*, tirate dal punto *I*, al punto *A* la retta *IA*, e conducete dal punto *M* *MB* parallela a *IA* incontrante *KA* prolungata in *B*.

Dico, che il prodotto fatto moltiplicando la circonferenza di circolo del raggio *KO* metà del piccolo asse dell' Ellisse per la linea *FB*, sarà il contenuto della superficie del proposto sferoide.

DIMOSTRAZIONE.

Sieno tirate, la linea *BD*, il raggio *KD*, la corda *AD*, ed ancora *KG* perpendicolare a questa corda.

Per la costruzione, $KB : KM :: KA : KI$, dunque $KB = KA : KM = KI :: KA : KI$, e $\overline{KB} = \overline{KA \times KI} = \overline{KM} = \overline{KI \times KA}$, e mettendo *AB* in luogo di $KB = KA$, *OD* in luogo del suo uguale *KI*, e l'arco *AHD* in luogo di *KM* che li è stato fatto uguale; si avrà $\overline{AB \times OD} = \overline{AHD} = \overline{OD \times KA}$, ovvero $= \overline{AHD \times KA} = \overline{OD \times KA}$ in luogo di $\overline{KB = KA \times KI = KM = IK \times KA}$.

Ma a cagione dei triangoli simili *KAG*, *DAO*: $OD : AD :: KG : KA$, dunque $OD \times IA = AD \times KG$, e mettendo $AD \times KG$ in luogo di $OD \times KA$ qui di sopra, si avrà $AB \times OD = AHD \times KA = AD \times KG$, e predendo le loro metà $\frac{AB \times OD}{2} = \frac{AHD \times KA}{2} = \frac{AD \times KG}{2}$. Ma $\frac{AB \times OD}{2}$ è uguale al triangolo *ABD*, e $\frac{AHD \times KA}{2}$

e $\frac{AHD \times KA}{2}$ (uguale al ſettore $KAHD$) $= \frac{AD \times KG}{2}$ (uguale al triangolo KAD) è uguale al ſegmento di circolo $AHDA$; dunque queſto triangolo ABD è uguale a queſto ſegmento $AHDA$; e aggiungendo a ciaſcheduno il trapezio $KADI$; ſi avrà il trapezio $KBDI$ uguale alla figura $KAHDI$.

Per il Lemma I. il rettangolo $KODI$: alla figura $KADI$ :: la ſuperficie della sfera del raggio KO: alla ſuperficie dello sferoide propoſto; nominando dunque (C) la circonferenza del raggio KO, & (S) la ſuperficie dello sferoide, e per la figura $KAHDI$, mettendo $\frac{KB + DI \times DO}{2}$ valore del trapezio $KBDI$ che ſi è dimoſtrato eſſerli uguale, ſi avrà $KO \times OD : \frac{KB + DI \times OD}{2}$ ovvero $KO : \frac{KB + DI}{2} :: 2KO \times C$ (uguale alla ſuperficie della sfera del raggio KO) : S; dunque $2KO \times C \times \frac{KB + DI}{2}$, ovvero $KO \times C \times KB + DI = KO \times S$, & in fine $C \times KB + DI$, ovvero (a cagione di $KB + DI = FB$) $C \times KFB - S$, che vale a dire il prodotto fatto dalla circonferenza del raggio KO per la linea FB è uguale al contenuto della ſuperficie dello sferoide propoſto, come era da dimoſtrare.

Si può trovare queſta lunghezza FB con il calcolo, conoſcendo ſolamente li mezzi aſſi KC, KO, dello sferoide, facendo queſta analogia.

1. Come KD., ovvero KC, metà del maggior aſſe
   Al ſeno totale
   Così KO metà del minor aſſe

Al

Al ſeno dell'angolo *KDO*.

Levate li gradi che contengono l'angolo *KDO*, da 90. e il reſto darà quelli dell'angolo *DKO*, ovvero dell'arco *AHD*, poi dite.

2. Come 360. gradi
Ai gradi dell'arco *AHD*,
Così la circonferenza del raggio *KC*
Alla lunghezza dell'arco *AHD*, ovvero a *KM*.

3. Come il ſeno totale
a *KD*, ovvero *KC*,
così il ſeno dell'angolo *DKO*
a *OD*, ovvero *KI*.

4. *KI*: *KM* ÷ *KA* ovvero *KC*: *KB*.
Alla quale *KB* aggiungendo il valore del mezzo aſſe *KF*, ſi avrà quella di *FB*.

COROLLARIO.

Egli è evidente che il prodotto fatto dalla medeſima circonferenza del raggio *KO* per *FN* metà di *FB*; darà la ſuperficie curva del mezzo ſferoide *COFO*, ovvero del mezzo ſferoide *OCEC*, ovvero del mezzo ſferoide qualunque *CSQS*; mentre queſte ſuperficie ſono tutte uguali fra loro, eſſendo ciaſcheduna metà di quella dello ſferoide.

Medeſimamente il prodotto fatto della metà della circonferenza del raggio *KO* per *FN*, ſarà il contenuto della ſuperficie curva di un quarto qualunque di ſferoide; il prodotto fatto dall'arco *VF* della medeſima circonferenza per *FB*, darà la ſuperficie curva del fuſo *CVFEC*; e il prodotto del medeſimo arco *VF* per *FN*, quella del mezzo fuſo *CVF*.

Pongo

Pongo quì immediatamente le pratiche della misura delle Volte a Cupola ſovralzate, affinchè ſi abbia preſente il Problema precedente, dal quale dipendono queſte pratiche, e così ſeguirò lo ſteſſo ordine per le altre Volte.

Pratiche della miſura delle Volte a Cul di Forno, ovvero a Cupola ſovralzate.

AVVERTIMENTO.

Noi ſupponiamo ſempre, che gli archi delle Volte ſovralzate, e ſovrabaſſate delle quali trattiamo in queſte memorie, ſieno mezze ellifſi; queſte curve danno alle Fabbriche molta ſolidità, e fanno migliore effetto alla viſta di tutte le altre ovali. Se adoperanſi altre ovali, potranno ugualmente ſervire le noſtre regole di molto poco allontanandoſi dalla preciſione.

Biſogna renderſi familiari le pratiche di trovare le lunghezze tali come *FB* del precedente Problema, e tali come *OB* del ſeguente, avvertendo di deſcriver le figure molto grandi per avere queſte lunghezze con maggior eſattezza.

PRATICA I.

Miſurare la ſuperficie di una Volta a Cul di Forno ſovralzata.

Sia *MDQG*, *Figura* 6. il piano della Volta, *MRQ*, il ſuo profilo per *MQ*, per averne la ſuperficie interiore,

teriore, trovate per rapporto a *KC* l'altezza della Volta dal disopra dell'impoſta, ed a *FO* ſua larghezza, la linea *FB* come nel Problema precedente, e moltiplicate la circonferenza interiore *ODFGO* del piano per *FN*, metà della lunghezza trovata *FB*, e il prodotto darà la ſuperficie requiſita, la qual coſa è evidente per il Corollario del medeſimo Problema.

Eſempio. Sia il diametro *FO* = 3. teſi, 3. piedi, e la linea trovata *FB* = 5. teſi, trovate la circonferenza *ODFGO*, che ſarà di 11. teſi, prendete la metà di *FB*, che è 2. teſi, 3. piedi, e fate la moltiplicazione all'ordinario.

	teſi	piedi	pollici	
ODFGO, circonferenza —	11.	0.	0.	} teſi piedi po.
FN, altezza ridotta ——	2.	3.	0.	} 27. 3. 0.

queſte 27. teſi, e 3. piedi ſaranno il contenuto della ſuperficie interiore della Volta.

Queſta pratica ſerve ancora a miſurare la ſuperficie di una Volta, il di cui piano ſia Ellittico.

Sia *GMRQ Figura* 7. il piano della volta, e *GMR* il ſuo profilo: e queſta Volta ſia tale che gli archi verticali che la formano, ovvero i ſuoi centini ſopra *OF*, e ſopra delle parallele a, *OF*, ſieno mezzi circoli: ſi troverà per rapporto a, *KC*, *KO*, la linea *FB* come nel Problema precedente, e moltiplicando parimenti la circonferenza del raggio *KO* per *FN* metà di *FB*, il prodotto ſarà (Corollario Problema precedente) la ſuperficie interiore di queſta Volta.

Egli è evidente *Figura* 6., e 7., che la ſuperficie interiore delle Volte a nicchio, che chiudono

la metà delle precedenti, le quali s' immaginano tagliate da un piano verticale che passa per la loro sommità, si troverà moltiplicando la mezza circonferenza del raggio *KO*, per la medesima *FN*, cioè in questo caso moltiplicando 5. tesi, 3. piedi per 2. tesi 3. piedi; si avranno 13. tesi 4. piedi 16. pollici pel contenuto di questa superficie.

Se in fine, *Figura* 6. la Volta avesse per piano un arco di circolo minore, o più grande della mezza circonferenza, bisognerà moltiplicare il contorno di quest' arco per *FN*. Tutto questo è chiaro (medesimo Corollario).

Si opererà nella medesima maniera per avere la superficie esteriore della Volta, servendosi di *KM*, *KR*, in luogo di *KO*, *KC* che sonosi adoperate per avere una lunghezza tale come *FB* ec. ma si deve osservare, che allora quando la superficie interiore, o l' esteriore è ellittica, l' altra non l' è; perchè due Ellissi concentriche non possono comprendere uno spazio ugualmente largo per tutto; la qual cosa sarebbe necessaria per render esatta l' operazione. Si dà ordinariamente a queste Volte un ugual grossezza, nel qual caso l'errore che può dare non può esser considerabile.

PRATICA II.

Misurare la solidità delle Volte precedenti.

Trovate come in avanti il contenuto della superficie mezzana, che s' immagina dividere la grossezza della Volta in due parti uguali, il cui profilo

filo è *mrq*, e moltiplicate questo contenuto per la grossezza *MO* della Volta per avere la solidità. Lo stesso si farà per la *Figura* 7.

Esempio. Sia *qm*, diametro mezzano della Volta = 3. tesi 5. piedi, la circonferenza mezzana sarà = 12. tesi, o piedi, 3. pollici. 5. linee, la lunghezza qn trovata come *FN* (Problema precedente) sia = 2. tesi, 4. piedi, 5. pollici, e la grossezza = 2. piedi. Dunque

	tesi.pie.pol.lin.	
mdqgm, circonferenza mezzana —	12. 0. 3. 5.	tesi pie. pol. lin.
qn altezza ridotta ————	2. 4. 5. 0.	
MO grossezza ————	0. 2. 0. 0.	32. 5. 9. 4.

queste 32. tesi, 5. piedi, 9. pollici, e 4. linee daranno la solidità ricercata.

Per facilitar queste pratiche, e mostrarle tutte in un batter d'occhio, si è posto negli esempj precedenti, a lato delle dimensioni le lettere che contrassegnano queste dimensioni, e così pure farassi nel proseguimento. Non è però necessario di porvi tali lettere quando si farà la misura di una qualche opera.

OSSERVAZIONE.

Vi sono delle maniere geometriche facili per misurare la solidità degli sferoidi, e conseguentemente quella delle Volte a Cul di Forno. Si considerano come piene, poi si leva il mezzo sferoide del vuoto del mezzo sferoide totale, che comprende la grossezza della Volta, e quello che resta è la solidità della Volta; ma secondo quello che già si è detto, il mezzo sferoide totale, e il mezzo sfe-

roide del vuoto non potrebbero eſſere tutti e due Ellitici, ſe la Volta è della medeſima groſſezza da per tutto. Queſte maniere non ſono all' ultima eſattezza, quelle che io dò quì ſaranno almeno così preciſe, e più convenevoli alle miſure, ove egli è ſempre meglio che vi ſien ſegnate le tre dimenſioni delle opere.

PROBLEMA II.

Trovare la ſuperficie d' uno Sferoide appiatito.

Dal centro *K*, *Figura* 8. dell' Elliſſe *OEFG* (dove ſi concepiſce che la rivoluzione attorno del piccolo aſſe *OF* deſcrive lo sferoide) per *C* eſtremità dell' aſſe maggiore ſia deſcritto il quarto di circolo *CDA*, rincontrante il piccolo aſſe prolungato in *A*, e tirate a *KC* per l' eſtremità *O*, *F* del piccol aſſe, e per il punto *A* le parallele indefinite *OΔ*, *MFD*, *RAG*, e per il punto *D* ove *MFD* rincontra l' arco di circolo, conducete ad *AO* la parallela *ΔG*, rincontrante *RG* in *G*, e *OΔ* in *Δ*.

Dopo dividete *OΔ* in due parti uguali in *B*, fate *B6* uguale alla terza parte di *OB*, e tirate dal centro *K*, e dall' eſtremità *C* del mezzo aſſe *KC* per li punti 6. *B* due rette che ſi congiungano in 7.

Fate *Kf* uguale a *KF*; e tirate per il punto *f* al punto di ricontro 7. la retta *f* 7. che taglierà *B6* nel punto 5., per il quale conducete *a O A* la parallela 5 *TQ*.

Fate poi *AL* uguale a *AQ*, e conducete per li punti *G*, *L* la retta *G L*, e per il punto *Q*, *QH* parallela a *GL*, rincontrante *KL* in *H*.

Parimenti

Parimenti fate *AN* uguale a *AF*, e conducete dal punto *G* al punto *O* eſtremità del piccolo aſſe la retta *GO*, e dal punto *N*, *N* 8. parallela a *GO*, rincontrante *KL* in 8.

Sopra 8*H* come diametro deſcrivete il mezzo circolo *HR*8 tagliante *RG* in *K*, portate *AR* da *F* in *M*, e la diſtanza *KM* da *T* in *V*.

Per li punti *G*, *V*, tirate la retta *GVZ* rincontrante *MD* in *Z*, giungete *FG*, conducete a queſta retta per il punto *Z* la parallela *ZY* rincontrante *IG* in *Y*, e portate *IY* da *K* in *B*.

Io dico che il prodotto fatto moltiplicando la circonferenza del circolo del raggio *KC* metà del maggior aſſe dell' Elliſſe per la linea Δ*Y* ovvero *OP*, farà viciniſſimo alla uguaglianza, ovvero contenuto della ſuperficie dello ſferoide appiatito propoſto.

DIMOSTRAZIONE.

Dal centro *K*, pel raggio *KM* deſcrivete il mezzo circolo *KM* ω, e tirate dal punto *X* ove eſſo riſcontra *KL* nel punto *V* la retta *XV*, che farà (conſtruzione) parallela a *AG*, conducete ancora *FY*, e deſcrivete la mezza iperbole *FVG*.

Il rettangolo 8. *AH*, è uguale al quadrato di *AR*, ovvero del ſuo ugale *FM*, e il rettangolo ω *FX* è uguale al medeſimo quadrato di *FM*; dunque 8. *AH* = ω *FX* e per conſequenza ω *F*, ovvero *PX*, (che li è uguale): 8. *A* :: *AH*: FX: e dando l' altezza *GA* a tutti li termini, ſi avrà *OX*×*AG*: 8. *A*×*AG* :: *AH*×*AG*: *FX*×*AG*.

Ma a cagione delle parallele GO, $N8$, e GL, QH ſi ha 8. A: AN, ovvero al ſuo uguale AF :: OA: AG, e AH: AL ovvero AQ :: AQ : AG, dunque $8A \times AG = OAF$, & $AH \times AG = \overline{AQ}^2$ Mettendo dunque nell'analogia quì di ſopra il rettangolo OAF in luogo di $8A \times AG$, & $\overline{AQ}^2$ in luogo di $AH \times AG$ ſi avrà la ſeguente $OX \times AG : OAF :: \overline{AQ}^2 : FX \times AG$, e prendendo il prodotto degli eſtremi, e dei medii $OXF \times \overline{AG}^2 = OAF \times \overline{AQ}^2$, dalla qual coſa ne ſiegue che $\overline{AG}^2 : \overline{AQ}^2$ ovvero $\overline{XV}^2 :: UAF : OXF$ e per conſeguenza che il punto V è ſopra la mezza iperbole FVG.

Ma abbiamo trovato che una retta condotta pel punto G, e il punto V dell'iperbole, talchè egli è ſtato determinato ſopra la linea TQ, la taglia in modo che lo ſpazio eſteriore FZV è a un dipreſſo uguale allo ſpazio interiore o ſegmento iperbolico VvG, dunque aggiungendo lo ſpazio comune $ZGvGD$ il triangolo ZDG ſarà a un dipreſſo uguale allo ſpazio iperbolico $FVvGD$, ma queſto triangolo ZDG è uguale al triangolo FDY (mentre a cagione) conſtruzione di ZY parallela a FG, e dell'angolo comune D, i lati di queſti triangoli ſono in ragione reciproca, cioè FD : ZD :: DG : DY) dunque il triangolo FDI ſarà a un dipreſſo uguale allo ſteſſo ſpazio iperbolico $FVvGD$, e aggiungendovi il rettangolo commune $KFDI$ ſi avrà il trapezio $KFYI$ uguale a un dipreſſo allo ſpazio $KFVvGI$.

Intanto (Lemma 1. N. 2.) il rettangolo $AKIC$: allo ſpazio $KFVvGI$ :: la ſuperficie della sfera del raggio KC: alla ſuperficie dello sferoide propoſto, dunque nominando la circonferenza del circolo del raggio

raggio KC ovvero KA (C) e la ſuperficie dello ſferoide (S) e per lo ſpazio $KFU = vGI$ ponendo $\frac{HF + YI}{2} \times KI$ ovvero $\frac{1}{2}$ $OB \times KI$ mentre $OK = KF$ per la conſtruzione. $KB = IY$ valore del trapezio $KFYI$, che li è uguale, e ſi avrà il rettangolo $AKIG$, cioè $KA \times KI : \frac{1}{2}$ $OB \times KI$ ovvero $KA : \frac{1}{2}$ $OB :: 2KA \times C$ (ugual alla ſuperficie della ſfera del raggio KA) : S. Dunque $2KA \times C \times \frac{1}{2}$ OB ovvero (che è il medeſimo) $KA \times C \times OB = KA \times S$, ed in fine $C \times OB = S$, che vale a dire il prodotto fatto dalla circonferenza del raggio KC per la linea OB, è a un dipreſſo uguale al contenuto della ſuperficie dello ſferoide, lo che era da dimoſtrare.

Se ſi vuole trovare col calcolo ſenza ſegnare alcuna figura la lunghezza OB mediante la ſola conoſcenza dei mezzi aſſi KC, KF, biſogna moltiplicare $KC + KF$ per $KC = KF$, ed eſtraere la radice quadrata dal prodotto, la quale darà la lunghezza $FD = AG = O\Delta$, della quale ſe ne prenderà la feſta per avere $B6$, dopo di che ſi farà queſt' analogia.

1. $KC : KC = KF = fC :: B6 : B5$, levate $B5$ da OB metà di $O\Delta$, e reſterà il valore di $O5 = AQ$.

2. $AG : AL$ ovvero $AQ :: AQ . AH$.

3. $AG : AN$ ovvero $AF = KC - KF :: AO = KC + KF : A8$. Moltiplicate $A8$ per AH, e al prodotto che ſarà il quadrato di AR ovvero di FM, aggiungete il quadrato di KC; e dalla ſomma eſtraete la radice quadrata, che darà la lunghezza KM ovvero della ſua uguale TV.

Levate KF ovvero $T\pi$ da TV per avere il reſto πV, ed $F\pi$ da F per averne $D\pi$.

4. $DG - \pi V : DG$ ovvero $FA :: D\pi : DZ$.

5. $DF : DG :: DZ : DY$ ovvero FB, alla quale FB aggiungendo il valore del minor aſse OF ſi avrà la lunghezza requiſita OB.

COROLLARIO.

Egli è evidente come al Corollario del Problema I. che il prodotto fatto dalla circonferenza del raggio KC per OP metà di OB ſarà ugale alla ſuperficie curva del mezzo Sferoide $OECE$, ovvero del mezzo Sferoide $EOFO$ ovvero di qualunque altro mezzo Sferoide.

Parimenti il prodotto fatto dalla mezza circonferenza del raggio, KC, per OP ſarà uguale alla ſuperficie curva di un quarto qualunque di Sferoide; il prodotto dell' arco ES della medeſima circonferenza per OB darà la ſuperficie curva del fuſo $OEFSO$, e il prodotto del medeſimo arco ES per OP, quella del mezzo fuſo OES.

OSSERVAZIONE.

Avendo ſegnata la mezza iperbole nelle differenti ragioni che poſſono eſsere tra i mezzi aſſi KF, KC, dell' Elliſſe $OEFC$, io ho ſempre oſſervato, che la parallela STQ condotta per il punto S, trovato come ſi è detto, taglia queſta mezza iperbole in un punto V, per il quale e per il punto G avendo condotta la retta GVZ, gli ſpazj FZV, VvG ſi trovano

trovano a un dipreſſo uguali, come ſi è ſuppoſto. E come che la differenza tra queſti ſpazj non può eſſere che una ſuperficie piccoliſſima la quale ſi trova quì mutata in un triangolo, la cui ſommità è nel punto *F*, e la base ſopra *DG*, ella non può dare per errore ſopra *DY* da una parte, o dall'altra del punto *Y*, che la baſe di queſto triangolo, del quale l'altezza *DF* eſſendo molto grande, ne ſiegue che queſta baſe, e per conſeguenza queſto errore dee eſſere così piccolo paragonato a *OB*, che ſi può negligere per profittare della pratica ſemplice, e comoda, che dà queſta maniera.

Pratiche per la miſura delle Volte a Cul di Forno ſovralzate.

Miſurare la ſuperficie di una Volta a Cul di Forno ſovralzata.

Sia *EDCG*, *Figura 9.* il piano della Volta, e *EOC* il ſuo profilo per *EC*. Per averne la ſuperficie interiore, fate K*F* = K*O*, e trovate la linea *OB* per rapporto a K*C*, *OF*, come nel Problema precedente. Moltiplicate dipoi la circonferenza interiore *EDCGE* per *OP* metà di *OB*, e il prodotto darà la ſuperficie di queſta Volta (Corollario del medeſimo Problema.)

Eſempio. Sia il diametro *EC* = 5. teſi, 4. piedi, 6. pollici, la circonferenza *EDCGE* ſarà = 18. teſi, 0 piedi, 5. pollici, e ſia *OP* = 2. teſi, 0 piedi 11. pollici. Dunque

	teſi.	pie.	pol.	
ODCGE circonferenza	— 18.	0.	5 }	teſi piedi pollici.
OP. altezza ridotta	— 2.	0.	11 }	38. 5. 5.

queſte

queſte 38. teſi, 5. piedi 5. pollici daranno il valore della ſuperficie requiſita.

Se il piano *OCFE*, *Figura* 10. della Volta ſarà Ellittico, e i ſuoi Cinteni ſopra l'aſſe *CE* e ſopra delle parallele a queſt'aſſe, eſſendo ſemicircoli, biſognerà trovare per rapporto a *KC*, *OF*, la lunghezza *OB*, come nel Problema precedente, e moltiplicare parimente la circonferenza del raggio *KC* per la metà della linea trovata *OB* per avere nel prodotto (Corollario Problema precedente) la ſuperficie interiore di queſta Volta.

Si vede, che avendo trovate le lunghezze tali come *OB*, in ſeguito di ciò le pratiche non differiſcono punto da quelle coſe che ſi ſono date per le Volte ſovralzate. Così ſi troverà nella medeſima maniera la ſuperficie interiore delle Volte a nicchio le quali ſono la metà delle precedenti, ovvero parti di quelle, *Figura* 9. le loro ſuperficie interiori, e la ſolidità, che è inutile da ripetere.

OSSERVAZIONE.

I precedenti Problemi fanno vedere l'errore conſiderabile che ſi fa colla maniera ordinaria di miſurare la ſuperficie degli ſferoidi, la quale da Evrardo, e da altri Geometri è ſtata creduta Geometrica, ed è di moltiplicare la circonferenza del gran circolo dello Sferoide per la lunghezza dell'aſſe che è perpendicolare a queſto circolo. Mentre nello Sferoide oblongo, *Figura* 5., vien portando la lunghezza *FB* da *E* in *F*, onde ſi vede che queſta maniera ordinaria dà di troppo un rettangolo

golo che ha per baſe la circonferenza del raggio *KF*, e per altezza la lunghezza *PC*; e nello Sferoide appiatito *Figura* 8. quella che trovaſi nella ſteſſa maniera è minore di quello che biſogna di un rettangolo che ha per baſe la circonferenza del raggio *KC*, e *FB* per l'altezza.

PROBLEMA III.

Trovare la ſuperficie curva DAB della porzione di cilindro diritto, ovvero obliquo DABC, dei Lemmi 2. 3.

PRIMO CASO.

Nelle *Figure* 2. 3. e 11. 12. 13. che ſono le medeſime roveſciate allora quando la baſe *ACB* della porzione diritta, ovvero la ſezione diritta *AbC* della porzione obliqua è un quarto di circolo. Il prodotto fatto da *DB* per *AC* ſarà uguale al contenuto della ſuperficie curva *DAB*.

SECONDO CASO.

Le medeſime figure ſervono per tutti i caſi per evitare la moltiplicità. Allora quando la baſe *ABC* della porzione diritta, ovvero la ſezione diritta *Abc* di porzione obliqua è un quarto di Elliſſe, di cui la *AC* è la metà del maggior aſſe.

Biſogna trovare, *Figure* 2. 3. per rapporto all' aſſe *BY*, e al mezzo aſſe *AC* (porzion diritta) ovvero *a*, *bY*, *AC* (porzione obliqua) una lunghezza

ghezza *FB* (*Probl.* 1. *Figura* 5.) e il prodotto fatto da *DB* per la metà di questa lunghezza trovata sarà uguale al contenuto della superficie *DAB* della porzione diritta, o obliqua.

Per esempio se la lunghezza trovata è *OQ* e la sua metà *OR* il prodotto *DB*×*OR* sarà il contenuto della superficie *DAB*.

TERZO CASO.

Allora quando la base *ABC* della porzione diritta ovvero la porzione diritta *ABC* della porzione obliqua è un quarto di Ellisse, del quale la *AC* è la metà del suo minor asse.

Si troverà per rapporto all' asse *AE*, e al mezzo asse *Y* (porzione diritta) ovvero *AE*, *bC*, ovvero *CY* (porzione obliqua) una lunghezza simile alla lunghezza *OB* (*Probl.* 2. *Figura* 8.) e il prodotto fatto da *DB* per la metà di questa lunghezza trovata darà la superficie requisita *DAB*, della porzion diritta ovvero obliqua.

Sia la lunghezza trovata *MP* e la sua metà *MS*, il prodotto *DB*×*MS* sarà il valore di questa superficie *DAB*.

DIMOSTRAZIONE.

Sia $a = AC$ ovvero *OR*, ovvero *MS*, $b = DB$, $c =$ alla circonferenza di circolo del raggio *CB* ovvero *Cb*. Se si fa $c : b :: a : c$ (uguale alla superficie dell' Emisfero ovvero per il Corollario Problema 1. 2. a quella del mezzo sferoide fatto dalla rivoluzione

rivoluzione di *ABC* ovvero *AbC* attorno di *AC*) $\frac{acb}{c} = ab : ab$, ſarà (Lemma 2. 3. uguale alla ſuperficie cilindrica *DAB*, ma *ab*, è = *DB*×*AC*, ovvero *DB*×*OB*, ovvero *DB*×*MS*, dunque ec.

PROBLEMA IV.

Trovare la ſolidità della medeſima porzione di cilindro diritto ovvero obliquo DABC, e del ſegmento di porzione XAFZ.

1. Il prodotto ſeguente $\frac{1}{3}$ *DB*×*BC*×*AC* (delle medeſime figure) allora quando la porzione è diritta, è queſto quì $\frac{1}{3}$ *DB*×*bC*×*AC*, allora quando ella è obliqua danno la ſolidità requiſita.

2. Per trovare il ſegmento di porzione *XAF Figure* 14. 15. 16. *AE* (*Figura* X.) eſſendo il diametro del circolo ovvero l'aſſe dell'Elliſſe, dove *AFZ* ovvero la ſezione diritta *AfZ* e un mezzo ſegmento, *AZ* l'altezza, e *C* il centro, fatte ſopra una linea retta *ZM*, liberamente condotta dal punto *Z*, *ZL*=*ZE*, e *LM*=*AC*, conducete la *LA*, e fate *MO* parallela a *LA*, che rincontrerà *ZA* prolungata in *O*, e fate *ZI*= $\frac{1}{3}$ *ZO*.

Si può trovare *ZO*, e per conſeguenza *ZI* col calcolo facendo queſta analogia. *ZE* ovvero *ZI*: *ZE* + *AC* ovvero *ZM* :: *ZA*: *ZO*, il cui terzo darà *ZI*.

Perciò il prodotto $\frac{1}{3}$ *FX*×*FZ*×*ZI* allora quando il ſegmento di porzione è diritto e $\frac{1}{3}$ *FX*×*fZ*×*XI*, quando è obliquo dà la ſolidità requiſita.

DIMO-

DIMOSTRAZIONE.

Sia $a = AC$, $b = DB$, $B =$ alla circonferenza di circolo del raggio BC (porzion diritta,) ovvero bC (porzion obliqua) & $r =$ a queſto raggio BC ovvero bC, FZ del ſegmento diritto, ovvero fZ del ſegmento obliquo $= d$, $S =$ alla circonferenza del raggio FZ ovvero fZ, ZI, ovvero $\frac{1}{3}$ $ZO = f$, e $FX = g$.

1. Egli è dimoſtrato, *Figura* 11. 12. 13., che $\frac{1}{2}$ $rc \times \frac{2}{3}$ a, ovvero $\frac{1}{3}$ rca, è uguale all' emiſfero, o mezzo Sferoide fatto dalla rivoluzione di ABC, ovvero AbC all' intorno di AC, facendo dunque così $c : b :: \frac{1}{3}$ $rca : \frac{1}{3}$ $\frac{bra}{c}$, ovvero $\frac{1}{3}$ bra, ſarà (Lemma 2. 3.) uguale alla ſolidità della porzione $DABC$, ma $\frac{1}{3}$ bra, è uguale a $\frac{1}{3}$ $DB \times BC \times AC$ ovvero a $\frac{1}{3}$ $DB \times bC \times AC$, dunque ec.

2. A cagione dei triangoli ſimili, *Figure* 14. 15. 16. AZI, OZM, (*Figura X.*) ZL, ovvero $ZE : ZM$ ovvero $ZE + AC :: ZA : ZO$, dunque $\frac{1}{2}$ dSf è uguale al ſegmento di ſfera ovvero di ſferoide fatto dalla rivoluzione di AFZ, *Figura* 14. ovvero di AZ (*Figura* 15. 16.) all' intorno di AZ, e ſe ſi fa $S : g :: \frac{1}{2}$ dSf $\frac{1}{2}$ $\frac{gdSf}{5}$ ovvero $\frac{1}{2}$ gdf ſarà (Corollario del Lemma 2. 3.) uguale alla ſolidità del ſegmento di porzione $KAFZ$, ma $\frac{1}{2}$ gdf è uguale a $\frac{1}{2}$ $FX \times FZ \times ZI$, ovvero a $\frac{1}{2}$ $FX \times fZ \times ZI$, dunque ec.

COROL-

COROLLARIO.

Se da un prisma triangolare diritto, *Figura* 11. *HG ACBD* = $\frac{1}{2}$ *DB*×*BC*×*AC* si leva la porzione diritta cilindrica *DABC* = (*Probl. preced.*) $\frac{1}{3}$ *DB*×*BC*×*AC* il resto $\frac{1}{6}$ *DB*×*BC*×*AC* sarà uguale alla solidità *HGACBD*, che io chiamo parte superiore.

Medesimamente levando dal prisma triangolare diritto, *Figura* 14., *KGAZFX* = $\frac{1}{2}$ *FX*×*FZ*×*ZA*, il segmento di porzione *XAFZ* = (*Probl. preced.*) $\frac{1}{2}$ *FX*×*FZ*×*ZI*, allora quando questo segmento è diritto, il resto $\frac{1}{2}$ *FX*×*FZ*×*IA* sarà uguale alla parte superiore *HGAFXA*.

Allora quando questa porzione e questo segmento di porzione, *Figure* 12. 13. 15. 16., saranno obliqui, egli è evidente che la parte superiore della porzione sarà uguale a *DB*×*bC*×*AC*, e la parte superiore del segmento di porzione uguale a *FX*×*fZ*×*IA*.

Pratiche della misura delle Volte in arco di Chiostro.

PRATICA I.

Figura 17. 18. *Misurare la superficie d'una Volta in arco di Chiostro il cui piano ABCD è un quadrato, ovvero un rombo.*

La maniera di misurare la superficie di queste Volte non è differente da quella delle Volte a Cul di Forno; quando elle sono in pieno Cinteno si moltiplica

moltiplica il ſuo contorno, che vale a dire la ſomma di tutti i lati per l'altezza perpendicolare dalla chiave ſino al livello del diſopra dell'impoſta, e il prodotto dà la ſuperficie requiſita. E quando ſono ſovralzate, ovvero ſovrabaſſate, ſi moltiplica il medeſimo contorno per le lunghezze trovate come nei Problemi 1. 2.

Sia *GABCH* l'intrados di una Volta in arco di Chioſtro, e *DF* perpendicolare a *AB*, il diametro del Cinteno *DGF*.

1. Se la Volta è in pieno Cinteno, che vale a dire ſe il Cinteno *DGF* è un ſemicircolo, moltiplicate il contorno *ABCHA* per l'altezza *GE*, che quì è il ſemidiametro di circolo, così ſe (*Figura* 17.) *BC* ovvero *DF* è = 4. teſi, *GE* ſarà di 2. teſi e il contorno *ABCHA* = 16. teſi. Dunque

	teſi. pie. pol.	teſi. pie. pol.
ABCHA contorno ——	16 . 0 . 0	32 . 0 . 0
GE altezza ——————	2 . 0 . 0	

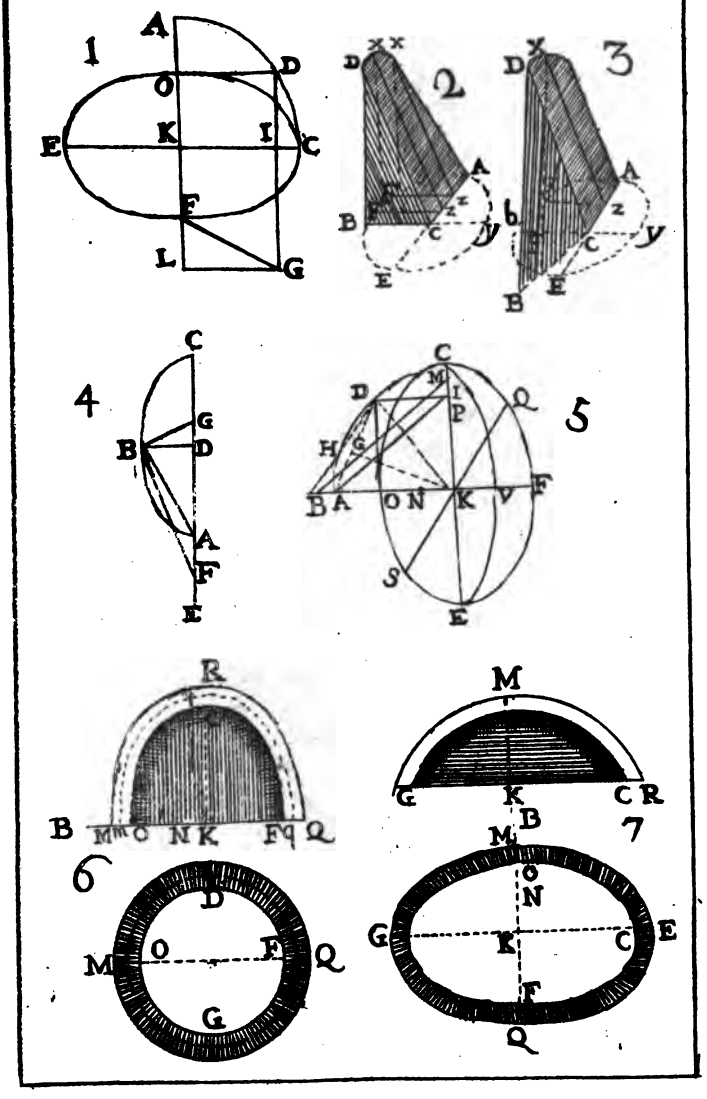
le quali 32. teſi danno il contenuto della ſuperficie requiſita.

Medeſimamente (*Fig.* 18.) ſe il contorno è 16. teſi; e la larghezza *DF* della Volta di 3. teſi 3. piedi, *GE* ſarà = 1. teſi, 4. piedi 6. pollici. Dunque

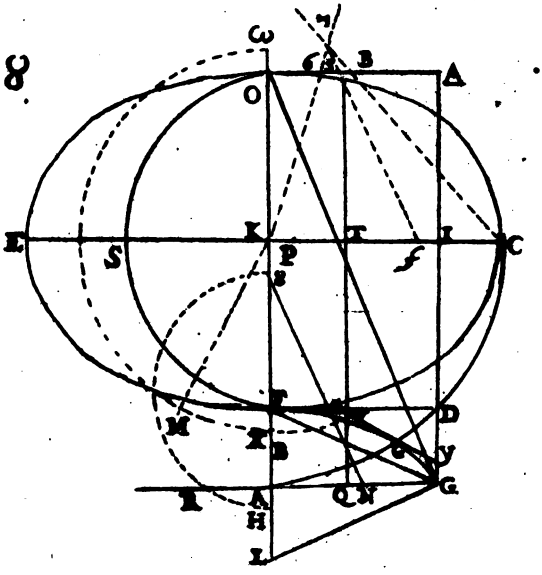
	teſi. pie. pol.	teſi. pie. pol.
ABCHA contorno ——	16 . 0 . 0.	28 . 0 . 0
GE altezza ———————	1 . 4 . 6.	

queſte 28. teſi daranno la ſuperficie della Volta.

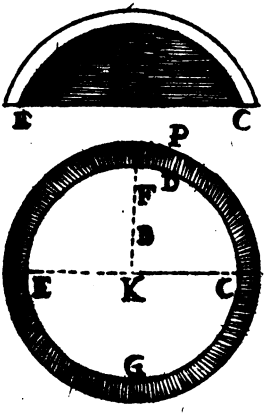
2. Se la Volta è ſovralzata, che val a dire ſe il Cinteno *DGF* è un mezzo Elliſſe, dove *DE* è il piccol aſſe, e *GE* la metà del maggiore trovate per rapporto a *GE*, *FD* come nel primo Problema, la lunghezza *FO* uguale alla lunghezza *FB* (*Fig.* 5.) e molti-


1
A
D
O
E
K
I
C
F
L
G
2
X X
D
A
B
C
E
3
X
D
A
B
C
E
4
C
G
B
D
A
F
E
5
C
D
M
I
P
Q
H
G
B A
O N
K
V
F
S
E
6
R
B
M
O
N K
F
Q
D
M
O
F
Q
G
7
M
B
G
K
C R
M
O
N
G
K
C
E
F
Q

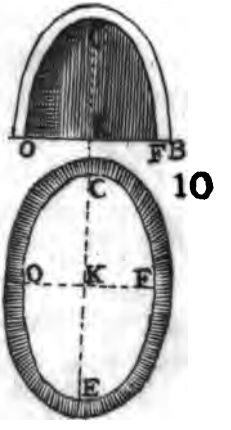
8

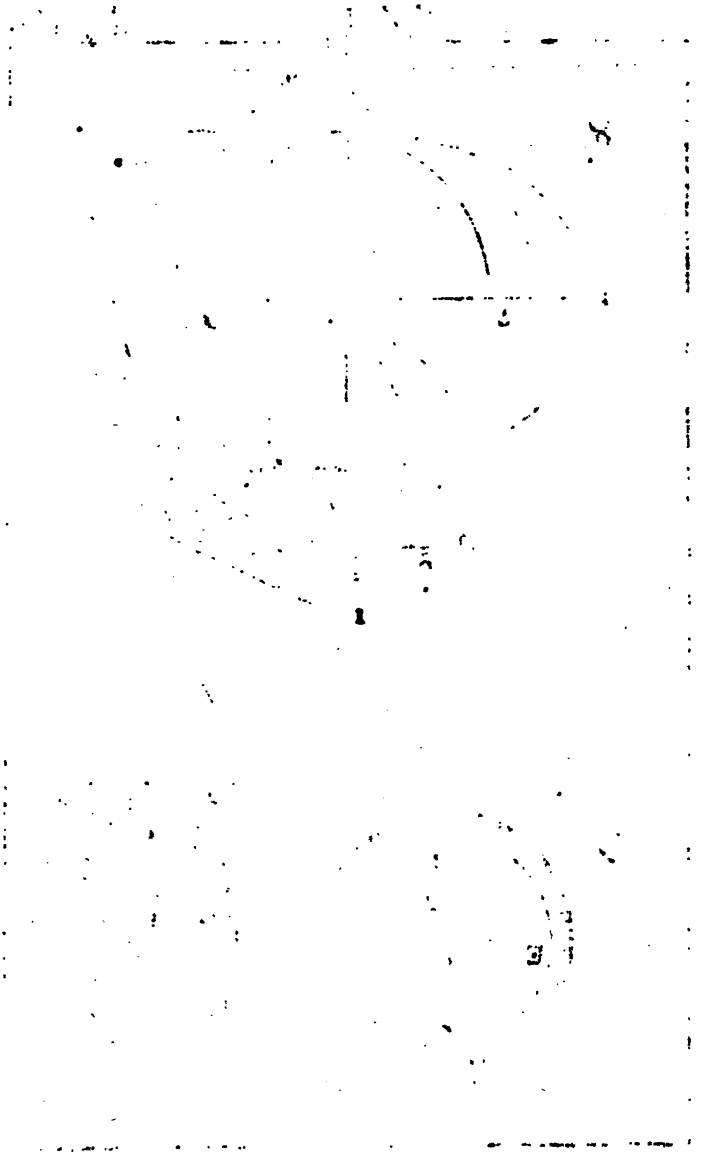


9



10





e moltiplicate *ABCHA* contorno della Volta per *EN* metà di *FO* per avere la ſuperficie.

Eſempio. Se (*Figura* 18) il contorno della Volta è 16 teſi, e *FO* = 15 teſi, o piedi, 6 pollici, la ſua metà *FN* ſarà = 2 teſi, 3 piedi, 3 pollici. Dunque

	teſi, pie. pol.	teſi piedi pollici
ABCHA contorno ——	16 . 0 . 0.	40 . 4 . 0
FM altezza ridotta——	2 . 3 . 3.	

queſte 40 teſi, 4 piedi ſaranno il contenuto della ſuperficie della Volta.

3. Se la Volta è ſovrabaſſata che val a dire ſe il ſuo Cinteno *DGF* è una mezza Elliſſe dove *DE* è il maggior aſſe, e *GE* la metà del minore; fate ſopra il piano *DGF*, *EK* = *EG*, trovate per rapporto a *EF*, *GK*, come nel Problema 2 la lunghezza *GM* ſimile alla lunghezza *OB* (*Figura* 8) e moltiplicate il contorno *ABCHA* per *GP* metà di *GM*, e il prodotto darà la ſuperficie requiſita.

Queſte pratiche ſono evidenti (Probl. 3.) mentre *AGBEA* è una porzione di cilindro ſimile alla porzione obliqua *DABCD* (*Figura* 13.) dunque il prodotto di *AB* per *GE* allora quando la Volta è in pieno Cinteno, per *FN* allora quando ella è ſovralzata, e per *GP* allora quando ella è ſovrabaſſata, darà il contenuto della ſuperficie *GAB*. Ma egli è evidente che le quattro ſuperficie *GAB*, *GBC*, *GCH*, *GHA*, ſono uguali fra loro, dunque il prodotto del quadruplo di *AB*, che vale a dire il prodotto del contorno *ABCHA* per *GE*, ovvero *FN*, ovvero *GP*, ſarà il contenuto della ſuperficie di tutta la Volta.

Si miſurerà nella medeſima maniera la ſuperficie delle Volte in Cul di Forno *Figura* 19 chiamate

Cul di Forno a panza in pieno Cinteno ſovralzate, o ſovrabaſſate, il di cui piano ſia un poligono regolare. Si avrà dunque queſta ſuperficie moltiplicando il contorno della Volta, per eſempio il contorno *ABCHLOA* per la ſua altezza *GE*, ſe ella è in pieno Cinteno, e ſe ella è ſovralzata ovvero ſovrabaſſata, per delle altre che ſieno lunghezze trovate (*Figura* 1, 2) per rapporto a una delle porzioni di cilindro, dove ella è compoſta, come ſi è fatto nella porzione *AGBEA* (*Figura preced.*) e ciò è evidente.

Se la Volta non è intera, e ſe ſia ſolamente parte delle precedenti, ſe ella è per eſempio la metà *GABC* (*Fig.* 17, 18) *GABH* ovvero *GDBCHF* (*Fig.* 19) egli è chiaro che ſi avrà la ſuperficie di queſta metà moltiplicando il contorno *ABC*, ovvero *ABCH*, ovvero *DBCHF* per le medeſime altezze, dette di ſopra.

PRATICA II.

Miſurare la ſuperficie di una Volta in Arco di Chioſtro, il cui piano non ſia, nè un quadrato, nè un Rombo, nè un Poligono regolare, ma ſia una figura rettilinea qualunque.

Si miſureranno ſeparatamente le faccie differenti, e ſi prenderà la ſomma de' prodotti, *Figura* 20. Si moltiplicherà per eſempio per la faccia *GAB*, la lunghezza *AB* per l'altezza che li convenirà ſecondo che l'arco ovvero Cinteno di queſta faccia ſarà in pieno Cinteno, o nò, e per la faccia *GBC* la

la ſua lunghezza *BC* per la ſua altezza che li ſarà dovuta, e la ſomma delli due prodotti doppj (a cagione che in queſta figura il piano eſſendo un Parallelogramo, le faccie oppoſte alle ſuddette le ſono uguali) darà la ſuperficie *GABCH* della Volta.

La ſuperficie dell' extrados di tutte le Volte precedenti ſi troverà con le medeſime pratiche. Si moltiplicherà il contorno eſteriore per eſempio (*Figura* 17, 18) *abch* per l' altezza *GE* aumentata dalla groſſezza della Volta ſe ella è in pieno Cinteno, e ſe ella è ſovralzata ovvero ſovrabaſſata, per delle altezze trovate (Probl. 1 ovvero 2) per rapporto all' aſſe del Cinteno dell' extrados.

PRATICA III.

Miſurare la ſolidità delle Volte in arco di Chioſtro precedenti, dove l' extrados è parallelo all' intrados, e diſcende ſino all' impoſta.

Si troverà per le pratiche ſopradette il contenuto di una ſuperficie mezzana, che vale a dire di una ſuperficie che ſi immagini paſſare pel mezzo della groſſezza della Volta, e ſi moltiplicherà queſto contenuto per queſta groſſezza.

Eſempio *Figura* 21. Per li caſi della Volta in pieno Cinteno dove il piano *abch* è un quadrato ovvero un Rombo.

Sia il lato mezzano *nm* di queſto piano di 4 teſi, 2 piedi, il ſuo contorno ſarà di 17 teſi, 2 piedi, e l' altezza mezzana di 2 teſi, 1 piede. Sia la groſſezza di 2 piedi.

	teſi.	pie.	pol.		
mnopm contorno mezzano	17.	2.	0	teſi. pie. pol. li.	
sE altezza mezzana ——	2.	1.	0	12. 3. 1. 4	
dD groſſezza ————	0.	2.	0		

Queſte 12. teſi, 3. piedi, 1. pollice, 4. linee danno la ſolidità della Volta.

Si farà il medeſimo per li caſi ove la Volta è ſovralzata ovvero ſovrabaſſata ſervendoſi delle altezze trovate, come nei Problemi 1., 2., per rapporto a *VX*, *EZ*.

Se il piano della Volta foſſe un Poligono regolare che val a dire ſe queſta foſſe una Volta a Cul di Forno a panza, la pratica ſarebbe la ſteſſa ſervendoſi del contorno mezzano del Poligono, come ſi è fatto del contorno mezzano del quadrato.

ALTRA MANIERA.

Sia il piano della Volta un quadrato, o Rombo un Parallelogramo qualunque. *Figure* 21., 22., 25., 26. Moltiplicate continuamente li due terzi di un lato eſteriore, (per eſempio di *ab*) della Volta, la larghezza eſteriore *df* preſa perpendicolarmente a queſto lato, e l'altezza *ge* dell'extrados.

Levate da queſto prodotto quello che viene, moltiplicando continuamente i due terzi del lato interiore *AB*, corriſpondente al precedente la larghezza interiore *DF*, e l'altezza *GE* dell'intrados. E il reſto darà la ſolidità della Volta *gabcb*.

Eſempio. Sia *ab* = 4. teſi, 4. piedi, dunque $\frac{2}{3}$ *ab* = 3. teſi, o piedi, 8. pollici. Sia *df* = 4. teſi, 4. piedi, e *gE* = 2. teſi, 2. piedi.

Di

Di più sia AB = 4. tesi, dunque $\frac{2}{3}$ AB = 2. tesi, 4. piedi, sia DF = 4. tesi, e GE = 2. tesi. Dunque.

		tesi.	pie.	pol.		
ab	lunghezza ridotta	3	0	8	} tesi pie. pol.	
d f	larghezza	4	4	0		
g E	altezza	2	2	0	} 31. 5. 3.	
	parti da levare.					
$\frac{2}{3}$	AB lunghezza ridotta	2	4	0	}	21 . 2 . 0
	DF larghezza	4	0	0		
	GE altezza	2	0	0		
	Resta per la solidità della Volta					10 . 3 . 3

Si è supposto in questo esempio la medesima Volta in pieno Cinteno che nell' esempio precedente, ma questa pratica conviene ugualmente alle Volte sovralzate, e sovrabassate medesimamente quanto le pratiche seguenti.

La dimostrazione di questa seconda maniera è evidente (*Problema* 4.) mentre (*Figura* 21.) le porzioni cilindriche *agbE*, *AGBE*, d' una delle quattro parti della Volta sono parallele alle porzioni di questo Problema 4. *Figura* 13., dunque $\frac{1}{3}$ $ab \times dE \times gE = agbE$, e $\frac{1}{3}$ $AB \times DE \times GE = AGBE$. Levando dunque *ABGE* (che val a dire il vuoto) di *agbE*, le resta la parte *bgaAGB* della Volta; ma si dimostra che le quattro parti che compongono la Volta sono uguali fra loro, dunque ne' prodotti quì di sopra in luogo del terzo di *ab*, *AB*, mettendo i loro due terzi, che vale a dire i loro doppj, e in luogo di *dE*, *DE*, i loro doppj *df*, *DF*, si avrà il quadruplo di questo prodotto) cioè $\frac{2}{3}$ $ab \times df \times gE - \frac{2}{3}$ $AB \times DF \times GE$) uguale alle quattro parti, che vale a dire alla solidità della Volta.

Immaginando delle ſimili porzioni cilindriche ſopra le altre Figure, ſi farà lo ſteſſo ragionamento.

Le quattro parti della Volta ſono uguali, come io l' ho detto, perchè le quattro porzioni cilindriche della Volta conſiderate piene, ſono uguali alle quattro cilindriche del vuoto, parimente uguale, dove ne ſiegue che i quattro reſti che vale a dire le quattro parti della Volta ſono eguali. L' egualità di queſte porzioni cilindriche vengono da queſto, che i loro piani, per eſempio il piano di quello del vuoto (cioè i triangoli *AEB*, *BEC*, *CEH*, *HEA*) ſono uguali in un Parallelogrammo, eſſendo evidente che le porzioni cilindriche della medeſima altezza ſopra dei triangoli o piani uguali ſono uguali; mentre cadauna di queſte porzioni è uguale al prodotto fatto dal terzo del doppio della ſuperficie del ſuo piano, per la ſua altezza; cioè (*Figura* 21., 22.) la porzione *ABGE* è (*Probl.* 4.) $= \frac{1}{3}$ *AB*×*DE* (che è il terzo del doppio della ſuperficie del triangolo *AEB*) per la ſua altezza *GE*; e la porzione *HGAE*=*HA*×*QE* (che è il terzo del doppio della ſua ſuperficie del triangolo *HEA*) per *GE*; dunque a cagione dei triangoli uguali *AEB*, *HEA*; $\frac{1}{3}$ *AB*× *DE*×*GE*=$\frac{1}{3}$*HA*×*QE*×*GE*, che vale a dire la porzione *AGBE* uguale alla porzione *HGAE*. Si proverà la medeſima coſa delle altre porzioni.

Di quì ne ſiegue che le parti ſuperiori di queſte porzioni ſono così uguali fra loro, e che le porzioni, e parti ſuperiori delle Volte, a Spina, delle quali tratteraſſi in appreſſo, ſono uguali allora quando i triangoli, o piani delle Lunette ſono uguali. Lo che ſarà evidente ſe ſi farà attenzione che queſti

queſti ſono ſempre reſti di tutti uguali, dove ſi levano coſe uguali.

PRATICA IV.

Miſurare la ſolidità di una Volta in arco di Chioſtro in pieno Cinteno, ovvero ſovralzata, o ſovrabaſſata, dove l'extrados eſſendo parallelo all' intrados non diſcende ſino all' impoſta.

1. *Figure* 22., 23., 24. Allora quando il piano *ABCH* della Volta è un quadrato ovvero un Rombo, ſia *DMgNF* (*Figura* 24.) il Profilo per *DF* perpendicolare a *AB*, ove l'extrados è tagliato dai muri *DO*, *Fp*. Per averne la ſolidità di queſta Volta, moltiplicate continuamente uno de' lati interiori *AB*, la larghezza *DF* preſa perpendicolare a queſto lato, e la altezza *gE* principiando dall' extrados. Levate da queſto prodotto li due ſeguenti; cioè quello che viene moltiplicando continuatamente $\frac{2}{3}$ *AB*, *DF*, *GE*, e quello che ſi fa moltiplicando parimenti *AB*, *DF* (ovvero *MN*) e *gl* trovato per rapporto al mezzo ſegmento *gNK* di circolo ovvero di Elliſſe (*Figura* 24.) nello ſteſſo modo che *Al* (*Figura X.*) è ſtata trovata (Problema 4. num. 2.) per rapporto al mezzo ſegmento di circolo ovvero Elliſſe *AFZ* (*Figura* 14.) e il reſto darà la ſolidità requiſita.

Eſempio. Sia *AB*=4 teſi, *DF*=4 teſi, *gE*= 2. teſi, 2. piedi, *GE*=2. teſi, $\frac{2}{3}$ *AB* ſarà = 2. teſi 4. piedi dunque

	tesi	pie.	pol.		
AB lunghezza	4	0	0		
DF larghezza	4	0	0	37 . 2 . 0	
gE altezza	3	2	0		

parti da levare

I

	tesi	pie.	pol.		
⅜ AB lunghezza ridotta	2	4	0		
⅜ DF larghezza	4	0	0	21 . 2 . 0	
GE altezza	2	0	0		29. 2. 0

II

AB lunghezza	4	0	0		
DF larghezza	4	0	0	8 . 0 . 0	
gI altezza ridotta	0	3	0		

Reſta per la ſolidità della Volta —— 8 . 0 . 0

Mentre il primo de' tre prodotti dà il priſma, la cui baſe è *ABCH*, e *GE* l'altezza, il ſecondo è uguale (Probl. 4. e Dimoſtr. preced.) al vuoto, ed è evidente (Coroll. Probl. 4. e Dimoſtr. prec.) che il terzo è uguale alle quattro parti ſuperiori ſopra le quattro faccie della Volta, che vale a dire alla ſolidità, della quale *MgNFO* è il profilo (*Figura* 24.) terminato per diſopra dal priſma, e dall' extrados della Volta; levando dunque da queſto priſma queſto vuoto, e queſto ſolido ſuperiore reſta la ſolidità della Volta.

2. *Figure* 25., 26., 27. Se il piano *ABCH* della Volta è un quadrilungo, ovvero un Romboide dai punti ove le diagonali *ac*, *bb* del piano tagliano i lati *BC*, *AH*, tirate le rette *rs*, *lq*, ed al profilo (*Figura* 27.) che paſſa per *DF* perpendicolare ad *AB*, le linee *Mm*, *Nn* parallele a *DO*, *FP* e riſpondenti ai punti *MN*, del piano.

In

In ſeguito di ciò fate, come di ſopra, un prodotto di *AB*, *DF*, *gE*; dal quale levate la ſomma dei tre ſeguenti; cioè dal prodotto $\frac{2}{3}$ *AB*×*DF*×*GE*, dal prodotto *Xr* ovvero *AB*×*MN*×*gI*) la quale *gI* ſi ſarà trovata come *AI*) *Figura* 16. *Probl.* 4. *N.* 2. e dal prodotto della ſomma dei due ſpazj uguale *OM*, *PN* moltiplicati per *AB*, ovvero (ch' è lo ſteſſo) dal prodotto 2*OM*×*AB*, e il reſto darà la ſolidità della Volta, cioè *AB*×*DF*×*gE* — $\frac{2}{3}$ *AB*×*DF*×*GE*—*AB*×*MN*×*gI*—2*OM*×*AB*= alla ſolidità della Volta.

Mentre e evidente che il primo prodotto *AB*×*DF*×*gE* uguale al priſma, la cui baſe è *ABCH*, e che il primo dei tre che ſi leva è uguale (*Problema* 4.) al vuoto, e che i due altri inſieme (*Coroll. Prob.* 4.) ſono uguali al ſolido ſuperiore, il cui profilo è *OPNGM*; dunque il reſto dà la ſolidità requiſita.

In grazia della brevità non ſi danno degli eſempj, non avendo che a porre gli articoli di queſta miſura nel medeſimo ordine che nell' eſempio precedente.

PRATICA V.

Miſurare la ſolidità di una Volta in arco di Chioſtro in pieno Cinteno ovvero ſovralzata o ſovrabaſſata, la cui parte ſuperiore ovvero coronamento ſia in livello, o terminato in piramide, o in qualunque altra figura miſurabile, e il ſuo piano ſia un parallelogrammo qualunque.

1. Se l'extrados rappreſentato (*Figura* 28.) per *OP* del profilo che paſſa *Figure* 22, 23, 25., 26. per

per *DF* perpendicolare a *AB* è di livello; dal prodotto $AB \times DF \times gE$ uguale al prisma sopra il piano *ABCH* della Volta, del quale il profilo è *DOPF*, si leverà il prodotto $\frac{2}{3}$ $AB \times DFGE$ uguale (Pratiche precedenti) al vuoto della Volta, si avrà per resto la solidità di questa Volta il cui profilo è *DOPFGD*, cioe, $AB \times DF \times gE - \frac{2}{3} AB \times DF \times GE =$ alla solidità della Volta.

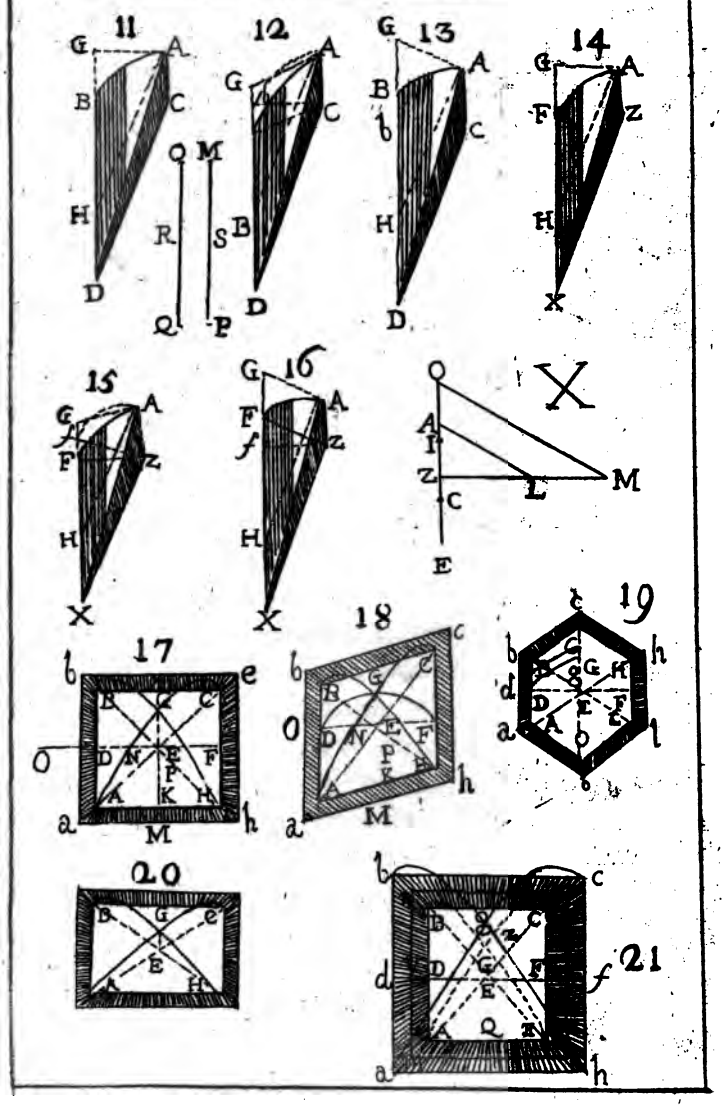
2. Se l'extrados rappresentato per *MgN* (*Figura* 28.) è in Piramide, dalla somma del prodotto $AB \times DF \times KE$ uguale al prisma sopra *ABCH*, il cui profilo è *DMNF*, e dal prodotto $AB \times DF \times \frac{1}{3} gK$ uguale alla piramide; il cui profilo è *MgN* e la base *ABCH*, si leverà il medesimo prodotto $\frac{2}{3}$ $AB \times DF \times GE$ uguale al vuoto; il resto darà la solidità della Volta, il cui profilo è *DMgNF*. Dunque $AB \times DF \times KE + AB \times DF \times \frac{1}{3} gK = \frac{2}{3} AB \times DF \times GE$ alla solidità della Volta.

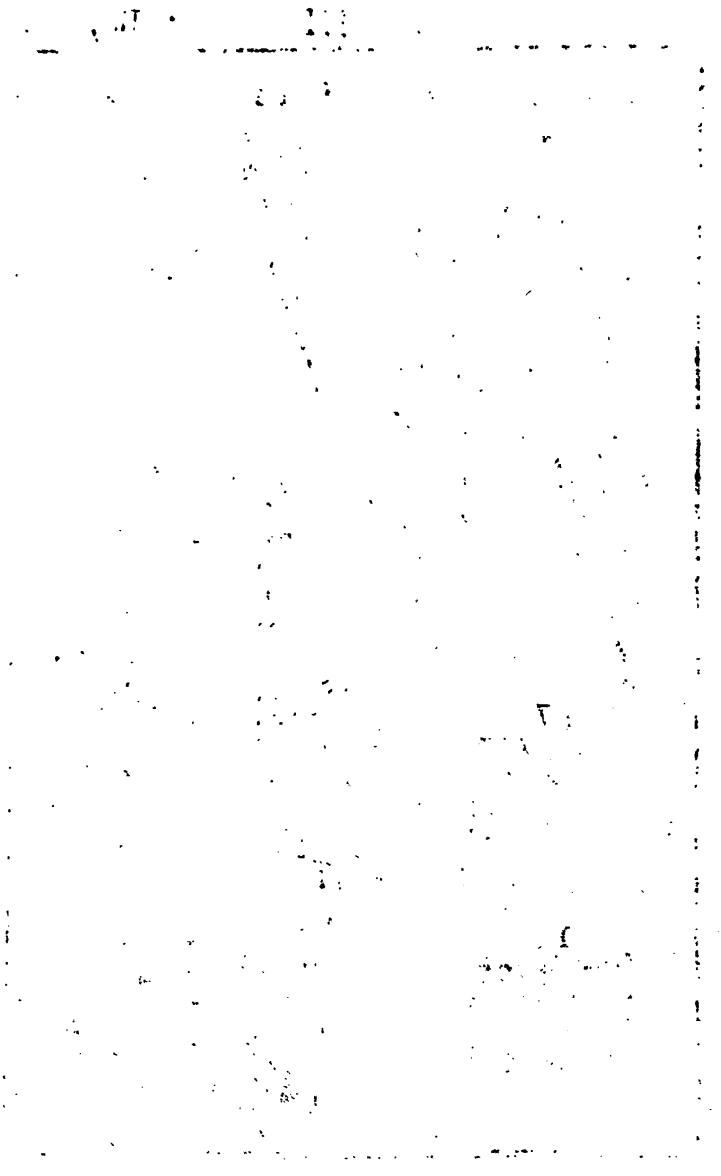
Allora quando il coronamento formerà qualche altra figura misurabile, se ne troverà la solidità, che si aggiungerà al prisma, il cui profilo è *DM NF*, e dalla somma se ne leverà il vuoto nella medesima maniera. Tutto questo è evidente.

PRATICA VI.

Misurare la solidità delle Volte in arco di Chiostro precedenti, in pieno Cinteno, o sovralzate, o sovrabassate, i cui piani non essendo, nè quadrati nè rombi, nè Parallelogrammi sono quadrilateri, ovvero Poligoni qualunque.

Bisogna misurare ad una ad una ciascheduna parte della Volta considerata piena, e dalla somma dei


11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
X



dei prodotti che ſi troveranno, levare la ſomma dei prodotti che daranno le porzioni, le quali compongono il vuoto, e le parti ſuperiori ſe ve ne ſono, mentre il reſto ſarà la ſolidità requiſita.

1. Quando l'extrados (*Figura* 29.) è parallelo all'intrados, e diſcende fino all'impoſta, tirando *dE* perpendicolare ad *ab*; ſi avrà (*Probl.* 4.) il prodotto $\frac{1}{3}$ *ab*×*dE*×*gE* per la ſolidità della porzione *agbE* conſiderata piena, e dei ſimili prodotti per le altre porzioni. Si farà dunque una ſomma di tutti queſti prodotti, la quale ſarà uguale al contenuto di tutta la Volta conſiderata piena. Così ſi avrà il prodotto $\frac{1}{3}$ *AB*×*DE*×*GE* per la ſolidità della porzione *AGBE* del vuoto, e di ſimili prodotti per le altre ſue ſezioni del medeſimo vuoto. Facendo dunque una ſomma di queſti prodotti, e levandola dalla ſomma precedente, egli è evidente che il reſto darà la ſolidità della Volta.

2. Allorchè il coronamento è di livello, ovvero in Piramide, o altrimenti, ſi miſurerà la maſſa o ſolido, che comprende la Volta conſiderata piena, dalla quale ſi leverà la ſomma dei prodotti che daranno il vuoto, per avere la ſolidità requiſita.

3. Quando l'extrados è parallelo all'intrados, e non diſcende fino all'impoſta, vi ſaranno molti caſi differenti, il dettaglio de' quali ci condurrebbe troppo in lungo, ed anche rare volte ſi fanno di queſte Volte ſopra dei piani che ſieno irregolari.

PRATICA VII.

Misurare la solidità di una volta in Cul di Forno a panza in piene Cinteno, sovralzata, o sovrabassata il cui piano sia un Poligono regolare,

Sia *Figura* 19. *abchloa*, il contorno esteriore del piano della Volta, e *ABCHLOA* il contorno interiore, *dE* la distanza perpendicolare del Cinteno *E* ai lati esteriori, e *DE* quella del medesimo Cinteno ai lati interiori, *gE* la sua altezza principiando dall' extrados, e *GE* la sua altezza principiando dall' intrados.

1. Se l' extrados è parallelo all' intrados, e discende fino all' imposta $\frac{1}{3}$ *abchloa*×*dE*×*GE* (Volta piena) = $\frac{1}{3}$ *ABCHLOA*×*DE*×*GE* (Volta vuota) sarà = alla solidità della Volta.

2. Se l' extrados è parallelo all' intrados, e non discende fino all' imposta il piano della Volta essendo *ABCHLO*, e il suo profilo per *DF* essendo) *Figura* 24.) *DMgNF*.

Trovate *gI* per rapporto al mezzo segmento di circolo, ovvero di Ellisse *gMK*, medesimamente, che *AI* è stata trovata (*Figura X. Probl.* 4. *N.* 2.) per rapporto al mezzo segmento di circolo, o di Ellisse *AFZ Figura* 14. e $\frac{1}{2}$ *ABCKLOA*×*DE*×*gE* (Prisma) — $\frac{1}{3}$ *ABCHLOA*×*DE*×*GE* (vuoto) = $\frac{1}{2}$ *ABCHLO*×*ADE*×*gI* (parte superiore) sarà = alla solidità della Volta.

3. Se il coronamento è di livello, essendo il piano della Volta *ABCHLO*, e il suo profilo per

DF

DF Figura 28. eſſendo *DOPFGD*, $\frac{1}{2}$ *ABCHLOA*×*EDE* ×*gE* (Priſma) — $\frac{1}{3}$ *ABCHLOA*×*DE*×*GE* (vuoto) = alla ſolidità requiſita della Volta.

4. Se il coronamento rappreſentato per *MgN Figura* 28. è piramide, $\frac{1}{3}$ *ABCHLOA*×*DE*×*XE* (Priſma) + $\frac{1}{2}$ *ABCHLOA*×*DE*× $\frac{1}{3}$ *gK* (Piramide) — $\frac{1}{3}$ *ABCHLOA*×*DE*×*GE* (vuoto) = alla ſolidità della Volta.

Queſta pratica è la medeſima che la precedente, quì ſi fa tutto in un colpo quello che là ſi fece in più parti, mentre in luogo di miſurare ciaſcuna porzione della Volta, e di prendere le ſomme dei prodotti ec. ſi ſerve del contorno della Volta, la qual coſa dà tutte in un colpo le ſteſſe ſomme.

PROBLEMA V.

Figure 30. 31. *Sia DHGBAB un mezzo cilindro retto obliquo, la cui ſezione dritta bae (ovvero come noi l' abbiamo detto, la ſezione fatta per un piano al quale l' aſſe CF è perpendicolare) è un mezzo circolo, o una mezza Elliſſe ſopra uno delli ſuoi aſſi be le cui baſi DHG, BAE ſono perpendicolari al piano DBEG, il qual, mezzo cilindro ſia tagliato da due piani DAC, GAC, che paſſino per li punti D, G, e per AC perpendicolare a BE al centro C.*

Trovare

Trovare la ſuperficie curva ADHG della porzione di cilindro retto o obliquo DCGHA compreſo fra queſti due piani è la baſe DHG.

PRIMO CASO.

Allora quando la ſezione bae, è un ſemicircolo.

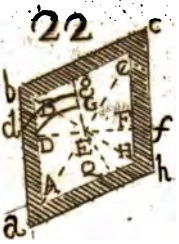
1. *Figura* 30., 31. Se la porzione *DCGHA* è dritta *Figura* 30., il prodotto fatto dall' eccesſo delle ſemicirconferenze *DHG* ſopra il ſuo diametro *DG* per la lunghezza *CF* della porzione ſarà uguale al contenuto della ſuperficie requiſita *ADHG*, che val a dire $\overline{DHG}-DG\times CF=ADHG$.

2. *Figura* 31., ſe la porzione *DCGHA* è obliqua avendo condotta dal punto *G*, *Gg* parallelo a *CF*, e dal punto *D*, a *Gg* la perpendicolare *Dg* che ſarà qui il diametro del ſemicircolo *Dbg*. Il prodotto fatto dall' eccesſo della ſemicirconferenza *Dbg* ſopra il ſuo diametro *Dg* per la lunghezza *CF* della porzione, ſarà uguale alla ſuperficie *ADHG*, che vale a dire $\overline{Dbg}-Dg\times CF=ADHG$.

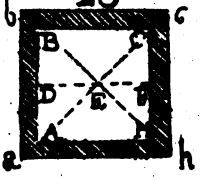
DIMOSTRAZIONE.

Egli è evidente che i ſolidi, *Figure* 30., 31., *DABC*, *GAEC* ſono delle porzioni di cilindro ſimili a quelle dei Lemmi 2., 3., dunque il prodotto $DB\times AC$ eſſendo (Probl. 3.) uguale alla ſuperficie curva *DBm*, e il prodotto $EG\times AC$, uguale alla ſuperficie curva *GEA*, & *DB*, *EG*, *CF*, eſſendo uguali fra loro, ne ſiegue che li prodotti $2AC\times CF$

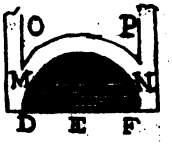
22



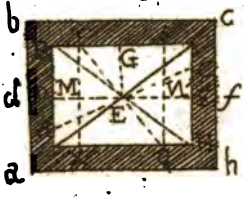
23



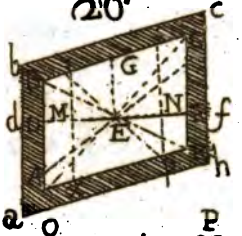
24



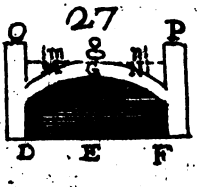
25

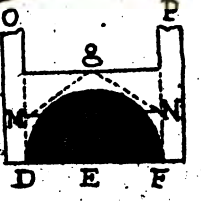


26



27

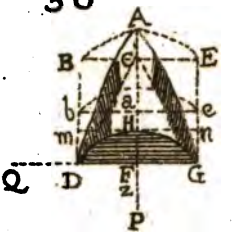


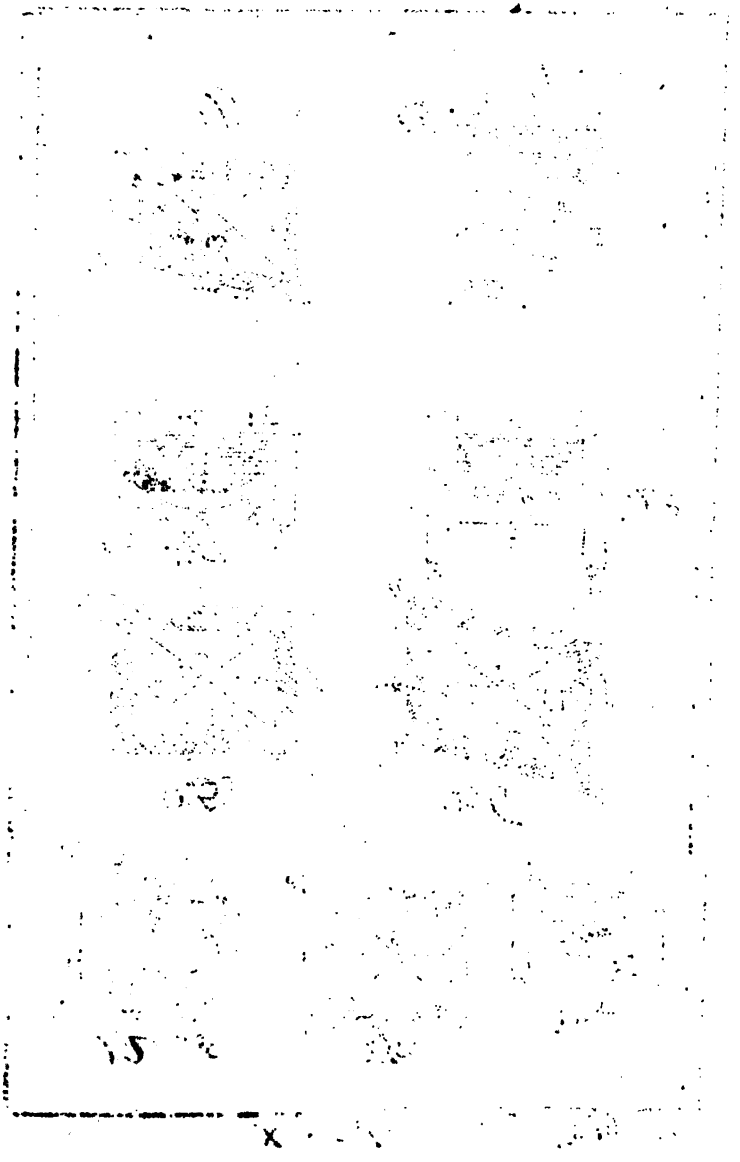


28

29

30





$\times CF$, ovvero (*Fig.* 30., a cauſa di $2AC=BE$, ovvero DG) $DG\times CF$ ſarà uguale alle due ſuperficie, DAB, GEA. Ma il prodotto $DHG\times CF$ e uguale alla ſuperficie curva $DHGEAB$ del mezzo cilindro; levando dunque da queſto prodotto il prodotto $DG\times CF$, ſi avrà $\overline{DHG-DG}\times CF$ uguale alla ſuperficie $DAHG$ della porzion dritta.

Parimenti (*Figura* 31.) a cagione di $2AC=Dg$, $Dg\times CF$ ſarà uguale alle due porzioni DBA, GEA, & il prodotto $Dbg\times CF$ eſſendo uguale alla ſuperficie curva $DHGEAB$ del mezzo cilindro obliquo, ne ſiegue che $\overline{DbgDg-}\times CF$ è uguale alla ſuperficie $ADHG$ della porzione obliqua, che era da dimoſtrare.

SECONDO CASO.

Allora che la ſezione dritta bae, è una mezza Elliſſe ſopra un aſſe be.

Avendo condotte come per avanti; *Figure* 30., 31., le linee Gg, Dg (*Figura* 31.) ſopra il mezzo di DG, ſi eleverà la perpendicolare $bf=HF$, e all' intorno dell' aſſe Dg, e del mezzo aſſe bf, ſi deſcriverà la mezza Elliſſe Dbg.

Ne ſiegue, 1. ſe DG, Dg ſono li minor aſſi delle Elliſſi DHG, Dbg ſi opererà (*Figura* 30.) ſopra l' aſſe DG, e il mezzo aſſe HF, e (*Figura* 31.) ſopra l' aſſe DG, e il mezzo aſſe bf, nello ſteſſo modo che nel primo problema, per trovare delle lunghezze GQ, gQ ſimili alla lunghezza FB. (*Figura* 5.) Ed il prodotto $\overline{DHG-GQ}\times CF$ (*Figure* 30.)

ovvero

ovvero il prodotto $\overline{Dbg-gQ}\times CF$ (*Fig.* 31.) ſarà uguale al contenuto della ſuperficie requiſita *ADHG*.

2. Se *DG*, *Dg* ſono i maggiori aſſi dell'Elliſſe, & *HZ*, *bZ*, i minori, ſi troverà per rapporto a queſti aſsi, nello ſteſſo modo che nel Problema 2., delle lunghezze *HP*, *bP* ſimili alla lunghezza *OB* (*Figura* 8.) e il prodotto $\overline{DHG-HP}\times CF$ (*Figura* 30.) ovvero $\overline{Dbg-bP}\times CF$ (*Figura* 31.) darà la ſuperficie *ADHG*.

La prova è evidente per la precedente dimoſtrazione, e per quelle dei caſi 2., 3., Probl. 3.

PROBLEMA VI.

Trovare la ſolidità della medeſima porzione di cilindro dritto, ovvero obliquo DCHA.

Io ſuppongo ſempre, che *Figure* 30., 31., *CF* ſia l'aſſe del mezzo cilindro, e che *EF* ſia perpendicolare ſopra *DG* nel mezzo *F*, e che *Df* ſia perpendicolare all'aſſe *Cf* prolongato.

Il prodotto 6. $\frac{1}{3}$ *CF*$\times\frac{1}{7}$ *DF*$\times$*HF*, allora quando la porzione è dritta (*Figura* 30.) e il prodotto 6. $\frac{1}{3}$ *CF*$\times\frac{1}{7}$ *Df*$\times$*HF*, allora che ella è obliqua (*Figura* 31.) dà la ſolidità di queſta porzione.

DIMOSTRAZIONE.

Figura 30., come 14 : 11 :: $2DF\times HF$: $\frac{22DF\times HF}{14}$ ovvero $\frac{11}{7}$ *DF*$\times$*HF* uguale alla ſuperficie

del

del femicircolo, ovvero della mezza Elliſſe *DHG*, che moltiplicata per *CF* dà $\frac{11}{7}$ *CF*×*DF*×*HF* uguale alla ſolidità del mezzo cilindro dritto *DHGEAB*; dalla quale levando il prodotto $\frac{2}{3}$ *CF*×*DF*×*HF*, ovvero (che è lo ſteſſo) $\frac{2}{3}$ *BD*×*BC*×*AC* uguale (Probl. 4.) alle due porzioni evidentemente uguali *DBAC*, *GEAC*, ſi avrà per reſto $\frac{19}{21}$ *CF*×*DF*×*HF* uguale alla ſolidità della porzione *DCGHA*; ma il prodotto 6. $\frac{2}{3}$ *CF*×$\frac{1}{7}$ *DF*×*HF* è uguale a queſto reſto $\frac{19}{21}$ *CF* ×*DF*×*HF*, egli è dunque uguale alla ſolidità requiſita della porzion diritta *DCGHA*, che era da dimoſtrare.

Sarà parimente lo ſteſſo della porzione obliqua, mentre ſupponendo la ſezione, *Fig.* 31., diritta *Dbg*, ſi avrà $\frac{11}{7}$ *CF*×*Df*×H*F*, ovvero *bf*, che li è uguale, per la ſolidità del mezzo cilindro *DHGEAB*, dal quale levando $\frac{2}{3}$ *CF*×*Df*×H*F* uguale (Probl. 4.) alle due porzioni uguali *DBAC*, *GEAC*, ſi avrà per reſto $\frac{19}{21}$ *CF*×*Df*×H*F* uguale alla ſolidità della porzione obliqua *DCGHA* ec.

COROLLARIO.

Immaginando le linee *Am*, *An*, *mn*, parallele alle linee *CD*, *CG*, *DG*, ſi avrà il priſma triangolare *AmnGDC* dal quale levando la porzione cilindrica *CDGA*H, reſterà la ſolidità, ovvero la parte ſuperiore *AmDHGnA* che ſarà uguale a $\frac{2}{3}$ *CF*×$\frac{1}{7}$ *DF*×H*F* (*Figura* 30.) ovvero a $\frac{2}{3}$ *CF*×$\frac{1}{7}$ *Df*×H*F* (*Figura* 31.)

Mentre ſupponendo *CF*=*a*, *DF* ovvero *Df*=*b*, H*F*=*c*, il priſma *AmnGDC* ſarà=*abc*, ma ſi è di-

moſtrato che la porzione cilindrica $DC\ GHA = \frac{19}{21}\ abc$, dunque $abc = \frac{19}{1}\ abc = \frac{2}{21} abc = \frac{2}{3}\ CF \times \frac{1}{7}\ DF \times HF$ (*Fig.* 30.) ovvero $= \frac{2}{3}\ CF \times \frac{1}{7}\ Df \times HF$ (*Figura* 31.) ſarà uguale alla ſolidità della parte ſuperiore $AmDnGA$.

PROBLEMA VII.

Tagliando il mezzo cilindro diritto, ovvero obliquo dei Problemi precedenti per un piano parallelo DB EG, ſi avrà un ſegmento di cilindro, e un ſegmento di porzione diritta, ovvero obliqua Figura 32., 33. *Sia queſto ſegmento di cilindro DHGE AB, e queſto ſegmento di porzione DCGHA. Trovare la ſolidità di queſto ſegmento di porzione.*

Sia *HF* perpendicolare a *DG* nel ſuo mezzo *F*, conducete la retta *CF*, e trovate *FI* per rapporto al mezzo ſegmento di circolo o Elliſſe *HDF* nella medeſima maniera che *ZI* è ſtato trovato (Probl. 4. n. 2.) per rapporto al mezzo ſegmento *AFZ* (*Figure* 14., 15., X.)

Dopo queſto 1. Il prodotto (*Figura* 32.) fatto moltiplicando la ſuperficie *DGH* del ſegmento di circolo, ovvero di Elliſſe per *GF* meno il prodotto che riſulta dalla continua moltiplicazione di *CF DF*, *FI*, ſarà uguale al contenuto della ſolidità del ſegmento di porzione dritto *DCGHA*, che val a dire, ſuperficie $DGH \times CF \times DF \times FI = DCGHm$.

2. Per lo ſegmento, (*Figura* 33.,) di porzione obliqua, avendo tirato pel punto *C*, *CR* perpendicolare a *DG* prolongata ſe abbiſogna, e pel punto *D*, *Df* perpendicolare a *CF* prolongata; il prodotto fatto

fatto dalla ſuperficie del ſegmento *DGF* per queſta perpendicolare *CR* meno il prodotto fatto, dalla continua moltiplicazione di *CF*, *Df*, *FI*, darà la ſolidità requiſita del ſegmento di porzione obliquo, che val a dire ſuperficie $DHG \times \overline{CR} - CF \times Df \times FI = DCGHm$.

DIMOSTRAZIONE.

Egli è evidente, mentre (*Figura* 32.) il prodotto della ſuperficie $DGH \times CF$ è eguale al ſegmento di cilindro diritto *DHGEmB*, & il prodotto $CF \times BF \times FI$ è uguale (Problem. 4. n. 2.) ai due ſegmenti di porzione evidentemente uguali *DBACGEAC* dunque ſuperficie $DHG \times CA - CF \times DA \times AI$ è uguale al ſegmento di porzione diritta *DCGHA*.

Parimente (*Figura* 33.) la ſuperficie $DHG \times CR$ è uguale al ſegmento di cilindro obliquo *DHGE. ABeCF* $\times DF \times FI$ è uguale (Probl. 4. n. 2.) ai due ſegmenti di porzione, *DBAC*, *GEAC*, dunque ſuperficie $DGH \times CR - CF \times Df \times FI$ è uguale alla ſolidità del ſegmeto di porzione obliqua *DCGHA*. Che era da dimoſtrare.

COROLLARIO.

Per trovare la parte ſuperiore *AmDHGnA* del ſegmento di porzione precedente, avendo fatto $FK = FI. CF \times DF \times HK$ — ſuperficie $DGH \times CE$ (*Fig.* 32.) ovvero $CF \times Df \times GK$ — ſuperficie $DGH \times CR$ (*Fig.* 33.) darà la ſolidità di queſta parte ſuperiore.

Mentre ſe (*Figura* 32.) da $CF \times DF \times HF$ uguale al priſma *AmnGDC*, ſe li leva la ſuperficie $DGH \times CF - CF \times DF \times FI$ uguale (Probl. preced.) al ſegmento di porzione dritta *DCGHA*, il reſto cioè $\overline{CF \times DF \times HF} + CF \times DF \times FI$, ovvero *FK*— ſuperficie $DGH \times CF$, ovvero (che è lo ſteſſo) $CF \times DF \times HK$— ſuperficie $DGH \times CF$, ſarà uguale a queſta parte ſuperiore *AmDHGnA*.

Si farà il medeſimo alla parte ſuperiore della porzione obliqua (*Figura* 33.)

Pratiche della miſura delle Volte a Spina.

PRATICA 1.

Miſurare Figure 34., 35., *la ſuperficie di una Volta a Spina, il cui piano ABCD è un Quadrato, o un Rombo.*

1. Se la Volta è in pieno Cinteno, dalla circonferenza di Circolo *AFDHA*, il cui diametro è *AD* (*Figura* 34.) levate il doppio di queſto diametro *AD*, e moltiplicate il reſto pel medeſimo *AD*, ovvero per *AB* che gli è uguale.

Ovvero, ſe la Volta è tale (*Figura* 35.) che avendo tirato *Ad* perpendicolare ſopra *CD* prolongata, queſta linea *Ad* ſia doppia di *EF* altezza della Volta, alla circonferenza di circolo *AfdHA* dove *Ad*, è il diametro, levando il doppio del medeſimo diametro *Ad*, e moltiplicate il reſto per *AB*.

Il primo prodotto $\overline{AFDHA - 2\ AD} \times AB$ *Figura* 35. ovvero il ſecondo $\overline{AfdHA - 2\ AD} \times AB$ (*Figura* 34.) darà la ſuperficie *GABCDA* della Volta.

Eſempio.

Eſempio. Sia (*Figura* 34.) *AD* ovvero *AB*= 3. teſi, 3. piedi, il ſuo doppio ſarà 7. teſi, e la circonferenza *AFDHA*= 11. teſi, dunque 11. teſi meno 7. teſi=4. teſi. Dunque

	teſi.	pie.	pol.	
AFDHA—2AB circonferenza ridotta	4	0	0	teſi piedi poll.
AB lungezza	3	3	0	14. 0. 0.

le quali 14. teſi daranno il contenuto della ſuperficie *GABCDA* della Volta.

2. Se la Volta e ſovralzata, che val a dire ſe il ſuo Cinteno *AFD* e una mezza Elliſſe, dove *AD* è il piccol aſſe, *FE* la metà del grande, biſognerà trovare (*Figura* 34.) per rapporto a *FE*, *AD*, come al primo Problema la lunghezza *FB* (*Figura* 5.)

Poi dalla circonferenza *AFDHA* dell' Elliſſe, avendo levato il doppio della lunghezza trovata *DO*, moltiplicate il reſto per *AB*, e il prodotto ſarà la ſuperficie reqniſita, cioè *AFDHA*—2*O*×*AB*= *GABCDA*.

Parimente (*Figura* 35.) avendo condotta *fe* = *FE*, e penpendicolare ad *Ad* nel ſuo mezzo, e ſi troverà (Probl. 1.) per rapporto ad *fe*, *Ad*, la lunghezza *dO* ſimile alla lunghezza *FB* (*Figura* 5.) e dalla circonferenza dell' Elliſſe, deſcritta all' intorno degli aſsi *Ad*, *fH*=2 *FE*, levando il doppio della linea trovata *dO*, ſi moltiplicherà il reſto per *AB*, per avere queſta ſuperficie cioè *AfdHA*—2*dO*× *AB*=*GABCDA*.

Eſempio. Sia (*Figura* 34.) la circonferenza dell' Elliſſe *AFDH*= 14. teſi 3. piedi, la linea *DO*= 5. teſi, 0. piedi, 6. pollici, 2. *DO* ſarà = 10. teſi 1. piedi, e ſia *AD* ovvero *AB* = 3. teſi, 3. piedi. Dunque

	teſ. pi. po.	
AFDHA—2DO circonferenza ridotta	4 . 2 . 0	teſ pied. pol.
AB lunghezza ——————————	3 . 3 . 0	15 . 1 . 0

queſte 15. teſi, 1. piede ſaranno il contenuto della ſuperficie *GABCDA* della Volta.

3. Se la Volta è ſovrabaſſata, che val a dire ſe il ſuo Cinteno *AFD* è una mezza Elliſſe, dove *AD* è il grand'aſſe, e *FE* la metà del piccolo trovate (*Figura* 34.) per rapporto ad *ED*, *FH*, come al Problema 2. la lunghezza *FM* ſimile alla lunghzza *OB* (*Figura* 8.) e trovate (*Figura* 35.) per rapporto ad *ed*, *FH*=2*FE*, la lunghezza *FM* così pure ſimile alla lunghezza *OB* (*Figura* 8.)

Io ſuppongo in queſta (*Figura* 35.) che *ed* ſia più grande di *fe*, ovvero *FE* altezza della Volta, mentre ſe foſſe minore come può avvenire, queſto ſarebbe il caſo della Volta ſovralzata del numero 2. precedente, e ſe foſſe uguale ad *FE*, queſto ſarebbe il caſo della Volta in pieno Cinteno n. 1.

Pertanto (*Figura* 34.) dalla circonferenza dell' Elliſſe *AFDH* levato il doppio della lunghezza trovata *FM* (*Figura* 35.) dalla circonferenza dell'Elliſſe *AfdH* deſcritta all' intorno delli aſsi *Ad*, *fH*, levate il doppio della lunghezza trovato *fM*, e moltiplicate queſto reſto per *AB*.

Il primo prodotto $\overline{AFDHA-2FM}\times AB$ (*Figura* 34.) e il ſecondo $\overline{AfdHA-fM}\times AB$ (*Figura* 35.) darà la ſuperficie requiſita *GABGDA*.

La dimoſtrazione di queſte pratiche è facile, mentre la porzione cilindrica *AKDFG* una delle quattro di cui è compoſta la Volta, ſupponendola piena è ſimile alla porzione cilindrica *DCGHA* (*Figura* 30.

30., 31.) dunque (*Figura* 34.) la ſuperficie curva *GAFD* di queſta porzione *AKDFG* è uguale) Problema 5.) al prodotto della mezza circonferenza *AFD*—*AD*) allorchè la Volta è in pieno Citeno) ovvero —*DO* (allorchè ella è ſovralzata) ovvero —*FM* (quando ella è ſovrabaſſata) per *KE*. Ma il piano *ABCD* eſſendo un quadrato, ovvero un Rombo per la ſuppoſizione, egli è evidente che queſta ſuperficie *GAFD*, e le tre altre *GDPC*, *GCNB*, *GBLA*, ſono eguali fra loro, dunque il quadruplo del prodotto di ſopra, che vale a dire il prodotto della circonferenza *AFD* *HA*—2*AD*, ovvero —2*DO*, ovvero —2*FM*, per 2 *KE* ovvero *AB* darà il contenuto di queſte quattro ſuperficie (ovvero che è lo ſteſſo) della faccia *GABCDA* di tutta la Volta.

Si farà un ſimile ragionamento per la Volta obliqua (*Figura* 35.)

PRATICA II.

Miſurare la ſuperficie di una Volta a Spina, il cui piano ſia una figura rettilinea qualunque.

Biſogna miſurare ciaſcheduna Lunetta della Volta ſeparatamente, e prendere la ſomma di tutti li prodotti per avere la ſuperficie requiſita.

Sia *GAFD* la ſuperficie d' una delle Lunette della Volta.

1. Se queſta Lunetta è in pieno Cinteno dalla ſemicirconferenza di circolo *AFD* (*Figura* 36., 38.) ove la Lunetta è diritta, che vale a dire ove la linea *KE* tirata dal centro *K* al punto *E*, mezzo di

AD, è perpendicolare a *AD*, levate il diametro *AD*, moltiplicate il reſto per *KE*, e il prodotto cioè $\overline{AFD-AD}\times KE$ darà la ſuperficie *GA*FD di queſta Lunetta.

Parimente (*Figure* 37., 39.) ove la Lunetta è obliqua, che vale a dire ove la linea *KE* tirata come di ſopra non è perpendicolare ad *AD*, avendo tirata D*d* parallela, a *KE*, e *A*D perpendicolare a D*d*; ſe *AD* è doppia di FE; dalla mezza circonferenza di circolo dove il diametro è *Ad* levate queſto diametro *Ad*, e moltiplicate il reſto per *KE* per avere il prodotto $\overline{Afd-AD}\times KE$ valore della ſuperficie *GA*FD della Lunetta obliqua.

2. Se la Lunetta *GA*FD è ſovralzata, biſogna trovare (Probl. 1.) nello ſteſſo modo che alle (*Figure* 34., 35.) della pratica antecedente la lunghezza DO, dopo di che (*Figure* 36., 38.) il prodotto ſemicirconferenza d' Elliſſe $\overline{AF-DO}\times KE$ ovvero (*Figure* 37., 39., *Afd* eſſendo la mezza circonferenza dell' Elliſſe deſcritta all' intorno dell' aſſe *Ad*, e del mezzo aſſe *fe*, ovvero FE) il prodotto *Afd—de*× *KE* darà la ſuperficie requiſita della Lunetta.

3. Se la Lunetta è ſovrabaſſata, ſi troverà (Problema 2.) come ſi è detto per le *Figure* 34., 35. la lunghezza *FM* ovvero *fM*. Fatto queſto il contenuto della ſuperficie di queſta Lunetta sarà uguale al prodotto $\overline{AFD-FM}\times KE$ (*Figure* 36. 38.) ovvero al prodotto $\overline{Afd-fM}\times KE$ (*Figure* 37., 39.) allorchè, ed è più grande di *fe*, ovvero FE, mentre ſe gli foſſe uguale o minore, allora ſarebbero i caſi precedenti n. 1., 2. e biſognerebbe operare come in queſti numeri s' inſegna.

Si

La dimoſtrazione di queſte pratiche è evidente (Problema 5.)

Si miſurerà nella medeſima maniera cadaun' altra Lunetta della Volta, e la ſomma di tutti li prodotti darà la ſuperficie.

Ma ſe vi ſono delle Lunette uguali, egli è ben evidente che dopo di averne miſurata una, non ſi avrà a far altro, che moltiplicare il prodotto che ſi ſarà trovato per il valore della ſuperficie di queſta Lunetta, pel numero delle Lunette uguali, per eſempio (*Figure* 36., 37.) avendo miſurate le Lunette *GAD*, *GBA*, e fatta la ſomma de' due prodotti, ſi raddoppierà queſta ſomma per avere la ſuperficie di tutta la Volta, le due altre Lunette oppoſte a quelle eſſendole uguali, a cagione, che i piani oppoſti ſono triangoli uguali.

Medeſimamente (*Figura* 39.) avendo miſurata la ſuperficie della Lunetta *GAD*, ſi raddoppierà per avere le due *GAD*, *GPR*, e ſi troverà in ſeguito la ſuperficie della Lunetta *GDB* che ſi moltiplicherà per 5. per avere le cinque Lunette della Volta che ſono uguali fra loro, in fine ſi troverà la ſuperficie della Lunetta *GPA*.

Egli è ancora evidente che ſi avrà la ſuperficie *GAF* delle mezze Lunette prendendo la metà dei prodotti, ovvero ſervendoſi di $\frac{1}{2}$ *KE* in luogo di *KE* per moltiplicatore. Mi eſtendo ſopra la pratica per eſſer inteſo dai meno intelligenti.

Non eſſendo ancora ſtata trovata la rettificazione dell' Elliſſe; per miſurare la ſua circonferenza ſi percorrerà eſſa col compaſſo pochiſſimo aperto, e queſt' apertura applicata poi lungo una linea retta

tante

tante volte quante ſono ſtate quelle che ſonoſi applicate alla circonferenza dell' Elliſſe, la lunghezza ſegnata ſopra queſta retta, ſarà a un dipreſſo uguale a queſta circonferenza.

Ovvero, per evitar l' incomodo di delineare l' Elliſſe, ſi prenderà la metà della ſomma dei due aſſi, e ſi dirà come 7. a 22., così queſta metà a un quarto proporzionale, il quale ſarà a un dipreſſo uguale alla circonferenza dell' Elliſſe. Vi ſono ancora delle altre pratiche più preciſe delle quali ſe ne può ſervire.

PRATICA III.

Miſurare la ſolidità di una Volta a Spina, in pieno Cinteno, ovvero ſovralzata, o ſovrabaſſata; il cui coronamento ſia a livello, e il ſuo piano un Parallelogrammo.

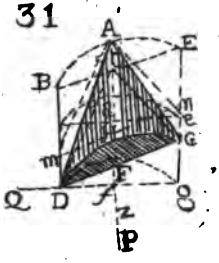
Sia *ABCD* il piano della Volta *Fig.* 40., e *bOPg* *Figura* 42. il ſuo profilo, per *bg* perpendicolare ai lati *AD*, *BG*. Dal centro della Volta elevata ſopra *bg* perpendicolare *VC*.

Moltiplicate continuamente $\frac{2}{5}$ *AD*, $\frac{1}{7}$ *gb*, *HC* più continuamente *AD*, *bg*, *VH*, e la ſomma di queſti prodotti darà la ſolidità della Volta a Spina ſopra *ABGD*, o ſia in pieno Cinteno, ovvero ſovralzata, o ſovrabaſſata.

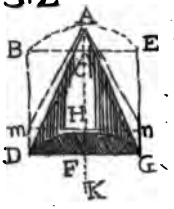
Eſempio. Sia *AD*=3. teſi *bg*=4. teſi, *HC*=2 teſi e *VH*= piedi 2.; $\frac{2}{5}$ *AD* ſarà =2. teſi, $\frac{1}{7}$ *bg*= 3. piedi 5. pollici, una linea e $\frac{5}{12}$ (queſta frazione $\frac{5}{12}$ di linea può negligerſi), dunque

Prima

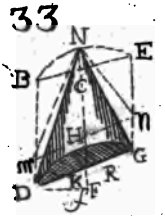
31



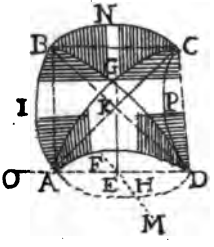
32



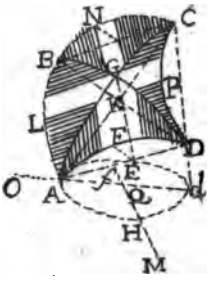
33



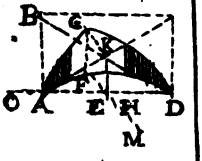
34



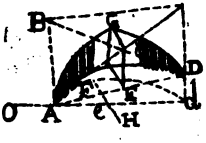
35



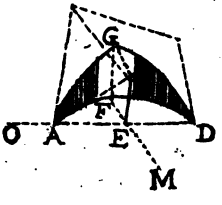
36



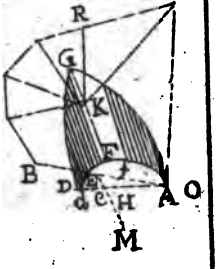
37

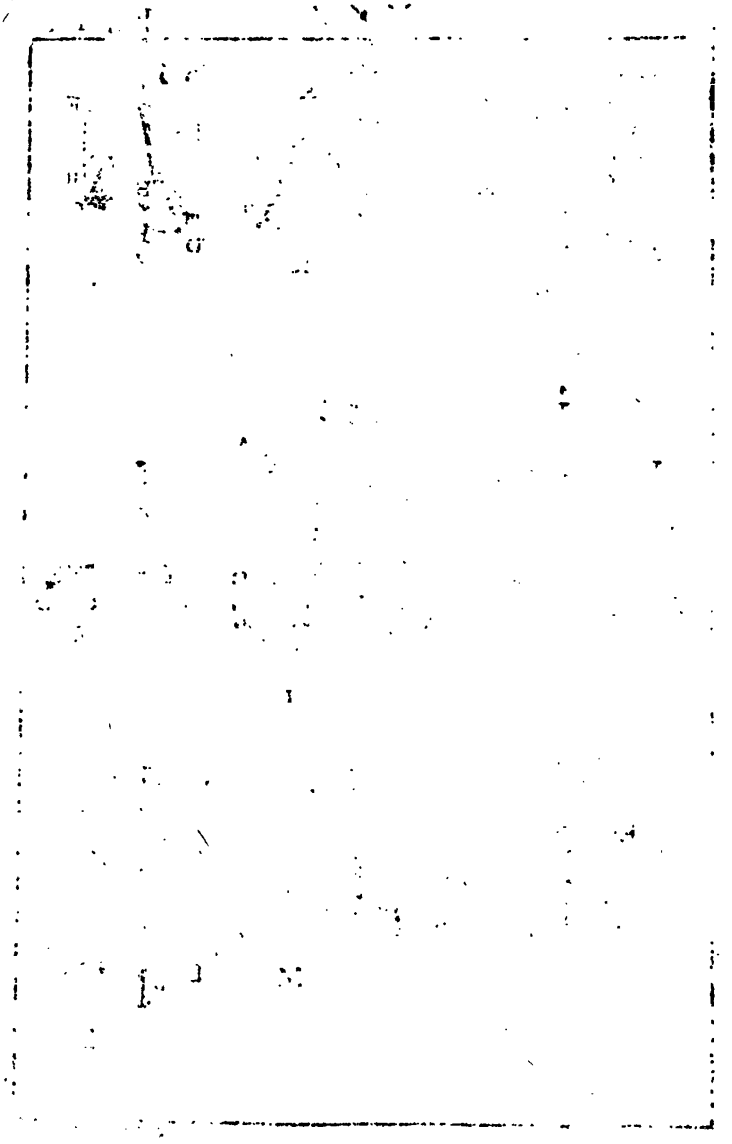


38



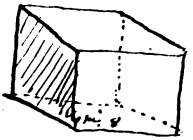
39



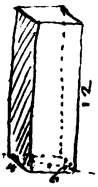


Misura dei Solidi

Cubo

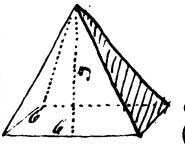


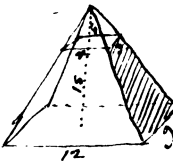
Parallelepipedo

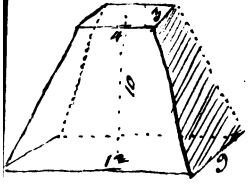


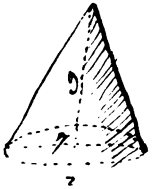
Prisma

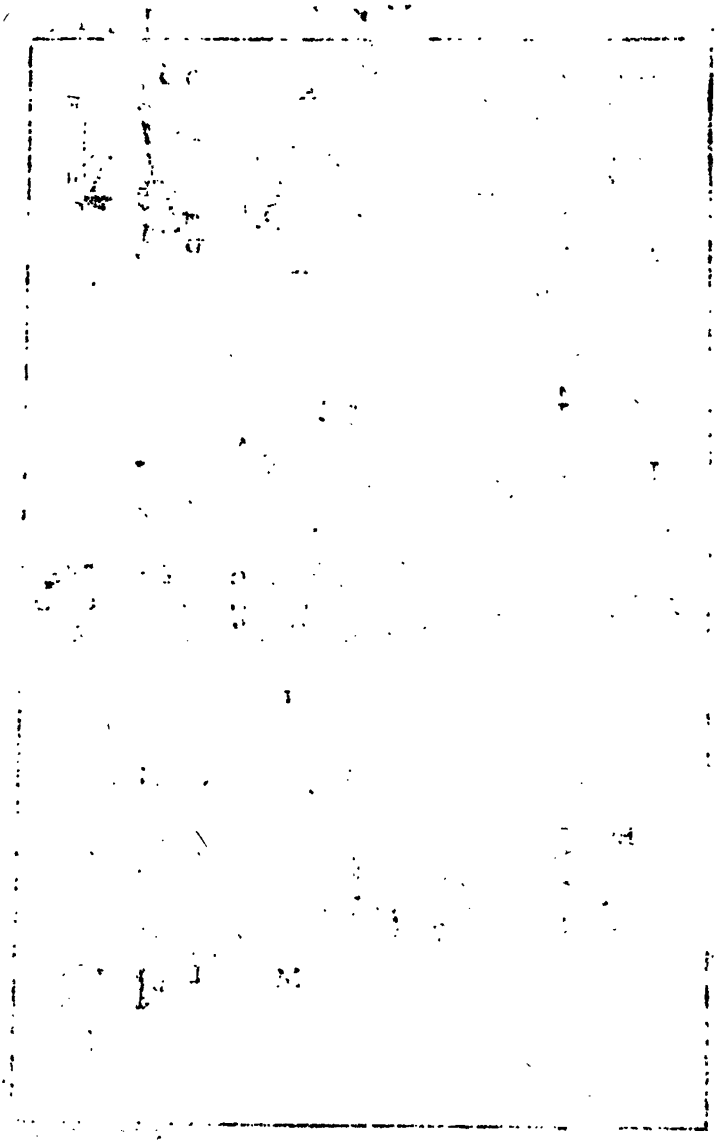
Piramide







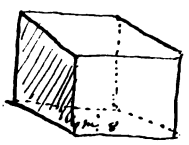




Misura dei Solidi

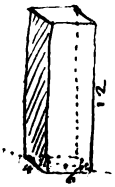
Sezioni della

Cubo



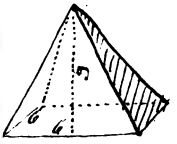
8
8
64
8
misura 512 attorniata

Parallelepipedo



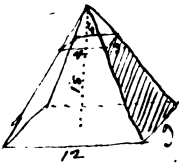
4
6
24
12
misura 288

Piramide



36
9
3 324
108

misura del Tronco di piramide

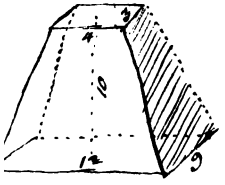


9
12
108
15
3 1620
5400 misura del solido

misurare un tronco di piramide o cono

Cilindro

misurare un tronco di piramide o cono retto, o scaleno, o obliquo, o piramidale alla rigonfia



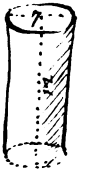
12
108
12 1296 si estrae la radice quadrata
396
00

12
108
120
36
156
10
misura 3 1560
5200

3
49 prima triplicata poi 11 volte
11
114 5391/2
38
12
1462

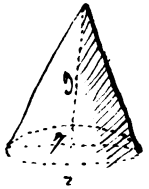
540
420
misura 3 1620
540

altro modo di misurare il solido di tronco



7
2
49 prima tripl
14
588 X 11 volte poi
114 6468
misura 4462

Cono



2
49
11
114 539 1/2
38
3 3462
misura 1154

altro modo di misurare il cono

7
2
49
11
539 X 3 terza parte dell'altezza
114 1617
misura 11 5 7/14 = 1/2

non potendosi misurare l'altezza AD

15
15
25
15
225

25
25
125
50
625
225

400 si leva la radice quadrata
000

il voglio dire 20 sarà l'altezza AD del cono

Prima parte.

	teſi pie. pol.	teſi. piedi pollici
$\frac{2}{3}$AD, lunghezza ridotta —	2 . 3 . 5	3 . 1 . 8
$\frac{1}{7}$ gh, larghezza ridotta —	0 . 3 . 5	
HC altezza ———	2 . 0 . 0	

Seconda parte.

AD lunghezza ———	3 . 0 . 0	4 . 0 . 0
hg larghezza ———	4 . 0 . 0	
VH altezza ———	0 . 2 . 0	

Totale —— 6 . 1 . 8

Le quali 6. teſi. 1. piede, 8. pollici danno la ſolidità della Volta propoſta un poco meno però a cagione di ciò che ſi è negletto, ma queſte ſono minuzie, alle quali non deeſi aver riguardo in una miſura.

DIMOSTRAZIONE.

Dal punto *C Fig.* 40. conducete *CF* parallela ad *AD*. Egli è evidente che il vuoto delle Lunette, ovvero parti della Volta ſopra *DCG*, *GCB*, *BCA*, *ACD* ſono porzioni di cilindro ſimili alle porzioni *DCGHA Figura* 30. 31. dunque (Coroll. Probl. 6.) la parte ſuperiore, per eſempio della porzione ſopra *DCG*, il cui profilo è *bmHng*, è uguale al ſolido $\frac{2}{3}$ *CF*× $\frac{1}{7}$ *bC*×*HC*. Ma queſta parte ſuperiore, e le tre altre ſimili delle porzioni ſopra *GCB*, *BCA*, *ACD*, ſono ſempre uguali fra loro allora quando il piano della Volta è un parallelogrammo, ovvero, che è lo ſteſſo, allora quando i piani delle Lunette ſono uguali fra loro, come ſi è dimoſtrato per avanti; dunque il quadruplo del ſolido $\frac{2}{3}$ *GF*× $\frac{1}{7}$ *bC*

$\frac{1}{7}$ $bC \times HC$, cioè $\frac{2}{3}$ $AD \times \frac{1}{7}$ $bg \times HC$ (mentre $AD = 2CF$, e $HG = 2bC$) è uguale a queſte quattro parti ſuperiori, alle quali aggiungendo $AD \times bg \times VH$ uguale al priſma, dove mP, è una delle ſue faccie, e $ABGD$ la baſe, la quale è la parte reſtante della ſolidità della Volta; nè ſiegue che $\frac{2}{3}$ $AD \times \frac{1}{7}$ $bg \times HC + AD \times bg \times VH$, è queſta ſolidità come era da dimoſtrare.

Non è neceſſario di condurre l' bg allora quando il piano della Volta è rettangolo come nella *Figura* 40., perchè DG è uguale ad bg. Non ſi è fatto ciò, e non ſi farà nel ſeguito per abbreviare il diſcorſo.

Se vi ſono degli Archi doppj ai lati delle Volte a Spina, eſſi faranno Volte a Cuna, la cui miſura non contiene alcuna difficoltà.

PRATICA IV.

Miſurare la ſolidità di una Volta a Spina in pieno Cinteno, ſovralzata o ſovrabaſſata, il cui coronamento ſia di livello, e il piano non ſia un Parallelogrammo.

Biſogna miſurare a parte ciaſcheduna Lunetta, e prendere la ſomma di tutti i prodotti, che darà la ſolidità della Volta.

Sia *Figura* 43., 44., DCG il piano di una delle Lunette della Volta, ed DP il ſuo profilo per DG. Conducete CF dal centro C al mezzo F di DG, dal punto D, Df perpendicolare a CF, e per la ſommità H del Cinteno la retta mn parallela a DG.

Molti-

Moltiplicasi poi continuamente $\frac{2}{3}$ *CF*; $\frac{1}{7}$ *Df*, *HF*, più continuatamente *CF*, *Df*, *VH*, e la somma dei due prodotti, cioè $\frac{2}{3}$ *CF*× $\frac{1}{7}$ *Df*×*HF* + *CF*×*DF*×*VH* darà la solidità di questa Lunetta.

Si farà una simile operazione per cadauna altra Lunetta, e si prenderà la somma di tutti i prodotti per avere la solidità della Volta.

La dimostrazione è evidente, mentre $\frac{2}{3}$ *CF*× $\frac{1}{7}$ *DF*×*HF*, è uguale (Coroll. Probl. 6.) alla parte superiore il cui profilo è *mnGHD*, e *CF*×*Df*×*VH*, è uguale al prisma, la cui base è un triangolo uguale a *CDG*, e *VH*, è la sua altezza, i quali prismi e parti superiori fanno tutta la solidità della Volta.

PRATICA V.

Misurare la solidità di una Volta a Spina delle precedenti, allora quando il coronamento non è di livello, ma che egli è in pendenza, o terminato a schiena d' asino sopra cadauna Lunetta, ovvero di un' altra figura misurabile.

Si troverà la solidità di tutta la massa della Volta considerata piena dalla quale si leverà la solidità del vuoto, in questo modo.

1. Allora quando il piano della Volta sarà un parallelogrammo, si leverà la solidità di questa massa *Figura* 40., 41., 44, il cui profilo è) per esempio, *Figura* 44.) *DmPG*, ovvero *DmVnG*, il prodotto 6. $\frac{1}{3}$ *AD*× $\frac{1}{7}$ *bg*× *HF*, uguale alla solidità del vuoto delle quattro Lunette, e il resto darà quella della Volta.

Questo

Queſto prodotto 6. $\frac{1}{3}$ $AD\times\frac{1}{7}$ $bg\times HF$, è uguale al vuoto delle quattro Lunette, mentre la porzione cilindrica del vuoto di una delle Lunette, per eſempio della Lunetta ſopra DCG eſſendo (Probl. 6.) uguale a 6. $\frac{1}{3}$ $CF\times\frac{1}{7}$ $bC\times HF$ e avendo dimoſtrato in avanti che le quattro porzioni di queſto vuoto ſono uguali fra loro, ne ſiegue che il quadruplo di 6. $\frac{1}{3}$ $CF\times\frac{1}{7}$ $bC\times HF$, cioè (a cagione di $AD=2CF$ e di $bg=2bC$) 6. $\frac{1}{3}$ $AD\times\frac{1}{7}$ $bg\times HF$ è uguale a queſto vuoto delle quattro Lunette $ABCG$.

2. *Figura* 43. 44. Quando il piano della Volta non ſarà un parallelogrammo, ſi leverà dalla ſolidità della detta maſſa della Volta la ſomma dei prodotti che danno il vuoto di cadauna Lunetta. Il vuoto, per eſempio, della Lunetta ſopra DCG è dato (Probl. 6.) per queſto prodotto 6. $\frac{1}{3}$ $CF\times\frac{1}{7}$ $Df\times Hf$, e ciaſcuna altra Lunetta è data per un ſimile prodotto; ſi leverà dunque la ſomma di tutti queſti prodotti dalla ſolidità della maſſa della Volta per averne nel reſto la ſolidità requiſita.

Queſta regola conviene ugualmente alle Volte della precedente Pratica, e medeſimamente ſi abbrevia.

PRATICA VI.

Misurare la solidità di una Volta a Spina in pieno Cintano, ovvero sovralzata, o sovrabassata nella quale l' extrados sia parallelo all' intrados, e discenda fino all' imposta, e il suo piano sia un Paralle. logrammo.

Figure 45., 46., 47., 48. Sia il Parallelogrammo *IL KM* il piano della Volta, *MVZ* il suo profilo per *ML* ovvero *IK*. Tirate liberamente la linea *xr* perpendicolare a *IM*, ed elevate del centro *Q* dell' arco della Volta, *VQ* perpendicolare a *ML*.

Sia la Volta in isquadro, o nò, moltiplicate continuamente 6. $\frac{1}{3}$ *IM*, $\frac{1}{7}$ *xr*, *VQ*, e dal prodotto levate i due seguenti 6. $\frac{1}{3}$ *AD*× $\frac{1}{7}$ *bg*×*HQ*, superficie *DGH* + superficie *ADE*×2*Xb*, ed il resto darà la solidità requisita di questa Volta.

Esempio: Sia *IM* = 3. tesi, 2. piedi, *AD* = 3. tesi, *xr*=4. tesi, *bg*=3. tesi, 4. piedi, *VQ*=2. tesi, *HQ*=1. tesi, 5. piedi, *xb*=1. piede, *ML Figura* 45.) =4. tesi, *DG*=3. tesi, 4. piedi.

6. $\frac{1}{3}$ *IM* sarà =21. tesi, 0 piedi, 8. pollici, $\frac{1}{7}$ *xr*=0 tesi, 3. piedi, 5. pollici, una linea, 6. $\frac{1}{3}$ *AD* =19. tesi, $\frac{1}{7}$ *bg*=0. tesi 3. piedi, un pollice, 9. linee, la superficie *DGH* (che è quì un semicircolo) sarà trovata = 5. tesi, 1. piede 8. pollici, e la superficie *ADE* (che sarà una mezza Ellisse) =4. tesi, 1. piede, 10. pollici, dunque la somma di queste due superficie =9. tesi, 3. piedi 6. pollici. Dunque

tesi

		tesi pi. pol. lin.		
$6\frac{1}{3}$ IM	lunghezza multipli.	21 . 0 . 8 . 0	tesi pi. po. li.	
$\frac{1}{7}$ Xr	larghezza ridotta ——	0 . 3 . 5 . 1	—	44 . 0 . 6 . 7
VQ	altezza ————	2 . 0 . 0 . 0		

parti da levare

I

$6\frac{1}{3}$ AD	lunghezza multipla.	19 . 0 . 0 . 0		
$\frac{1}{7}$ hg	larghezza ridotta	0 . 3 . 1 . 9	18.1.3.9	
AQ	altezza ————	1 . 5 . 0 . 0		21 2 5 9

II

DGH + ADE	Superficie ——	9 . 3 . 6 . 0		
xh + gr ovvero 2xh	lunghezza	0 . 2 . 0 . 0	3.1.2.0	

Reſta per la ſolidità della Volta —— 2 . 4 . 0 . 10

DIMOSTRAZIONE.

Conducete del centro (*C*) della Volta, la retta *CQ* parallela *IM*, a cagione di $Xr = 2XC$ e di $IM = 2CQ$; ſi avrà $6.\frac{1}{3}\ IM \times \frac{1}{7}\ rr \times VQ$ uguale al quadruplo di $6.\frac{1}{3}\ CQ\ \frac{1}{7} \times XC \times VQ =$ (Probl. 6.) alla porzione di cilindro ſopra *MCL*; ma ſi è dimoſtrato quì avanti, che queſta porzione *MCL*, e le tre altre ſopra *LCK*, *KCI*, *ICM*, ſono uguali fra loro dunque $6.\frac{1}{3}\ IM \times \frac{1}{7}\ xr \times VQ$ ſarà uguale a queſte quattro porzioni, che vale a dire alla Volta conſiderata piena, ſopra il piano *IKLM*.

Parimente, a cagione di $hg = 2bC$ e di $AD = 2CF$; $6\ \frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7}\ bg \times HQ$ ſarà uguale alle quattro porzioni del vuoto ſopra *ABGD*.

Di più egli è evidente che il prodotto ſuperficie *DGH* + ſuperficie $ADE \times 2xb$, è uguale ai due vuoti ſotto gli archi doppj, i cui piani ſono i parallelogrammi

grammi *Aa*, *Gq*, e il profilo è *DHG*, più i due vuoti ſopra i piani *Bd*, *Dd*, il cui profilo è *ADE*, mentre a cagione della ugual groſſezza della Volta, queſti parallelogrammi hanno delle lunghezze uguali, dunque levando dal prodotto 6. $\frac{1}{3}$ *IM*× $\frac{1}{7}$ *xr*× *VQ* uguale a tutta la Volta conſiderata piena, i due ſeguenti 6. $\frac{1}{3}$ *AD*× $\frac{1}{7}$ *bg*× *HQ* ſuperficie *DGH* ſuperficie *ADE*×2*Xb* uguale al vuoto, li reſta la ſolidità della Volta, ciò che era da dimoſtrare.

PRATICA VII.

Miſurare la ſolidità di una Volta a Spina in pieno Cintero, ovvero ſovralzata, o ſovrabaſſata, dove l' extrados ſia parallelo all' intrados, e diſcenda fino all' impoſta, e il piano non ſia un parallelogrammo, ma un poligono qualunque.

Si miſurerà ſeparatamente cadauna Lunetta della Volta propoſta, e ſi prenderà la ſomma delle ſolidità trovate.

Sia *Figura* 45. 47. *MCL* il piano d'una delle Lunette della Volta (biſogna ſupporre delle Lunette ineguali a lato di queſta Lunetta *MCL*) e *MVL* il ſuo profilo per *ML*, *CQ* eſſendo perpendicolare ad *ML* nel ſuo mezzo *Q* 6 $\frac{1}{3}$ *CQ*× $\frac{1}{7}$ *MQ*×*VQ* - 6 $\frac{1}{3}$ *CF*×$\frac{1}{7}$ *DF*×*HQ*—ſuperficie *DGH*×*FQ* darà la ſolidità della Lunetta ſopra *MCL*.

Allora quando (*Figura* 49.) *CQ* non ſarà perpendicolare ad *ML* avendo tirato *Mq*, *D*, *f* perpendicolare a *CQ*, ed *FO* perpendicolare *ML MVL* (*Figura* 47.) eſſendo il profilo della Volta per

ML. 6. $\frac{1}{3}$ *CQ*×$\frac{1}{7}$ *Mq*×*VQ*—6. $\frac{1}{3}$ *CF*× $\frac{1}{7}$ *Df*×*HQ*— ſuperficie *DGH*×*FO* ſarà la ſolidità della Lunetta ſchimbeſcia *MCL*.

Si troveranno nello ſteſſo modo le altre Lunette ineguali, e la ſomma delle ſolidità trovate darà quella di tutta la Volta.

La dimoſtrazione è evidente per lo ſteſſo Problema, e per quello della pratica antecedente.

Pare che queſte Pratiche della miſura della ſolidità delle Volte a Spina dove l'extrados eſſendo parallelo all'intrados, diſcendendo fino all'impoſta, ſieno di uſo raro, perchè quando la groſſezza della Volta è un poco conſiderabile, l'extrados è tagliato, o dai muri, o dalle Volte vicine avanti di arrivare all'impoſta. Nulla oſtante ſi avrà ſovente biſogno di queſte Pratiche a cagione che ſi fa ſoventemente alle Volte a Spina un'intonacatura di Lope, la quale eſſendo d'ordinario d'una picçola groſſezza, prende la ſua naſcenza all'impoſta, e allora queſt'intonacatura dee eſſere riguardata come una Volta nella quale l'extrados ſia parallelo all'intrados, e diſcenda fino all'impoſta, e dee eſſer miſurata con queſte pratiche per trovare la quantità di Lope che fa parte di quella della Volta.

PRATICA VIII.

Miſurare la ſolidità di una Volta a Spina in pieno Cinteno, ovvero ſovralzata o ſovrabaſſata, dove l'extrados eſſendo parallelo all'intrados non diſcenda fino all'impoſta, e il piano ſia un parallelogrammo.

Sia *IKLM Figura* 50. 51. 52. 53. il piano dell'extrados della Volta, e *ABGD* quello dell'intrados,

MNVSL

MNVSL il ſuo profilo per *ML* ovvero *IK*, e *IEM* ſuo profilo per *IM*, ovvero *KL*.

Tirate liberamente *xr* perpendicolare a *IM*, ed *ut* perpendicolare a *IK* dal centro *Q* del Cinteno elevate la perpendicolare *QV*, e tirate *NS*.

Poi trovate *RT* per rapporto al mezzo ſegmento di circolo, ovvero di Elliſſe *VNR*, nello ſteſſo modo che fu trovata *ZO* (*Figura* 10. Probl. 4. N. 2.) per rapporto al mezzo ſegmento di circolo, ovvero di Elliſſe, *AFZ* (*Fig.* 14.) e fatte $KT = \frac{1}{3} RT$. Per avere *RT* più preciſamente biſogna trovarla col calcolo facendo l'analogia moſtrata in queſto Problema 4. Intanto

1. Quando TR ſarà minore di QR moltiplicate
IM—
XV—
TQ—
Più
Superficie NSV—zut—
Dalla ſomma di queſti due prodotti levate quella dei tre ſeguenti
I
$6\frac{1}{5}$ AD—$\frac{1}{7}$gh—QH
II
Superficie GHD—uf+at—
III
Superficie ADE—xh+gr—

2. Quando TR ſarà più grande di QR, il primo prodotto paſſerà in quello da levare dal ſolo prodotto, così:
Superficie VSN — 2 u t — levate la ſomma dei ſeguenti
I
IM——XR——QT——
II
$6\frac{1}{5}$ A D—$\frac{1}{7}$ g h — H Q—
III
Superficie DGH—uf+at—
IV
Superficie ADE—hx+gr—

3. Quando *RT* ſarà uguale a *QR* il primo prodotto $IM \times xr \times TQ$

ſvanirà, e dal ſolo prodotto Superficie $NSV - 2ut -$ ſi leverà la ſomma dei tre ſeguenti

I

$6\frac{1}{3}\ AD - \frac{1}{7}\ bg - HQ -$

II

Superficie $DGH - uf + at$

III

Superficie $ADE - xb + gr -$

Cadaun reſto darà la ſolidità requiſita della Volta ſopra *IKLM*.

DIMOSTRAZIONE.

Dal centro *C* tirate *CQ* parallela a *IM*, e per la ſommità *V* dell' extrados conducete *OP* parallela ad *ML*, che ſarà riſcontrata in *O*, e *P*, per *MN*, *LS* prolongate.

Il prodotto $IM \times xr \times VQ$, è uguale al priſma la la cui baſe è *IKLM*, e l'altezza *VQ*, e la parte ſuperiore ſopra *MCL* il cui profilo *NOPSVN*, è uguale (Coroll. Probl. 7.) a $CQ \times xC \times VT -$ ſuperficie $NSV \times \frac{1}{2}\ ut$, il cui quadruplo, cioè $IM \times xr \times VT - NSV \times 2ut$ (mentre *IM* è doppia di *CQ*, *xr* doppia di *xC* e $2ut$ quadruplo di $\frac{1}{2}\ ut$) ſarà uguale alle quattro parti ſuperiori ſopra le quattro Lunette della Volta, queſte parti ſuperiori eſſendo uguali fra loro, come abbiamo dimoſtrato in avanti.

Dunque levando queſto quadruplo $IM \times xr \times VT$ ſuperficie $NSV \times 2ut$, da $IM \times xr \times VQ$, ſolidità del priſma, ſi avrà per reſto $IM \times XR \times TQ +$ ſuperficie $NSV \times 2ut$, quando il punto (*T*) caderà al di ſopra del punto *Q*, ſuperficie $NSV \times 2ut - IM \times xr \times TQ$, quando

quando queſto punto (*T*) caderà al di ſotto di *Q*, e ſolamente ſuperficie *NSV2ut*, quando queſto punto (*T*) caderà ſopra *Q*. Dai quali reſti levando $6.\frac{1}{3}$ *AD* X $\frac{1}{7}$ *bg*×*HQ* uguale (come ſi è dimoſtrato Pratica 5.) al vuoto ſopra *ADGB* della Volta, più, li prodotti, ſuperficie *DGH*×$\overline{uf+at}$ uguale ai due vuoti ſopra *Ao*, *Gq*, e ſuperficie *ADE*×$\overline{xb+gr}$ uguale ai due vuoti ſopra *Dd*, *Bb*; egli è evidente, che reſterà la ſolidità requiſita della Volta ſopra *IKLM*. Come era da dimoſtrare.

ESEMPIO.

	teſi.pi.po.
Sia *IM* ——	3. 4. 0
xr ——	4. 3. 6
bg ——	4. 0. 0
ut ——	3. 4. 0
uf+*at* ——	0. 4. 0
xb+*gr* ——	0. 3. 6

Trovate *RT* come abbiamo detto, e ſia = 0. teſi, 5. piedi, 2. pollici *RQ*—*RT* = *TQ* ſarà = 0. teſi, 0. piedi, 10. pollici.

Si troverà la ſuperficie del ſegmento *NSV* — 4. teſi, 5. piedi 9. pollici.

	teſi.pi.po.
AD ——	3. 0. 0
DG ——	4. 0. 0
HQ ——	2. 0. 0 — *KE*
VQ ——	2. 3. 0
RQ ——	1. 0. 0
VR ——	1. 3. 0

La ſuperficie del mezzo circolo *DGH* = 6. teſi, 1. piede 9. pollici.

La ſuperficie della mezza Elliſſe.

teſi.pi.po.
ADE — 4. 4. 3.
$6\frac{1}{3}$ *AD* — 19. 0. 0
$\frac{1}{7}$ *HG* — 0. 3. 5

Si è negletta qualunque piccola frazione.

E perchè *RT*, è quì minore di *RQ*, perciò si servirà della prima delle formule precedenti.

Prima Parte.

	tesi . pie. pol.	tesi piedi pollici
LM lunghezza	3 . 4 . 0	
xr larghezza	4 . 3 . 6	16 . 4 . 10
TQ altezza ridotta	0 . 0 . 10	

Seconda parte

NSV Superficie	4 . 5 . 9	36 . 2 . 2
aut lunghezza	7 . 2 . 0	
Parti da levare		53 . 1 . 0

I

	tesi pie. pol.		
$6\frac{1}{3}$ AD lunghezza multipla.	19 . 0 . 0		
$\frac{1}{7}$ hg larghezza ridotta	0 . 3 . 5	21.3.10	
HQ altezza	2 . 0 . 0		
II			
DGH Superficie	6 . 1 . 9	4. 1. 2.	28. 3. 6
uf + a t lunghezza	0 . 4 . 0		
III			
ADE Superficie	4 . 4 . 3	2. 4 .6	
xh + gr lunghezza	0 . 3 . 6		
Resta per la solidità della Volta			24.3.6

Allora quando nella Volta da misurare vi sono delle Lunette in pieno Cinteno, come, è per ordinario, bisogna servirsi del profilo in pieno Cinteno,

teno, per trovare più facilmente la ſuperficie del ſegmento *NSV*.

Vi ſono molti altri caſi nelle miſure delle Volte ne' quali l'extrados eſſendo parallelo all' intrados, non diſcende fino all' impoſta; per eſempio allora quando la Volta è terminata da un muro che paſſa per *AB*, o per due muri che paſſano per *AB*, *DG*, o per due muri che paſſano per *AB*, *AD*, o per tre muri che paſſono per *AB*, *AD*, *DG*, o per quattro muri che paſſano per *AB*, *AD*, *DG*, *GB*, o per altri ſimili muri paralleli a queſti lati *AB*, *AD*, *AG*, *GB*, e che ſieno a qualche diſtanza ec. Ma queſte memorie eſſendo di già molto lunghe non entreremo in queſto dettaglio, ed ancora perchè da quello che abbiamo detto, non ſarà difficile ritrovar delle formule per tutti queſti Caſi.

AGGIUNTA ALLE MEMORIE

Sopra la Miſura delle Volte precedenti dello ſteſſo M. Senes *tratte dal Tomo delle Memorie della Reale Accademia di Parigi dell' anno* 1722.

Allora quando ebbi l' onore d' informare la Compagnìa dell' idea che io aveva in dare delle maniere eſatte per fare queſte miſure, delle quali avendogliene fatte veder parte che già aveva fatte, non ſolamente ella l'approvò, ma ancora m' eſortò a non differire a travagliare ſopra una materia che le ſembrava molto utile, e di farne una memoria per inviarla all' Accademia Reale delle Scienze, come pratichiamo di fare ogni anno.

Io le promisi, ma pochi giorni dopo aver cominciato mi trovai così occupato e obbligato in viaggi frequenti per gli ordini che ricevei di far costruire diversi travagli del Re, de' quali era incaricato nella Linguadoca, e nella Provenza, che non potei darle che quel poco di comodo che procurai avere di tempo in tempo, la qual cosa m' obbligò per non oltrapassar i limiti che dee avere una semplice memoria di negligere una parte di dettaglio, che aveva risoluto di ponervi.

Nel vedere queste memorie impresse, son stato spronato, e l ho creduto necessario accompagnarle di questa addizione, nella quale si troveranno delle abbreviazioni sopra qualche pratica, con altre pratiche, e osservazioni utili per risolver più facilmente le difficoltà che si possono incontrare in queste misure.

Le figure dell' antecedenti memorie colle aggiunte, serviranno per questa, per lo che si è continuato il seguito dei numeri.

PRATICA IV.

Della misura delle Volte in arco di Chiostro, della memoria precedente.

Ho dedotto, *Figura* 22., 23., 24., da $AB \times DF \times gE$ li due prodotti $\frac{2}{3}$ $AB \times DF \times GE$, $AB \times DF \times gI$, ma a cagione di $gE - gI = EI$, metto in luogo di $AB \times DF \times gE - AB \times DI \times gI$, il solo prodotto $AB \times DF \times EI$ che li è uguale, è questa pratica si riduce a questi due articoli.

	teſi pie. pol.	teſi pie. pol.
AB lunghezza	4 . 0 . 0	29 . 2 . 0
DF larghezza	4 . 0 . 0	
EI altezza	7 . 5 . 0	

parti da levare

$\frac{2}{3}$ AB lunghezza ridotta	2 . 4 . 0	21 . 2 . 0
DF larghezza	4 . 0 . 0	
GE altezza	2 . 0 . 0	

Reſta per la ſolidità della Volta —— 8 . 0 . 0

OSSERVAZIONE.

In queſto eſempio il valore di *EI* è ſtato preſo ſopra la Scala, la qual coſa baſta nelle miſure, purchè ſi abbia avvertenza di fare delle figure grandi, ma ſi può avere con maggior preciſione mediante il calcolo in queſta maniera.

Fig. 34. Supponendo la Volta in pieno Cinteno, che val a dire che *dgf* è un mezzo circolo. Il rettangole $AD \times Df$ ſarà $= \overline{DM}^2 = \overline{KE}^2$, moltiplicando dunque *Df* (4. teſi 2. piedi, ovvero 312. pollici) per *AD* (2. piedi, ovvero 24. pollici) ne verrà 7488. pollici, la cui radice quadrata ſarà a un dipreſſo pollici 86. $\frac{1}{2} = MD$, ovvero *KE*.

Aggiungendo *KE* pollici 86. $\frac{1}{2}$ a *gE* (2. teſi 2 piedi, ovvero 168. pollici) ed a 2. *gE* (336. pollici) ſi avrà $KE + gE = 254. \frac{1}{2}$ pollici, e $KE + 2. gE =$ a 422. $\frac{1}{2}$ pollici, e levando la (*KE*) dalla medeſima *GE*, reſterà $gK = 81. \frac{1}{2}$ pollici.

Nel

Nel Problema 4. n. 2. delle antecedenti memorie fatte $KE + gE = 254.\frac{1}{2}$ pollici, e $KE + 2gE$ ($422.\frac{1}{2}$ pol.) :: gK (pollici $81.^{1}$) a un qnarto proporzionale, talchè ZO di queſto Problema 4. *Figura* 10., ove a cagion della frazione ($\frac{1}{2}$) duplicando li termini, ſi dirà 509., 845. :: 163.: 270. $\frac{308}{509}$, quarto proporzionale la cui metà 135. pollici, negligendo la frazione, è quello tale che ZQ la quale ſi cerca; il terzo (45. pol.) del quale è il valore di KI, che aggiunto a KE (pol. $86\frac{1}{2}$) da $EI = 131.\frac{1}{2}$ pollici, ovvero una teſe, 4. piedi 11. pollici, 6. linee, in cambio di 1. teſe, 5. piedi, che abbiamo trovato ſopra la ſcala, e ſolidità della Volta in luogo di 8. teſi, non ſarà che teſi 5. e 4. pollici.

EI trovato col calcolo fa vedere che avevamo fatto un errore di 6. linee, prendendola ſopra la ſcala, ma non ſi dee concludere perciò che la ſcala dia ſempre ſimili errori, quello là è ſtato così grande per qualche negligenza da me uſata, mentre facendo, come ho detto, delle figure grandi e una ſcala ben giuſta con delle tranſverſali, ſi avrà il valore delle linee, tal che *EI* che molto s'avvicinerà al valor preciſo che ſi trova col calcolo, e la differenza potrà eſſer negletta nella pratica ſenza ſenſibile errore.

Figura 55. Se la Volta è Ellittica che val a dire ſovrabaſſata, o ſovralzata, ſi troverà primieramente *MD* come ſe queſta foſſe in pieno Cinteno, dopo di che ſi farà queſta analogìa $QE.\ gE$ :: MD a un quarto proporzionale che ſarà mD, ovvero KE, e per trovare EI, ſi opererà per rapporto a queſto valore

valore KE, nello ſteſſo modo che ſi è fatto quì avanti.

Biſogna dimoſtrare che $QE : gE :: MD : mD$. Ne ſiegue che nel medeſimo circolo dQf, $fE : fD \times Dd :: QE : MD$, e che nella mezza Elliſſe dgf, $fE : fD^2 \times Dd :: \overline{gE}^2 : \overline{mD}^2$, dunque $\overline{QE}^2 : \overline{MD}^2 :: \overline{gE}^2 : \overline{mD}^2$, e per conſeguenza $QE : MD :: gE : mD$, e alternando $QE : gE :: MD : mD$, ciò che era da dimoſtrare.

COROLLARIO.

Si dimoſtrerà medeſimamente che $QE : gE :: pA : CA$, e la medeſima coſa di tutte le altre ordinate, come PA, CA, ovvero come MD, mD; da che ne ſiegue, che QE è a gE, come la moltitudine infinita delle ordinate del mezzo ſegmento di circolo pdA, che vale a dire come queſto mezzo ſegmento di circolo pdA è alla moltitudine infinita delle ordinate del mezzo ſegmento di Elliſſe cdA, che vale a dire queſto mezzo ſegmento di Elliſſe cdA, e per conſeguenza che $QE : gE ::$ il ſegmento di circolo al ſegmento intero di Elliſſe.

PRATICA V.

Della miſura delle Volte in Arco di Chioſtro, della memoria precedente.

Figure 22., 23., 25., 26. Fate (*Figura* 56. del Profilo) $KV = \frac{1}{3} gK$ della formula $AB \times DF \times KE + AB \times DF \times \frac{1}{3} gK - \frac{2}{3} AB \times DF \times GE$, (poſta in fine del n. 2. della detta Pratica 5. della memoria antecedente)

dente) e ſi avrà la ſeguente. $AB \times DFVE - \frac{2}{3} AB \times DF \times GE =$ alla ſolidità della Volta.

Mentre egli è evidente che $AB \times DF \times KE + AB \times DF \times \frac{1}{3} gK$, ovvero $KV = AB \times DF \times VE$.

Quando li muri non ſono più alti della ſuperficie ſuperiore della Volta ſi miſureranno inſieme queſti muri e la Volta. Tirate *MN*, e fate *KV* (*Figura* 57.) $= \frac{1}{3} gK$, che avrete $ab \times df \times VE - \frac{2}{3} AB \times DF \times GE =$ alla ſolidità della Volta compreſi li muri, lo che è evidente.

PRATICA VII.

Sopra le Volte in Cul di Forno a panza della memoria precedente.

Figura 19. 24. Come $gE - (gI$ *Figura* 24.) è uguale ad EI, in luogo $\frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times gE - \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE - \frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times gI$ (poſta in fine del num. 2. della detta Pratica 7. della memoria antecedente) ſi avrà $\frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times EI = \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE =$ alla ſolidità della Volta.

Nella ſteſſa pratica VII. ove il coronamento della Volta è in piramide.

Figura 15., 16. Fate (*Figura* 56.) $KV = \frac{1}{3} gK$, e in luogo di $\frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times KE - ABCHLOA \times DE \times \frac{1}{3} gK - \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE$ (poſta in fine del num. 4. della detta Pratica 7. della memoria antecedente) ſi avrà.

$\frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times VE - \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE =$ alla ſolidità della Volta.

Per

Per misurare insieme li muri e la Volta, dove la *Figura* 57. è il profilo tirate come per avanti *MN*, e fate $KV = \frac{1}{3} gK$, che avrete.

Figure 19. 57., $\frac{1}{2}$ *abchloa*×*dEXVE*—$\frac{1}{5}$ *ABCHLOA*×*DEXGE*= alla solidità della Volta.

PRATICA II.

Sopra la misura delle Volte a Spina, della memoria precedente.

Figure 36. 37. 39. Non è sufficiente che i triangoli, ovvero piani delle Lunette sieno uguali, bisogna di più che i lati di questi triangoli uguali, che saranno i lati della Volta, sieno uguali, dove ne seguirà che le perpendicolari tirate dal centro *K* a questi lati saranno parimenti uguali, e lo stesso ne è delle faccie delle Volte in arco di Chiostro. Questa è una regola generale per conoscere le faccie delle Volte in arco di Chiostro, e le Lunette di quelle a Spina, che avranno delle superficie uguali.

Non per questo ne viene, che non si possano avere di tali superficie uguali fra loro, benchè i loro piani non sieno uguali, ma questa egualità non può apparire che dopo fatta l'operazione per ciascheduno, ed ella non può in alcun modo servire ad abbreviare la misura della superficie della Volta.

Ma nelle Volte in Arco di Chiostro, e in quelle a Spina i vacui fra loro, e le parti superiori fra esse hanno sempre della solidità in ciascuna Volta, allor

allor quando i loro piani ſono triangoli qualunque ugnali ſenza altra contradizione, la qual coſa è una regola generale per abbreviare la miſura della ſolidità d' una Volta.

Tutto queſto è manifeſto dalle formule della miſura della ſuperficie, e dei ſolidi di queſte Volte, e da quello che ſi è dimoſtrato nell' antecedente Memoria.

Proſeguimento alle Pratiche della miſura delle Volte a Spina nell' antecedente Memoria.

Nell' antecedente Memoria ho dato otto Pratiche per lo che nominerò la ſeguente IX.

PRALICA IX.

Miſurare la ſolidità di una Volta a Spina in pieno Cinteno, ovvero ſovralzata, o ſovrabaſſata conſtruita fra quattro muraglie, AB, BG, GD, DA, della quale l' extrados è parallelo all' intrados, e non diſcende ſino all' impoſta, e il piano è un parallelogrammo.

PRIMO CASO.

Figure 58. 59. 60. Allora quando il piano *ABCD* della Volta è un quadrato, ovvero un Rombo.

Sia *DNSVG* il profilo circolare, ovvero ellittico per *DG*, ſopra il quale tirate la corda *NS* dell' arco *NVS* dell' extrados, e come nella Pratica 8. della Memoria antecedente, trovate *RT* per rapporto al mezzo ſegmento *VNR*.

Trovate

Trovate ancora la ſuperficie del ſegmento di circolo, ovvero Elliſſe *VNS*, e tirate le perpendicolari *bg*, *fa*, ſopra i lati del piano della Volta. Pertanto

1. Quando *RT* ſarà minore di *RQ* la ſolidità della Volta ſarà

$= \left(\begin{matrix} AD \times bg \times QT \text{ ——} \\ \text{(Superficie } VNS \times 2fa) \end{matrix} \right) - 6.\ \frac{1}{3}\ DA \times \frac{1}{7} bg \times QH.$

2. Quando *RT* ſarà maggiore di *RQ* la ſolidità della Volta ſarà

$= \text{Superficie } VNS \times 2fa - \left(\begin{matrix} AD \times bg \times QT \\ 6.\ \frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7} bg \times QH. \end{matrix} \right.$

3. Quando *RT* ſarà uguale ad *RQ* la ſolidità della Volta ſarà

$= \text{Superficie } VNS \times 2fa - 6\ \frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7} bg \times QH.$

Baſta tirare una delle perpendicolari *bg*, *fa*, perchè elle ſono uguali, io me ne ſervo di due in queſta formula per rendere la dimoſtrazione più evidente, mentre ſarebbe la medeſima coſa mettere il prodotto ſuperficie $VNS \times 2bg$, in luogo del prodotto ſuperficie $VNS \times 2fa$. Dò quì ſotto queſta dimoſtrazione, benchè ſia ſimile a quella della Pratica 8.

DIMOSTRAZIONE.

Dal centro *C* del piano della volta conducete *CQ* parallela ad *AD*, e per la ſommità *V* dell'extrados conducete *op* parallela a *DG*.

Si ſa che $AD \times bg \times QV$ è uguale al priſma, la cui baſe è *ABGD*, e *QV* la ſua altezza, e la parte ſuperiore ſopra *DCG*, il cui profilo è *NOPSVN*, e uguale

uguale (Coroll. Probl. 7.) a $CQ \times bC \times VT$— ſuperficie $VNS \times \frac{1}{2} fa$ il cui quadruplo, cioè $AD \times bg \times VT$— ſuperficie $VNS \times 2fa$ (mentre $AD = 2CQ$, $bg - 2bC$, e $2fa$ è quadrupla di $\frac{1}{2} fa$) ſarà uguale alle quattro parti ſuperiori ſopra le quattro Lunette della Volta, queſte parti ſuperiori eſſendo uguali fra loro come è ſtato dimoſtrato nella Pratica 8. nell'antecedente Memoria. Queſto quadruplo eſſendo dunque levato da $AD \times bg \times QV$ ſolidità del priſma, ſi avrà il reſiduo $AD \times bg \times QT +$ ſuperficie $VNS \times fa$, allorchè RT è minore di RQ; ſuperficie $VNS \times 2fa - AD \times bg \times QT$, quando RT è maggiore di RQ, e ſolamente ſuperficie $VNS \times 2fa$, allorchè RT, è uguale a RQ, da quali reſti levando $6. \frac{1}{3} AD \times \frac{1}{7} bg \times QH$ uguale alla capacità del vuoto, come già ſi è dimoſtrato nella Memoria antecedente, queſti ultimi reſidui daranno le formule poſte di ſopra della ſolidità della Volta, come era da dimoſtrare.

Ecco le medeſime formule precedenti in forma di miſure, come nella Pratica 8. affinchè quelli, i quali non ſono aſſuefatti alle eſpreſſioni algebraiche ne poſſano fare più facilmente uſo. Sarebbe inutile fare il medeſimo alle formule ſeguenti, alle quali ſopra queſti eſempj non ſi troverà alcuna difficoltà per diſporle nella medeſima maniera. Comodamente ſi vede che il ſegno — moſtra che i prodotti appreſſo queſto ſegno devono eſſere levati dai prodotti che li precedono per averne un reſto, che ſarà il valore della ſolidità della Volta.

1. Quando

1. Quando *RT* ſarà minore di *RQ*

Prima Parte.

AD lunghezza ——
bg larghezza ——
QT altezza ridotta ——

Seconda Parte.

VNS, ſuperficie ——
2fa lunghezza ——
Parti da levare
$\frac{1}{7}$ *bg* lunghezza ridotta —
QH altezza ——
Reſto ——

2. Quando *RT* ſarà maggiore di *RQ*

VNS Superficie ——
2fa lunghezza ——
Parti da levare
I
AD lunghezza ——
bg larghezza ——
QT altezza ridotta ——
II
6. $\frac{1}{3}$ lunghezza multipla —
$\frac{1}{7}$ *bg* larghezza ridotta —
QH altezza ——
Reſto ——

3. Quando *RT* ſarà uguale a *RQ*

VNS. Superficie ——
2fa lunghezza ——
Parti da levare
6. $\frac{1}{3}$ *AD* lunghezza multipla —
$\frac{1}{7}$ *bg* larghezza ridotta ——
QH altezza ——
Reſto ——

Cadaun reſto darà il valore della ſolidità requiſita della Volta ſopra il piano *ABGD*.

Eſempio

Esempio, Figure 58., 59, 60.

Sia *AD* di 5. tesi, 4. piedi, o pollici, o linee

bg ovvero *fa*,	5.	4.	0.	0.
2*fa*,	12.	2.	0.	0.
HQ,	2.	5.	0.	0.
6. $\frac{1}{3}$ *AD*	35.	5.	4.	0.
$\frac{1}{7}$ *bg*	0.	4.	10.	3.
QT	0.	5.	3.	1.

La superficie del segmento

VNS	6.	1.	10.	8.

E perchè *RT* è minore di *RQ*, perciò ci serviremo della prima delle tre formule precedenti.

Prima Parte.

AD lunghezza, 5. tesi, 4. piedi, o pollici, o linee					tesi.pi.pol.lin.
bg larghezza	5.	4.	0.	0.	28. 0. 9. 8.
QT altezza ridotta	0.	5.	3.	1.	

Seconda Parte.

VNS Superficie	6.	1.	10.	8.	71. 2. 4. 11.
2*fa*, ovvero 2*bg*	11.	2.	0.	0.	
					99. 4. 2. 7.

Parti da levare.

$6\frac{1}{3}$ *AD* lunghezza multipla	35.	5.	4.	0.	82. 1. 7. 2.
$\frac{1}{7}$ *bg* larghezza ridotta	0.	4.	10.	3.	
HQ altezza			2. 5.	0. 0.	

Resta per la solidità della Volta Tesi 17. 2. 7. 5.

OSSER-

OSSERVAZIONE.

1. Baſta prenderre ſopra la Scala del diſegno delineato in grande, ovvero che è meglio ſopra il modello dell' opera, le dimenſioni neceſſarie per trovare un quarto proporzionale come il *ZO* della *Figura* 10. Probl. 4. Mem. antec. il terzo del quale darà *RT* che determinerà *QT*, ovvero prendere immediatamente ſopra la ſcala, ovvero ſopra il modello *QT* dopo di averla determinata colla riga, e compaſſo, come è ſtato inſegnato al medeſimo Problema 3. Ma ſe ſi vuole oſſervare l'ultima preciſione ſi farà un calcolo ſimile a quello che ſi è fatto per le Volte in arco di Chioſtro, nell'Oſſervazione poſta in avanti.

ESEMPIO.

Figura 60. Suppongo la medeſima Volta a Spina il cui arco *dVg*, è un ſemicircolo, nel quale *VQ* è di tre teſi, 2. piedi, *Dd* di 3. piedi, e *Dg* di 6. teſi, un piede.

Come che $dD \times Dg = \overline{ND}^2 = \overline{RQ}^2$, moltiplicate *Dg* (6. teſi, 1. piede, ovvero 444. pollici) per *dD* (3. piedi, ovvero 36. pollici) e avrete 15984., la cui radice quadrata ſarà 126. pollici, ovvero una teſe, 4. piedi, 6. pollici $= ND = RQ$ negligendo la frazione. (Se l' arco della Volta foſſe mezza Elliſſe, ſi troverebbe *RQ* come ſi è trovato *KE*, nella *Figura* 55.)

Pertanto RQ (126. pol.) essendo aggiunta ad VQ (3. tesi, 2. piedi, ovvero 240. pollici) e a 2. VQ (480. pollici) si avrà $RQ+VQ=$ 386. pollici, e $RQ+2VQ=$ 606. pollici, ed essendo anche levato dalla medesima VQ, si avrà $VR=$ 114. pollici, e si farà come al Probl. 4., questa analogìa $RQ+VQ$: (366. pollici) $RQ+2VQ$ (606. pollici) :: VR (114. pollici) : 188. pollici 9. linee, quarto proporzionale, il cui terzo 62. pollici 11. linee sarà il valore di RT la quale levata da 126. pollici $= RQ$, vi resterà 63. pollici, 1. linea, ovvero, 0. tesi, 5. piedi, 3. pollici 1. linea $= QT$.

II. Basta ancora nella pratica di servirsi della lunghezza dell' arco NVS misurato come si insegnò nella Memoria precedente, per trovare la superficie del segmento VNS, ma per aver quest' arco, e per conseguenza questa superficie con tutta la precisione possibile, si opererà come siegue.

1. Questo segmento essendo circolare, dite NQ ovvero VQ (3. tesi, 2. piedi, ovvero 240. pollici) seno totale :: NR ovvero HQ (2. tesi 5. piedi, ovvero 204. pollici) seno dell angolo NQR, ovvero dell' arco NV, che sarà di 58. 11., dunque il suo doppio sarà 116. 22.

Dopo questo trovate la circonferenza di circolo del raggio VQ (240. pollici) che sarà di 1508. pollici e $\frac{4}{7}$ che io negligo, e fate questa analogìa 360.: 116. 22. dell' arco NVS :: 1508.: 487. pollici, ovvero 6. tesi, 4. piedi 7. pollici lunghezza dell' arco NVS, i quali moltiplicati per 1. tese, 4. piedi metà del raggio VQ darà 11. tesi, 1. piede 7. pollici, 8. linee per la superficie del settore $QNSV$,

QNSV, dal quale levando 4. teſi, 5. piedi, 9. pollici ſuperficie del triangolo *QNS* trovata nel moltiplicare *NR* (0. teſi, 5. piedi) per *RQ* (1. teſe, 4. piedi, 6. pollici) vi reſterà 6. teſi, 1. piede, 10. pollici, 8. linee per la ſuperficie del ſegmento *VNS*.

2. Se queſto foſſe un ſegmento di Elliſſe *Vnſ*, ſi troverebbe ſubito nella medeſima maniera la ſuperficie del ſegmento di circolo *VNS*, che aveſſe per raggio *VQ* uguale al mezzo aſſe dell' Elliſſe, e la medeſima ſaetta *VR*, e per avere la ſuperficie del ſegmento di Elliſſe *Vnſ*, ſi dirà *dQ* : *EQ* :: la ſuperficie del ſegmento di circolo *VNS* a un quarto proporzionale che ſarà la ſuperficie del ſegmento di Elliſſe *Vnſ*, per il Corollario che è alla fine dell' Oſſervazione quì d'avanti ſopra le Volte in arco di Chioſtro.

SECONDO CASO.

Allora quando il piano della Volta è un Rettangolo, ovvero un Rombo: ide ABGD.

Dai punti ove le diagonali *XS*, *ZN*, tagliano i lati *AB*, *DG*, del piano, tirate le rette *XN*, *ZS*, e ad arbitrio *bg*, *fa*, perpendicolare ai lati *AD*, *AB*, e dal centro *C* conducete *CQ* al mezzo *Q* di *DG*.

Sopra il profilo *DVG*, circolare, ovvero ellittico per *DG*, portate dal centro *Q*, *QS* dal piano in *L*, conducete *LS* parallela a *QV*, e per il punto d' interjezione *S* di queſta parallela, e dell' arco *NVS*,

tirate *SN* parallela a *DC*, che sarà la corda del segmento di circolo, ovvero di Ellisse *NVS* la cui saetta sarà *VR*. In seguito, come si è detto nella Pratica 8. delle Memorie antecedenti, trovate *RT* per rapporto al mezzo segmento *VNR*, trovate nello stesso modo la superficie del segmento di circolo, ovvero di Ellisse *VNS*.

Sia in fine *BvG*, il profilo per *XN* ovvero *ZS*, tirate per la sommità *v* ad *BG* la parallela *IK*, e trovate la superficie dello spazio *IKSvZI*, lo che si fa col levare dal rettangolo *IS*, il segmento di circolo, ovvero di Ellisse *ZSv*, *Figure* 61. 62. 63. 64. la solidità della Volta sarà.

$$= \left\{ \begin{array}{l} AD \times bg \times VQ \\ \text{Superficie } VNS \times 2fs \end{array} \right. - \left\{ \begin{array}{l} XN \times xr \times vT \\ \text{Superficie } IKSvZI \times 2bx \\ 6. \frac{1}{3} AD \times \frac{4}{1} bg \times HQ. \end{array} \right.$$

DIMOSTRAZIONE.

Ella è chiara per la precedente, mentre levando da $AD \times bg \times VQ$ solidità del prisma sopra *ABGD* la cui altezza è *VQ*, la solidità delle quattro parti superiori sopra *XZ*, *SN* dove il profilo è *OPSVN* *Figura* 63. la solidità delle parti sopra *XD*, *ZG* dove il profilo è *IKSvZ* *Figura* 64. e la capacità del vacuo, il resto espresso per questa formula dà la solidità della Volta.

OSSERVAZIONE.

Mi son servito in questo secondo caso del profilo della *Figura* 63. perchè è circolare, affine di avere

avere con più facilità la ſuperficie del ſegmento *VNS*, ma come che per avere la ſuperficie *IKSvZI*, ſi leva dal valore del rettangolo *IS* quello del ſegmento di Elliſſe *vZS Figura* 64. e che biſogna per conſeguenza trovare la miſura di queſto ſegmento di Elliſſe *vZS*, eſſa ſarà più breve (perchè baſterà trovare ſolamente queſta ſuperficie del ſegmento *vZS*) di ſervirſi del profilo *Figura* 64. benchè ellittico, come ſi vedrà in appreſſo, almeno che ſi contenti di miſurare meccanicamente queſta ſuperficie *IKSvZI*, col mutare uno dei triangoli miſti *ZIv*, che la compongono in un triangolo rettilineo *nlv*, che le ſia a un dipreſſo uguale per la retta *nv*, tirata convenevolmente, il doppio del qual nuovo triangolo, cioè il prodotto *lvxln* ſarebbe preſo per queſta ſuperficie *IKSvZI*, e moltiplicando per 2*bx* darà il ſolido, ſuperficie *IKSvZI*× 2*bx* ſenza errore conſiderabile a cagione della piccolezza della dimenſione 2*bx*.

Altra Pratica di queſto Caſo, ſervendoſi del profilo, Figura 64.

Trovate, com' è ſtato detto nella Pratica 8. della Memoria antecedente *rt* per rapporto al mezzo ſegmento *vZr*, trovate ancora la ſuperficie del ſegmento di Circolo, ovvero di Elliſſe *vZS*, e quella dello ſpazio *IKSvZI*, levando queſto ſegmento *vZS* dal rettangolo *IS*, e tirate le diritture *XN*, *ZS*, *bg*, come per avanti *Figure* 61. 62. 64. la ſolidità della Volta ſarà.

$$= \left(\begin{array}{l} \\ AD \times bg \times vq \\ \\ \text{Superficie } vZS \times 2xr \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} XV \times xr \times vt \\ \text{Superficie } IKSvZ \\ I \times 2bx \\ 6.\frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7}\ bg \times Hq \end{array} \right)$$

La Dimostrazione è la medesima della precedente, lo che riuscirà più evidente col mutare in questa formula il prodotto $XN \times bg \times vq$ nel suo uguale $AB \times fa \times vq$, il prodotto $XN \times xr\,ut$, nel suo uguale $XZ \times fa \times vt$, e il prodotto $6.\ \frac{1}{3}\ AB \times \frac{1}{7} fa \times Hq$.

Maniera di trovare la posizione delle diagonali corrispondenti alle Spine dell' extrados di queste Volte.

1. Se il piano della Volta è un parallelogrammo *Figura* 65. 66. A uno degli angoli A di questo piano sopra i lati AB, AD elevate delle perpendicolari AN, AM, uguali ciascheduna alla grossezza della Volta; conducete per le loro estremità NM, ai lati AB, AD, le parallele NO, MO; e per il punto d'interjezione O e il centro C, tirate la retta OC che sarà la posizione requisita di una diagonale, e portando AG da B in H, tirate HC, che sarà l'altra diagonale.

2. Se il piano della Volta è un parallelogrammo. Conducete *Figura* 67. dal centro C le rette CF, CE ai mezzi FE dei lati AD, AB, elevate per l'angolo A, Mp, NQ perpendicolari a CE, CF; e fate le parti AM, AN di queste perpendicolari uguali ciascheduna alla grossezza della Volta. Per i punti N, M conducete alle rette CF, CE, le parallele, NO, MO, e per il punto d'interjezione O, la retta

ta *OC*, che ſarà nella poſizione requiſita corriſpondente alla Spina dell' extrados. Fate la medeſima coſa per ciaſchedun angolo.

Tutto ciò è evidente a cagione che la Volta è della medeſima groſſezza in ciaſcheduna Lunetta.

Si può ancora trovare la poſizione delle diagonali corriſpondenti alle Spine dell'extrados col mezzo dei profili della Volta in queſto modo.

Figura 61. 62. 63. 64. Portate *BZ Figura* 64. del profilo per *ZS* da *G* in *t* del profilo *Figura* 63. tirate *tS* parallela a *DG* fino al rincontro *S* dell'arco *NVS*, fate *BZ* ſopra il piano uguale a queſta parallela *tS*, e tirate per *Z* e per il centro *C* una retta, che ſarà la diagonale requiſita ec.

Allora quando il piano della Volta è un parallelogrammo, egli è evidente che tirando dal punto *S* del profilo a *GD* la parallela *SN*, ſi formerà, come ſi è fatto quì ſopra il ſegmento *VNS* neceſſario per la miſura della Volta; ma allorchè queſto piano non è un parallelogrammo, biſogna da tutti i punti trovati, come *S*, tirare delle parallele alle baſi dei profili, per formare i mezzi ſegmenti di circolo, ovvero di Elliſſe neceſſarj per la miſura di queſte Volte, come ſi vedrà quì appreſſo *Fig.* 71. 72.

PRATICA X.

Miſurare le ſolidità delle Volte a Spina della pratica precedente, allorchè ſono aperte per AB ovvero per DG.

PRIMO

PRIMO CASO.

Quando il piano della Volta è un Quadrato, o un Rombo.

Come che allora le diagonali corrispondenti alle Spine dell'intrados, e dell'extrados sono le medesime, egli è manifesto che le formule del primo Caso della Pratica precedente daranno la solidità della Volta, sia ella aperta da tre, o da quattro lati.

SECONDO CASO.

Allora quando il piano della Volta è un Rettangolo, ovvero un Romboide.

Figura 68. Tirate per il centro *C*, *MY* parallela a *DG*, che dividerà il piano della Volta in due parti.

Egli è evidente che la parte sopra *MYGD* è la metà di una Volta simile a quella del secondo Caso della Pratica precedente, supponendoli dunque il medesimo profilo *Figura* 64. e la medesima preparazione, e seguendo la seconda formula di questo secondo Caso.

Figure 68., e 64. la solidità di questa parte sopra *MYGD* sarà.

$$= \begin{cases} MD \times bg \times qv \\ \text{Superficie } vZS \times xr \end{cases} - \begin{cases} XN \times xr \times vt \\ \text{Superficie } vKSv \times zbx \\ 6.\frac{1}{3} MD \times \frac{1}{7} bg \times H\ 9. \end{cases}$$

Per l'altra parte sopra *IKYM*, sia *IVK Fig.* 69. il suo profilo circolare, ovvero ellittico per *IK*, nel

nel quale avendo trovato il punto *T* come nella superficie del segmento *VNS*, e quella del mezzo circolo, ovvero mezza Ellisse *HIK*, supponendo sempre *bg* perpendicolare a *AD* e *vb* perpendicolare a *AB*.

Figure 68. 69. la solidità di questa parte sopra *IKTM* sarà.

$$= \begin{cases} IM \times bg \times VQ \\ \text{Superficie } VNS2 \times vb - \end{cases} \begin{cases} IM \times bg \times VT \\ 6.\frac{1}{3}\, AM \times \frac{1}{7}\, bg \times H \times \\ \text{Superficie } HIK \times vf \end{cases}$$

La Dimostrazione non è differente da quella delle pratiche poste in avanti. Si è levata dalla solidità del prisma sopra *IKTM* quella della parte superiore sopra *IKTM* del vuoto sopra *ABTM*, e della parte restante del vuoto sopra *IKBA*, e il resto ha data questa formula della solidità della Volta.

Quest' ultima formula si può abbreviare non facendo che un solo prodotto $IM \times bg \times QT$, dei due $IM \times bg \times VQ$, $IM \times bg \times VT$, allora quando *RT* è minore o più grande di *RQ*, e supprimendolo quando *RT* è uguale a *RQ* come si è fatto nella Pratica 9. ma io l'ho lasciata in questa maniera per avere la seguente abbreviazione, non facendo che una sola formula di questa quì, e di quella che la precede.

Come che le altezze *vq*, *VQ*, e *HQ*, *Hq*, dei due profili (*Figure* 64, 69) sono le medesime, stando le altezze della medesima Volta, e che $MD + IM = ID$ e $MD + AM = AD$; dei due prodotti $MD \times bg \times vq$, $IM \times bg \times VQ$ si farà il solo prodotto $ID \times bg \times VQ$, e dei due prodotti $6.\frac{1}{3}\, MD \times \frac{1}{7}\, bg \times Hq$, $6.\frac{1}{3}\, AM \times \frac{1}{7}\, bgQHQ$, il solo $6.\frac{1}{3}\, AD \times \frac{1}{7}\, bg$

$\frac{1}{7}$ $bg \times HQ$. Dunque *Figure* 64. 68. 69. la ſolidità della Volta ſopra *IKGD*, ſarà.

$$\left.\begin{array}{l} 1D \times bg \times V \times \\ \text{Superficie } vZS \times xr \\ \text{Superficie } VNS \times 2vb \end{array}\right\} = \left.\begin{array}{l} XN \times xr \times vt \\ IN \times bg \times VT \\ 6.\frac{1}{3} AD \times \frac{1}{7} bg \times HQ \\ \text{Superficie } vKSv \times 2bx \\ \text{Superficie } HIK \times vf \end{array}\right.$$

OSSERVAZIONE.

1. *Figura* 68. Se la Volta foſſe aperta dai due lati *AB*, *DG*, il doppio della ſeconda formula del Secondo Caſo della Pratica precedente, ne darà la ſolidità.

2. *Figure* 61., 62. Se ella foſſe aperta per *AD*, ovvero per *BG*, ovvero nel medeſimo tempo per *AB*, e per *BG*, ciò non farà alcun cangiamento nell' operazione, nè nella formula del Secondo Caſo della Pratica 9. che ſervirà per miſurarla.

3. *Figura* 68. Per avere la ſolidità della parte della Volta ſopra *MCQD*, ſi prenderà la metà della prima formula del Secondo Caſo della Pratica 10.

4. Si avrà la ſolidità della parte della Volta ſopra *IqCM* prendendo la metà della ſeconda formula del Secondo Caſo della medeſima Pratica 10.

5. Allor quando la Volta ſarà terminata da un ſol muro in *AB*, ovvero in *AD*, ovvero per due muri in *AB*, *AD* (gli altri lati reſtando aperti) ovvero per de' muri diſtanti parallelamente da *AD*, *AB*, *BG*, *GD*, ovvero gli uni diſtanti, e gli altri nò, ovvero ſe ella ſarà congiunta ad altre Volte per uno, o due lati, ſi troverà che in tutti queſti diffe-

differenti casi, se ella non è qualcuna delle Volte precedenti, o di quelle della Memoria antecedente, ella sarà composta di metà, o di quarti di queste Volte; onde sarà facile misurarla, prendendo convenevolmente le metà, o i quarti delle loro formule, le quali parti di formula aggiunte insieme daranno delle abbreviazioni come si è veduto di sopra.

Non ho parlato di quelle Volte a Spina dove l'extrados non discende fino all'imposta, allora quando il loro piano non è un parallelogrammo, perchè elle possono variare in una infinità di maniere; la qual cosa si dee osservare nella misura della loro solidità che è di tirare sopra il piano della Volta le diagonali, ovvero linee che rappresentano le Spine dell'intrados, e dell'extrados, e poi descrivere il profilo di ciascuna Lunetta, e fare sopra questo piano, e sopra questi profili, le preparazioni necessarie per le regole che abbiamo date, le quali bene intese faranno trovare le soluzioni di tutti i casi che si presenteranno, e l'esempio seguente servirà per render chiara tal cosa.

ESEMPIO.

Figura 70. Sia *ABGD* il piano della Volta racchiusa fra quattro muraglie, e sieno *CA*, *CB*, *CG*, *CD*, le linee che rappresentano le Spine dell'intrados. Tirate *CQ*, *CX*, *CR*, *CE* ai mezzi *Q*, *X*, *R*, *E*, dei lati del piano, trovate, come abbiamo insegnato addietro la posizione delle rette *CN*, *CS*, *CG*, *CF*, che rappresentano le Spine dell'extrados e congiungetele nelle estremità con le rette *SG*, *NF*.

Ora

Ora per la Lunetta ſopra *ACB* conducete dai punti *A*, *N*, *S*, del piano a *GQ*, le perpendicolari *Ag*, *Nx*, *Sm*, e dal centro *C* ad *AB* la perpendicolare *CI*.

Figura 71. Sopra il profilo circolare, ovvero ellitico *ANVSB* per *AB*, elevate *VQ* perpendicolare ad *AB* nel ſuo mezzo *Q*, fate *QL*, *QF* uguali a *QS*, *QN* del piano, e *FO*, *Lp*, parallele a *VQ*, che taglieranno l' arco dell' extrados della Volta in *NS*, ovvero trovate queſti punti *N*, *S*, col mezzo dei profili per *SG*, *NM*, come è ſtato detto avanti.

Tirate da queſti punti *N*, *S*, le rette *NR*, *Sr*, parallele ad *AB*, e trovate come nella Pratica 8. dell'antecedente Memoria, *RT* per rapporto al mezzo ſegmento *NVR*, e *rt* per rapporto al mezzo ſegmento *SVr*, e le ſuperficie di queſti mezzi ſegmenti *NVR*, *SVr*. Fatto queſto ſi avrà.

Figure 70. 71. la capacità del vuoto della Lunetta ſopra *ACB*.

$= 6. \frac{1}{3} CQ \times \frac{1}{7} Ag \times QH.$

La ſolidità della parte ſuperiore ſopra *NCQ*, il profilo della quale è *NOV*.

$= \frac{1}{2} CQ \times Nx \times VT$—Superficie $NVR \times CI$.

La ſolidità della parte ſuperiore ſopra *SCQ*, il profilo della quale è *SpV*.

$= \frac{1}{2} CQ \times Sm \times VT$—Superficie $SVr \times CI$.

Figura 70. venendo poi alla Lunetta ſopra *BCG*, tirate dai punti *S*, *B*, *G*, ad *CX* le perpendicolari *Sb*, *Bd*, *Gq*, dal centro *C* ad *GS* la perpendicolare *Cp*, e dal punto *X* ad *BG* la perpendicolare *Xa*, e fate $Yo = YG$.

Figura

Figura 72. Descriverà il profilo, *o LSVG*, per *SG*; elevate *oϒ* perpendicolare a *Go* nel suo mezzo *ϒ*, tirate dai punti *S*, *g*, corrispondenti ai punti *S*, *G* del piano, le rette *SΔ*, *gδ*, parallele a *LG*, e trovate, come nella memoria precedente, *ΔZ* per rapporto al mezzo segmento *SvΔ* e *δz* rapporto al mezzo segmento *gvδ*, trovate ancora la superficie di questi mezzi segmenti *SvΔ*, *gvδ*, ed avrete.

La capàcità del vuoto della Lunetta sopra *BCG*.

$= 6. \frac{1}{3} CX \times \frac{1}{7} BdXyh.$

Figure 70. 72. La solidità della parte superiore sopra *SCϒ*, il profilo della quale è *SEv*.

$= \frac{1}{2} C\gamma \times Sb \times vZ$—Superficie *SvΔXCp*.

La solidità della parte superiore sopra *GCϒ*, il profilo della quale è *gKv*.

$= \frac{1}{2} C\gamma XGq \times vx$—Superficie *goδXCp*.

La solidità del resto della parte superiore rispondendo sopra la parte *SGB* del piano a un dispresso.

= Superficie *EKgvSEXXa*.

Si opererà nella medesima, maniera per ciascun' altra Lunetta della Volta, e in fine si leveranno tutte le solidità dei vuoti, e parti superiori trovate, dalla solidità del prisma la cui base è il piano *ABGD*, e *VQ* l'altezza, che val a dire dal prodotto superficie *ABGDXVQ* e il resto sarà la solidità della Volta proposta.

La dimostrazione è evidente per il Problema 6. e Corollario del Problema 7. dell' antecedente Memoria.

Si vede che il numero dei differenti prodotti si potrà diminuire aggiungendoli insieme convenevolmente. Per esempio, delli due prodotti superficie

cie *NVR*×*CI* ſuperficie *SVr*×*CI*, ſi farà il ſolo prodotto ſuperficie *NVR*+ ſuperficie *SVr*×*CI*, e dei prodotti ſuperficie *Sv*△×*Cp*, ſuperficie *gv*◿×*Cp*, il ſolo prodotto ſuperficie *Sv*△+ſuperficie *gv*◿×*Cp* ec.

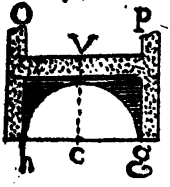
OSSERVAZIONE.

Non ſi è detto nelle Pratiche della miſura di queſte Volte, di qual maniera avendo il profilo d' una Lunetta, ſi deſcrivano i differenti profili delle altre Lunette, perchè ordinariamente le genti del meſtiere lo ſanno. Si divide la baſe del profilo conoſciuto in parti uguali, e le baſi degli altri profili da deſcrivere in ſimil numero di parti uguali, ſi elevano delle perpendicolari a cadaun punto di diviſione della baſe del profilo conoſciuto, fino al rincontro dell' arco del medeſimo profilo, e a ciaſchedun punto di diviſione delle baſi dei profili da deſcrivere, ſi elevano delle perpendicolari uguali cadauna alla corriſpondente di quelle del profilo conoſciuto, e ſi conducono delle curve per le eſtremità di queſte ultime perpendicolari ec.

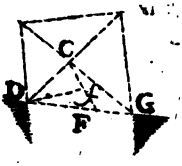
Ho trovato nei viaggi di *M. di Monconys*, che ho letti accidentalmente poco dopo, un metodo di miſurare la ſuperficie delle Volte a Spina, ſotto queſto titolo: *de dimetiendis fornicibus decuſſatis*. Ma queſto metodo che è eſatto per le Lunette in pieno Cinteno di queſte Volte è intieramente falſo per le Lunette ſovralzate, e ſovrabaſſate: la qual coſa ho penſato ſia bene quì avvertirla.

Conoſcere

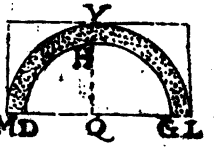
42

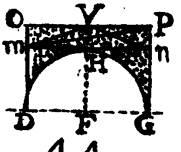


43



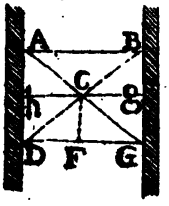
47

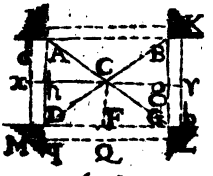




44

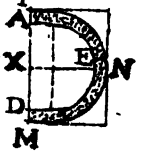
40



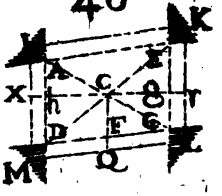


45

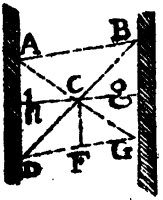
48

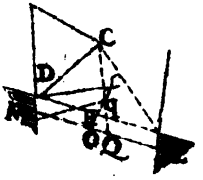


46

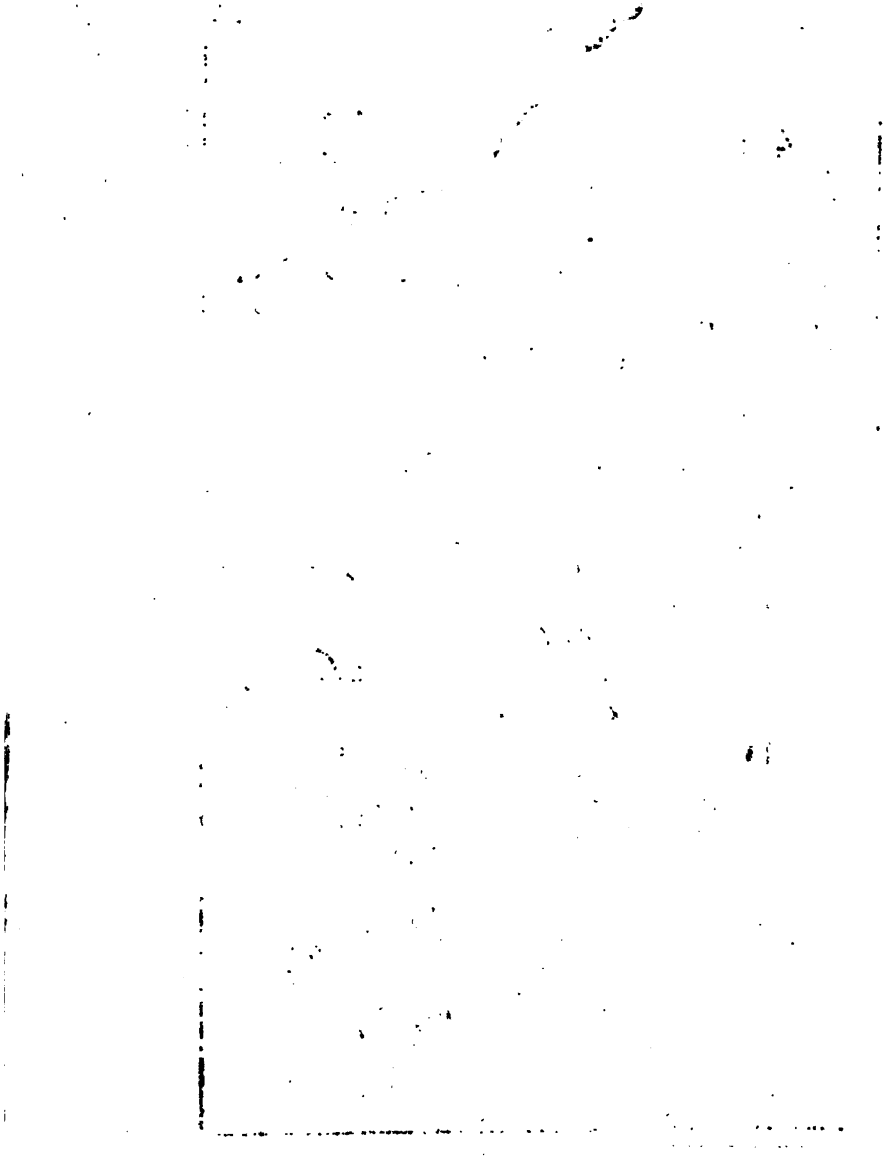


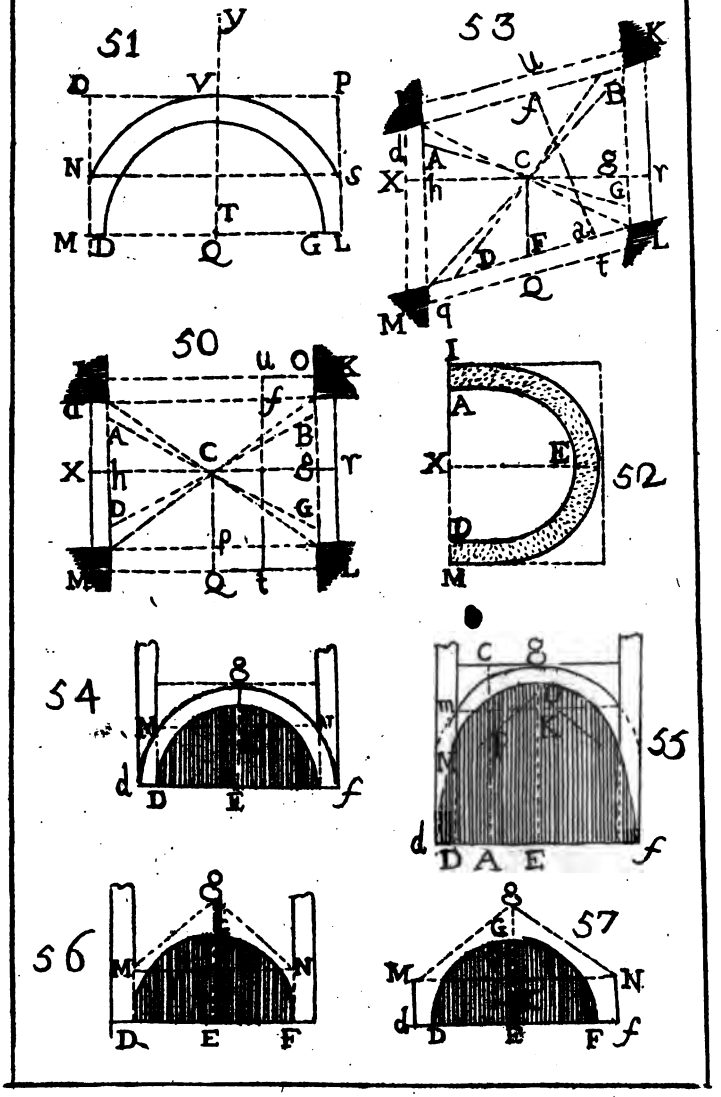
41

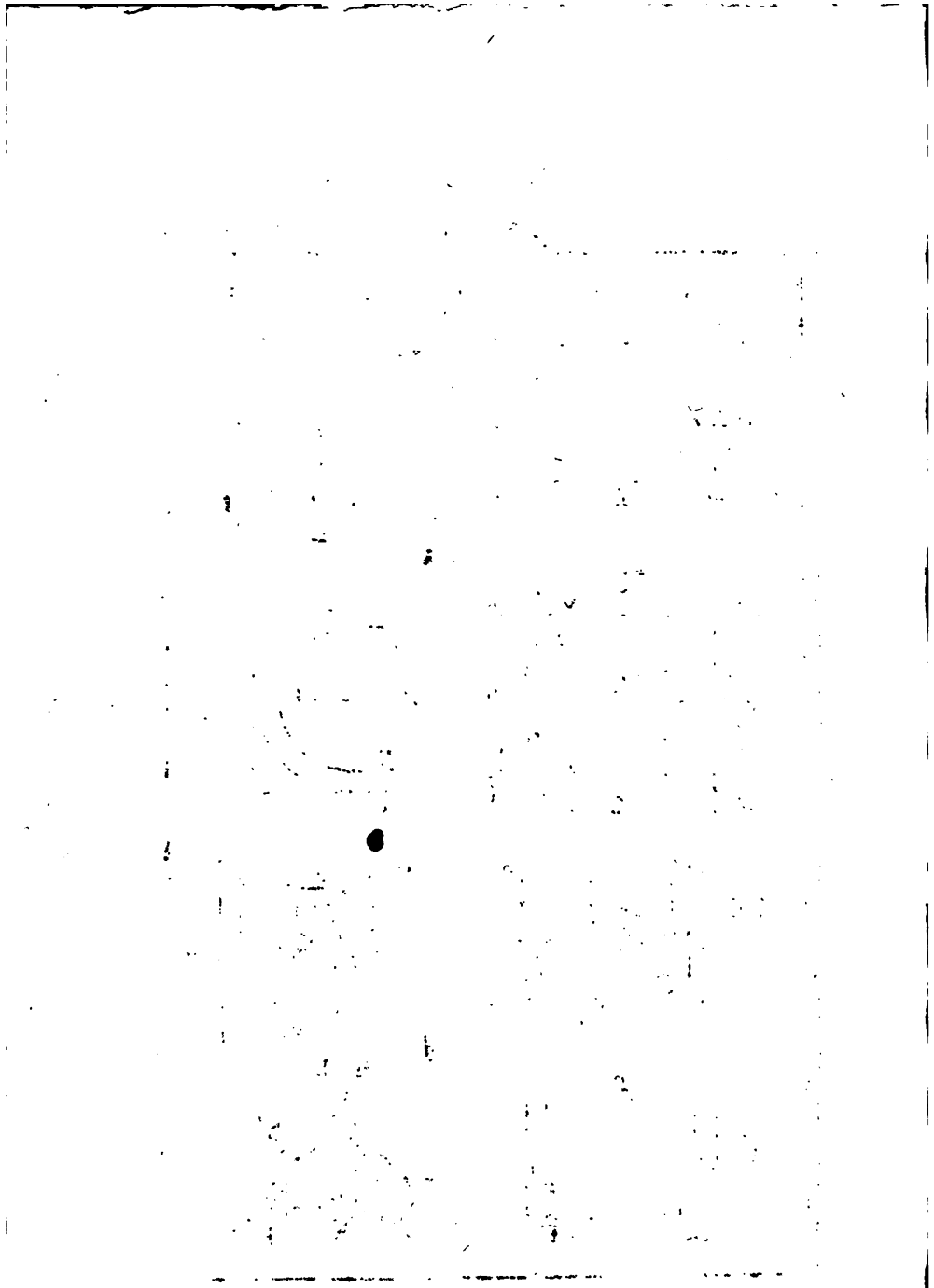


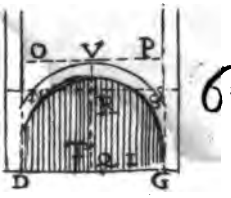


49



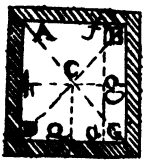

51
53
50
52
54
55
56
57



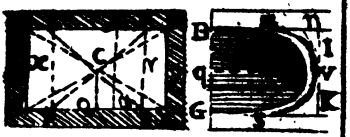


63

58



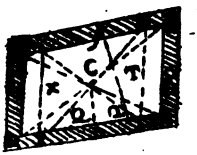
61



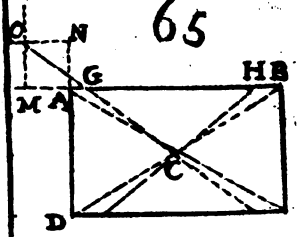
64

59

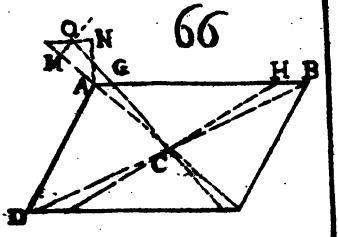
62



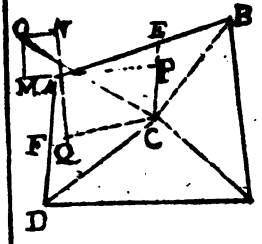
65



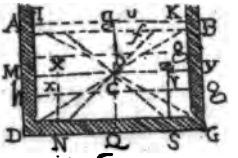
66



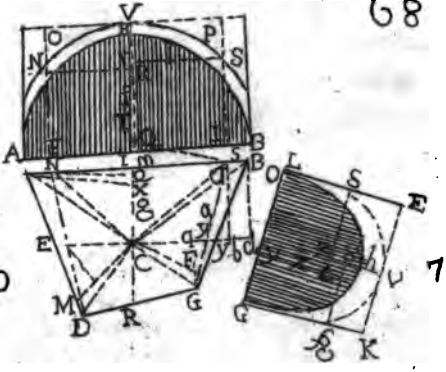
67



69

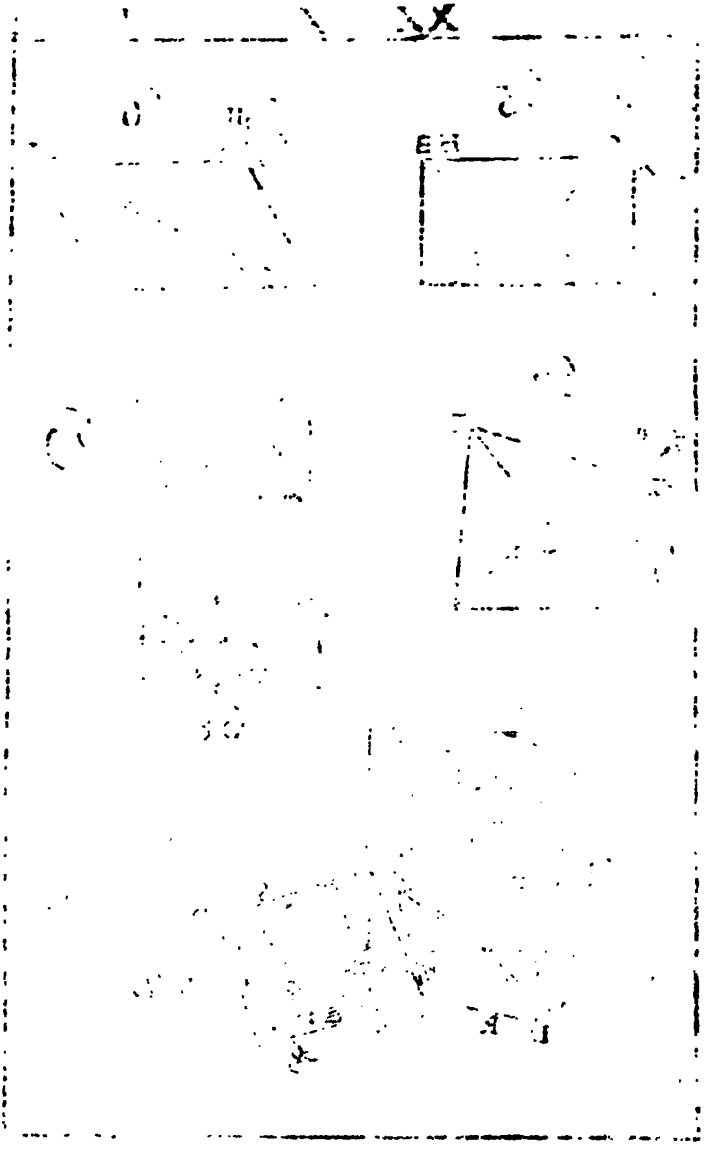


68



70

72



Conoſcere la forza o miſura che deono avere i piè diritti delle Volte per ſoſtener l' urto di eſſe. di M. della Hire *tratto dalle Memorie della Reale Accademia di Parigi dell' anno* 1712.

Quì ſi è poſto ſolamente quel tanto che ricercaſi per la pratica, laſciandone i fondamenti e dimoſtrazioni nel ſuddetto Tomo, al quale dovrà ricorrere chi vuol vedere a fondo i ſuoi principj.

Chiamaſi ſpinta delle Volte tutto lo sforzo che fanno le pietre che le formano, e che ſono tagliate a cuneo, che ſi chiamano *rouſorie* per dilatare le gambe o piè diritti che ſoſtentano eſſe Volte (*a*).

Sia una Volta *IMFN* (*Figura* 1.) fatta da un ſemicircolo, il di cui centro ſia *C*, e ſi ſuppone tutte le pietre a cuneo, cioè le rouſorie principianti da *LM*, e lo ſteſſo dall' altra parte la di cui metà ſia *LMF*, il punto *F* la parte ſuperiore della chiave. La parte inferiore di *ILM* di queſta Volta poggi ſopra il piè diritto *ISHB*. Le Volte ed il piè diritto ſi ſuppongono d'ugual groſſezza.

(*a*) Di tutte le pietre, o cunei che eſercitano il loro sforzo in un Arco, o Volta, il cuneo di mezzo, che ſi chiama la *chiave* lo eſercita più di tutti gli altri, i quali lo vanno ſcemando quanto più ſi accoſtano all' impoſta, o che la loro convergenza al centro è più inclinata al diametro dell' arco. Si prova per iſperienza, che ſotto l' angolo di 45. gradi ſopra il diametro, poco o nulla hanno di sforzo i cunei compreſi in quell' Arco; poichè le Volte che patiſcono, ſi fendono in queſte parti, le quali ſi chiamano i *fianchi* della Volta.

Conducaſi per *LN* la retta *Q7*, per *L* tiriſi la *LA* parallela a *IS*, prolungaſi *HS* finchè incontri la *LA* in *A*. Ciò fatto prendaſi ſopra *LE*, e ſopra *LA* la medeſima grandezza. *LX*, *LZ* eguale alla radice quadrata della ſuperficie (*a*) della porzione dell'arco *LMF*, e avendo tirata *ZE* ſi condurrà la ſua parallela *X4*, che darà il punto 4. ſopra *LA*. Sia poi condotta *AE*, e per il punto 4. la linea 4*Y* parallela a *AE*, che dà la grandezza *LY*. Per il punto *C* ſia condotta *CQ* perpendicolare ad *AE*, la quale dà la grandezza *EQ*. Ma ſopra *LE* avendo preſo la grandezza *L7* uguale a $\frac{1}{2}$ *LY* più *EQ* meno *SA*, e avendo fatta *L6* uguale ad *LY*, ſopra la grandezza 67. come raggio, e per centro il punto 7. ſi deſcriverà l'arco di circolo 68., che taglierà *EA* nel punto 4., e facendo *L9* uguale a *LY*, la grandezza 94. ſarà la larghezza *SH* del piè diritto che ſi cerca.

Da queſta conſtruzione chiaramente ſi vede che quanta maggior altezza avrà il piè diritto, e l'arco ſia lo ſteſſo, tanta maggior larghezza dee avere in *HS*.

La medeſima coſa ſi deve fare per tutte le ſorte d'archi, ſieno ſovralzati o ſovrabaſſati, e medeſimamente

(*a*) Operando praticamente, baſterà diſtendere in retta linea ambedue gli archi di coteſta ſuperficie, e colla metà di queſta eſtenſione e colla groſſezza *LM* ſi formi un rettangolo, il quale ſarà eguale alla detta ſuperficie. A'lati di eſſo rettangolo ſi trovi la media proporzionale, con quel metodo, che ſi ha nella Geometria Pratica, o negli Elementi di Euclide al Problema 2. del Lib. II.; e ſarà queſta media proporzionale la radice, o ſia lato del quadrato eguale alla ſuddetta ſuperficie.

mamente per degli archi rampanti, (*a*) ma in queſti quì la parte ſuperiore dell' arco non ſi diſtribuiſce ugualmente ſopra ciaſcun piè diritto principiando dal mezzo, per la qual coſa biſognerà conoſcerla ſeparatamente, e fare il calcolo per ciaſcun piè diritto per rapporto al centro di gravità di tutta la parte ſuperiore dell' arco, che è facile a vedere.

Vi è ancora un' altra ſpecie di Volte, o di fermatura di un piè diritto a un altro che ſi chiama in *banda piana* a cagione che il di ſotto è una ſuperficie piana, e non curva, come nelle Volte ordinarie. Le pietre di queſta banda piana, le quali ſono tagliate a cuneo, le cui giunte tendono ordinariamente in un punto come centro, ſi chiamano *clevali* e non rouſorie come nelle Volte.

Sia la metà della banda piana *LEFM Figura* 2, la cui altezza *EF* è uguale per tutto; *C* è il centro della ſezione o taglio delle clevali; *LM* è la giunta dell' ultima di queſte clevali. *LSHB* è il piè diritto, la cui altezza *LS* è data, ſi cerca la larghezza *HS* per reſiſtere allo ſforzo della ſpinta di *EFML*, che tende ad allargarſi come nelle altre Volte. La parte *ML BN* che è al di ſopra del piè diritto, ſi chiama il *maſſo della carica*, il quale in queſto calcolo non ſi conſidera per renderlo più ſemplice, e non farà che rendere il piè diritto più fermo, e più ſolido pel ſuo peſo dopo che ſi ſarà determinata la larghezza *HS*.

(*a*) Archi rampanti ſono quelli che ſi coſtruiſcono per ſoſtenere le ſcale. Biſogna perciò in queſti archi pigliare il punto di mezzo, e cercare dipoi a ciaſcuna banda dell' arco lo ſforzo, e la groſſezza del piediritto.

Per trovare la lunghezza *HS* ſi divida *EF* in due parti uguali nel punto 3., e avendo condotta la retta 37. parallela a *LE*, che rincontra *LM* al punto 7., ſi porterà 37. in *E*, 10., e ſopra *F*, 10. per diametro ſi deſcriverà il mezzo circolo *F* 11., 10. che taglierà *LE* nel punto 11., e avendo portata *E* 11. in *L* 12. ſi tirerà *S* 12., dopo 12., 13. perpendicolare a *S*, 12., e ſi avrà *L* 13.

Ciò fatto ſi porti la metà di *LE* in *E* 15., e ſopra *C*, 15. come diametro, ſi deſcriverà il ſemicircolo *C* 16. 15. che darà *E* 16., e avendo tirata 16. *C* ſe li farà 11., 18. parallela che rincontrerà *EC* al punto 18.

In fine avendo traſportata *L* 13. *E* 19., ſi tirerà 18., 19., dove avendo levato 19., 9. uguale a *E*, 19. ovvero *L*, 13. il reſto 18., 9. ſarà *HS*, che è quello che ſi cerca.

Queſta operazione ſi può ancora fare in numeri ſe ſi hanno le miſure di *LS*, *LE*, *EC*, ed *FM*, perchè facendo una ſomma di *EC*, e di $\frac{1}{2}$ *FM*, che chiamo *R*, ſi moltiplichi *R* per il prodotto di *LE*, in *EF*, e queſto nuovo prodotto si dividerà per il prodotto di *EC* in *LS*, e il quoziente lo chiamo *V*.

Dopo ſi moltiplicherà ancora *R* per $\frac{1}{2}$ *EF*, e al prodotto ſi aggiungerà il quadrato di *V*, in fine eſtratta la radice quadrata da queſta ſomma, ſe da queſta radice ſi leverà *V* il reſto ſarà la larghezza *HS* del piè diritto che ſi cercava.

AGGIUNTA.

AGGIUNTA.

Tutto il pezzo medio *FML*, quantunque ſia compoſto di più pietre, o cunei, dee conſiderarſi come ſe foſſe tutto di un maſſo. La ſua forza è compoſta di due tendenze, l'una che va perpendicolarmente all' ingiù, e l'altra che è orizontale, e che fa forza ſopra gli altri due pezzi laterali, ſecondo la direzione di una linea, che foſſe tirata perpendicolarmente ad *ML Figura* 1. Ed è da notarſi, che quanto minore ſarà l'inclinazione di queſta linea che cade ad angoli retti ſulla *ML*, tanto maggiore ſarà la reſiſtenza ne' piediritti. Onde l'arco ſemiellittico richiede maggior groſſezza del ſemicircolare, e meno di queſto l'acuto.

La tendenza orizzontale ſu di ciaſcun pezzo laterale, ſi ſtima eſſere tanto maggiore della tendenza perpendicolare, per quanto è più grande la ſaetta dell'arco per rapporto al ſuo ſemidiametro. Nell'arco ſemicircolare eſſendo quella a queſto eguale, perciò va diviſa la ſemicirconferenza dell'arco per metà in *M*. Ma nell'arco ſemiellittico, ſembra che ſi debbano dividere le porzioni della ſemicirconferenza in ragione della ſaetta al ſemidiametro dell'arco. Poſto che queſto abbia tre parti, e quella ne abbia due, deeſi partire eſſa ſemicirconferenza in cinque parti eguali; tre ne occuperanno la porzione media dell'arco, e due la porzione adiacente, che giace ſul piediritto. Nell'arco ſemiellittico i pezzi ſi dirigono, o al centro del ſemicircolo che ſi può formare nel diametro dell'arco tiran-

do in giù la ſaetta; oppure, ſe la ſemielliſſe ſia formata con tre centri, i pezzi ſi dirigono a' riſpettivi centri. Trattandoſi d'arco acuto, che abbia la ſaetta di parti quattro, ed il raggio con cui è formata la centina abbia parti tre, ſi dividerà la centina in parti ſette, e tre parti ſi daranno alla porzione media, e le altre quattro a quella che giace ſul piediritto. La forma dell'arco acuto è varia, ma ſempre però ſi fa con due centri, componendoſi con due archi di circolo. Si può dividere la larghezza dell'arco in quattro parti, o in cinque; e ſi fa centro nella quarta, o nella quinta parte proſſima alla circonferenza per ogni lato, coll'intervallo nell'altra eſtremità del diametro, che contiene le tre, o le quattro parti già diviſe. I pezzi componenti l'arco ſono convergenti ai medeſimi centri. Si forma ancora l'arco acuto coll'uſare i centri nell'eſtremità del diametro, ed allora ſono ad egual diſtanza colla ſommità dell'arco, come ſarebbero gli angoli del triangolo equilatero. Stante queſta coſtruzione l'arco acuto ſempre rimane alla cima imperfetto, e lo ſforzo dei pezzi, eſſendo diretti a due centri, e non ad un ſolo, agiſce verſo la ſommità dell'arco, dove biſogna caricarlo di peſo corriſpondente, perchè non rovini. Hanno però gli archi acuti il vantaggio di eſſer leggieri, perchè ſi poſſono formare con pezzi più corti; onde ſcemandoſi la loro groſſezza, ſi fanno men larghi i piediritti; e recano minor diſpendio nel fabbricarli.

Tutte le ſpecie enumerate d'archi non ſi potrebbero ſoſtenere da ſe medeſimi, ſe non foſſero legati

gati con malta, o con morſe di ferro. Per poterſi ſoſtenere, biſognerebbe che i pezzi poteſſero eſercitare uno sforzo eguale che li poneſſe in equilibrio. Queſto non ſi può ottenere, ſe non ſi ſcelga per la centina dell'arco la curva *Catenaria*; (*a*) oppure biſognerebbe accreſcere la loro mole in lunghezza, incominciando dalla chiave fino all'impoſte. In pratica per queſto effetto ſi coſtuma di rinfiancare gli archi co' materiali fino al loro punto più debole, che preſſo a poco è ne' fianchi in *M Figura* 1.

La groſſezza di un arco non ſi può così facilmente determinare come ſi vorrebbe. Gli archi che rieſcono in piccolo non poſſono riuſcire in grande quantunque ſi oſſervino le medeſime proporzioni, e la cagione di queſto riſiede nella materia, che è ſoggetta a molte imperfezioni. Un ponte, per modo di eſempio, per paſſare un foſſo largo trenta palmi potrà riuſcire potente per tener ſopra di ſe il peſo di 10000. libbre; ma ſe ſi vorrà fare per paſſare un foſſo quattro volte più largo, col ponte del medeſimo materiale, e tutto accreſciuto in ragione quadrupla, non ſarà poſſente a ſoſtenere il peſo di 40000. libbre, e forſe non ſarà valevole a reggere il proprio peſo. La reſiſtenza, e coerenza de' ſolidi ha parte in queſto effetto. Si oſſerva però, che gli archi de' ponti fatti dagli antichi Ar-

(*a*) Queſta curva è formata dal peſo d'una catena, o da una fune ſoſpeſa alle eſtremità di un dato diametro, più o meno lenta a piacere. Non ſi uſa per le Volte, e per gli archi, perchè la ſua centina non è aggradevole all'occhio di chi la rimira.

chitetti ſono groſſi alla chiave il decimo del diametro, e per lo meno il quindiceſimo. Facendoſi di pietra di taglio, ſi renderanno più forti, ſe i pezzi ſieno compartiti in minor numero che ſia poſſibile; perchè eſſendo molti, ſi viene ad accreſcere la ſpinta.

Si dee in pratica non ſolamente aver riguardo alla ſpinta dell'arco, ma anche al carico, che ſi poteſſe al di ſopra accreſcere per diverſi accidenti. Per queſto è un gran vantaggio di collocare le aperture ſopra il mezzo degli archi, diminuendoſi la ſpinta a' piediritti. Egli è ben vero però che mancando in queſta maniera il peſo nella cima dell'arco, eſſo ſi fa meno reſiſtente, che ſe foſſe egualmente caricato; ed in tal caſo biſogna coſtruirlo più groſſo. Un arco pertanto, che ſia diſopra egualmente gravato da un muro continuato, ſi rende quaſi d'infinita reſiſtenza.

Giova però ſempre immaginare la ſpinta dell'arco un poco maggiore della vera; ed i Pratici ſtimano ſufficiente il muro che si aggiunge ſopra i piediritti fino a tutta l'altezza dell'arco. Che ſe al diſopra si voleſſe ſeguitare ad innalzare il muro, come è ſolito a farsi in molte fabbriche, è certo che, queſto muro avrà l'azione ſu i piediritti; ed in tal caſo potranno avere minor groſſezza, rimanendo abilitati alla reſiſtenza per l'aggiunta della ſoprappoſta mole.

Le Volte ſono, a parlar chiaro, più archi continuati, e concatenati insieme, onde si regolano col metodo degli archi.

Le

Le Volte a botte ſono aſſai peſanti e per queſto i moderni Architetti le vogliono dividere con gli archi, che poſano ſopra i loro pilaſtri, e da un arco all' altro fabbricano la Volta più ſottile, come di una teſta di mattone, di due, o più, ſecondo l'ampiezza della Volta. Gli antichi Architetti per ſcemare il peſo di qneſte Volte diſtribuirono ordinatamente nella loro groſſezza molta quantità di olle di buona grandezza. Le murarono perciò a ſacco, e riuſcivano bene, dove non vi doveva andar ſopra altro carico, o peſo; che in queſto caſo ſi ſtimano inutili.

Le Volte a ſpina ſono compoſte di due Volte a botte, che s' incrociano; e tutto lo ſforzo d' ogni quarto di Volta ſi fa ſull' angolo del piediritto. Conviene anche intendere, che la ſuperficie di una Volta a ſpina è minore di quella di una Volta a botte, che copriſſe il medeſimo ſpazio; onde queſte Volte ſi fanno quando i muri della fabbrica non ſarebbero valevoli a ſoſtenere gran ſforzo, riducendoſi queſto negli angoli del ſito. Se le lunette di queſte Volte ſono eguali, la pianta del piediritto ſarà un quadrato; ma ſe ſono ineguali, ſarà un rettangolo, poichè biſognerà trovare a ciaſcuna centina la riſpettiva reſiſtenza, o larghezza del ſuo piediritto.

Le Volte a cielo di carrozza ſono i complementi delle Volte a ſpina. Ogni quarto forma un triangolo, il quale ſpinge ſulla baſe con forza ineguale, cominciando dal ſuo angolo, ſempre più accreſcendoſi verſo il mezzo. Sicchè queſto quarto, o triangolo, non ha biſogno che della metà della groſſezza

groſſezza, che biſognerebbe per la baſe di un muro, o piediritto di mezza Volta a botte, che occupaſſe il medesimo ſpazio. E non ſpingendo per niun modo ſu gli angoli, in tal luogo vi si conta per ſuperflua la groſſezza del muro, che dal mezzo si prolunga ai medesimi angoli.

Le Volte a cupola ſono un compoſto di parecchi archi a cielo di carrozza; e ſecondo queſta ipotesi tutte le ſpecie di cupola ſpingono ſu i muri o piediritti meno della metà di che ſpingerebbono le Volte a botte, che aveſſero la medesima altezza, larghezza, e groſſezza. Sicchè dando ai muri di eſſe, o sia al *tamburo* la metà meno di groſſezza, che si dà ad una Volta a botte che abbia le medesime condizioni ſuddette, riuſcirà anche più forte del biſogno. Le cupole hanno il vantaggio ſopra le altre Volte, che si poſſono reggere ſenza rinfianchi, perchè i loro archi componenti si formano più larghi nella baſe, che nella cima, per il doppio, nella centina ſemicircolare, e per una metà più nella acuta. Le grandi cupole vanno aſſicurate ſotto i fianchi con tre groſſi cerchi di ferro; e ciò per cagione di qualunque eſtraneo accidente. Il muro del tamburo si vuol fare circa la dodicesima parte del diametro, e per lo meno circa la quattordicesima. Nella centina acuta si richiede alla cima una reſiſtenza che tenga in equilibrio lo ſforzo degli archi componenti; e per tal fine dagli Architetti si ſono poſte in opera le lanterne, o sieno cupolini, ſotto diverſe figure, che abbiano il diametro in proporzione di quello della cupola, come il 3. al 10. o come l'1.

al

al 4.; e che l'altezza alla larghezza si ſtia come il 5. si ſta al 2. Da queſte cagioni ne ſegue, che le cupole ſemisferiche, e ſemisferoidi debbansi laſciar libere nel loro vertice ſenza finimento di ſorta alcuna.

Le Volte a vela ſono deſunte dalle ſemisferiche o ſemisferoidi, perchè quando queſte vengono tagliate ai quattro lati della circonferenza, eſſe formano quattro lunette. E' evidente che lo sforzo dee eſſere ai loro quattro angoli; onde la groſſezza dei piediritti va inteſa come si è detto delle Volte a ſpina.

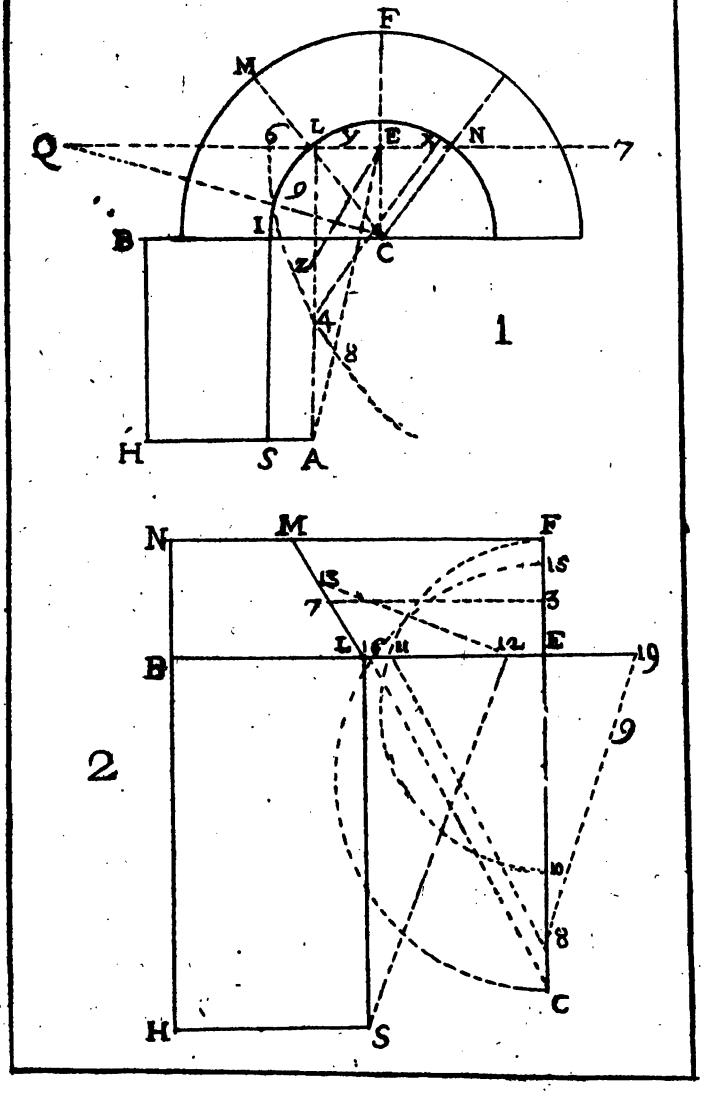
Le Volte annulari nella loro parte concava contengono una ſerie di archi a cielo di carrozza, troncati alla chiave, e nella parte conveſſa vi hanno luogo archi o pezzi di Volta a ſpina, che si slargano dalla impoſta alla chiave. La ſuperficie della parte concava è minore di quella di una mezza volta a botte che foſſe piantata ſulla lunghezza della medesima impoſta diſteſa in retta linea. Ma quella della parte conveſſa è un poco più di una mezza volta a botte piantata ſulla linea della conveſſità diſteſa in diritto. Ma per eſſere il nocciolo di forma conveſſa, la preſſione della Volta tende ad un centro per ogni parte; onde non si dee far caſo di queſto poco più di ſpinta, che si diceva.

Finalmente le Volte piatte si appoggiano coi loro quarti ai quattro lati, ne' quali agiſcono col loro sforzo; ma queſto è la metà meno di quello degli archi in piano. Sicchè i muri avranno ancora la metà meno di groſſezza, di quello che si richiede

richiede in un arco in piano. Nel fabbricarle si debbono tenere alquanto colme nel mezzo. Il glutine ha gran parte nella loro fermezza, onde non riesce di poterle fabbricare in ogni Paese. Si fabbricano assai bene in Roma, perchè ci è la puzzolana.

Bisogna, tanto nelle volte, che negli archi far distinzione della *forze morta* dalla *forza viva*, che ritiene il materiale di cui si compongono. Chiamasi forza morta l'azione di ogni pezzo di pietra, o cuneo, che esercita contro dei pezzi laterali, stando in perfetta coesione per mezzo del glutine, o sia calcina; e la forza viva sarebbe, quando un pezzo componente l'arco, o la volta fosse distaccato dagli altri, o non unito per via del glutine. Stando adunque in un arco, o volta i pezzi componenti in perfetta coesione col glutine, ciascuno de' medesimi agisce con forza morta; e cotesta coesione della calcina con le pietre si vuol considerare per il terzo di quella della semplice calcina ed arena; o sia, che il glutine perda i due terzi della sua forza. Ma diventa maggiore la coesione fabbricandosi gli archi, e le volte di mattoni; poichè essendo i componenti minori, la calcina diviene più atta a fare un sol corpo, ond'è più resistente a sostenere; e però è sempre di miglior condizione per la durata il fabbricare gli archi, e le volte di mattoni, che l'ordinarle di pietre.

Nell'agire adunque l'arco, o la volta contro i piedritti, esercita solamente la forza morta in quella ragione, che la natura de' materiali, uniti col


F
M
Q
6
L
Y
E
N
7
9
I
B
C
Z
A
8
1
H
S
A
N
M
F
15
13
7
3
L
G
11
12
E
19
B
9
2
10
8
C
H
S

col glutine, lo richiede; e queſta forza morta certamente si dee porre a calcolo, cioè dee considerarsi ſottratta dal pezzo medio *FML* (*Figura I. Tav. xxx.*) lo che non è ſtato considerato dal noſtro Autore, e perciò il ſuo calcolo è maggiore di che richieggasi per l' equilibrio. La ragione della forza morta per le pietre per i mattoni, e per i pezzi di tufo, si pretende, che sia come si ſtanno i numeri 59. 54. 47.

E' anche da considerarsi, ſe l'arco, o volta sia coſtruita di materiale diverſo da quello de' piedirit-ti. Come, per eſempio, ſe eſſa foſſe di mattoni, e i piedirítti di pietra, allora la potenza deeſi diminuire; e così viceverſa ſe la volta foſſe di pietra, e i piedirítti di mattoni. Laonde a ciò eſeguire ci debbono eſſere noti (per via delle tavole ordinate ſulle oſſervazioni, e formate a queſt' effetto da' celebri Autori (*a*)) tutti i rapporti de' materiali tra di loro; cioè quanto peſi un palmo, o piede cubo di ciaſcun materiale ſopra enunciato, e di altri ec. I rapporti della pietra del mattone, e del tufo, ſono ad un circa come i numeri 38. 35. 30.

Non voglio mancare di avvertire quì in ultimo, che gli archi e le volte di ſeſto acuto, o ſieno gotiche, quantunque abbiano le impoſte più ſicure degli archi e volte ſemicircolari di un medeſimo diametro, e ſieno attiſſime a ſoſtenere un grandiſ-

ſimo

(*a*) Lodovico Savot nella ſua Archit. ed il Muſchembroek Diſs. Fiſico-Geom. Ogni Provincia del Mondo ha i ſuoi materiali particolari: che ſe ſi voleſſero ragguagliare i peſi di tutti, non baſterebbe un groſſo volume. Laonde ogni Architetto è tenuto eſaminarli in ogni luogo dove dovrà fabbricare l' opera affidatagli.

ſimo peſo caricato nella ſommità; tuttavia ſono così deboli, e poco ſicure ne' punti de' fianchi, che Belidor nella ſcienza degl' Ingegnieri avviſa di non fare le volte gotiche a' magazzini militari, perchè non reggono alle bombe. Così parimente ſi avviſano i Muratori a non mai caricare coteſte volte di pilaſtri ne' fianchi di eſſe, per reggere i tetti, o altro, perchè in breve rovinerebbono. Non avviene così negli archi, e volte ſemicircolari, ove i punti dei fianchi, tra l' impoſte e la cima, ſono più ſicuri, che nelle volte gotiche.

Eſame della forza che biſogna dare alle armature, delle quali ſi ſerve per conſtruire delle gran Volte, degli archi de' Ponti ec. di M. Pitot.

Levata dalle memorie della Reale Accademia di Parigi dell' anno 1726.

1. LE arti meccaniche dipendono la maggior parte da una ſapiente e profonda Teoria; non ſi può operare alla loro perfezione ſenza ſalire per così dire a queſta Teoria, e rimandare come a loro ſorgenti le nuove ſcoperte che ſi poſſon fare. Queſta però non è la maniera fin ora ſeguita: i progreſſi delle arti ſono dovuti, per la maggior parte all' intelligenza de' buoni operaj, che un continuo uſo, o una lunga pratica loro ha indicati; ma biſogna conoſcere i principj, e le regole delle meccaniche, ſe non di raro ſi prenderà la via più ſemplice.

2. L' arte

2. L'arte del Falegname importerebbe dare molti esempj; i grand'usi, e la comodità, che quest'arte ci procura avrebbe dovuto meritare maggior attenzione che finora non si è fatto: e mi pare sorprendente che fra sì gran numero di Autori, i quali hanno scritto d'Architettura, *Mathurin Jousse* è il solo, il quale ha scritto dell'arte del Falegname in particolare, e altro non dà che i nomi de' pezzi, e le loro figure, sarebbe però importantissimo dare alcuni principj, o regole generali per evitare i difetti, nei quali gli operaj cadon sovente, de' quali il più ordinario è di moltiplicar così forte i pezzi che servono all'unione di un'opera, che si può dire, che qualche volta diminuiscono la forza, e la solidità, in cambio di aumentarla, oltre gli altri difetti che non sarebbe sì facile evitare; mentre si diminuisce la capacità del luogo e si aumenta la spesa, e l'unione si rende disagradevole.

3. I principj, e le regole che daremo in questo luogo per conoscere la solidità, e la forza delle armature in particolare, potranno essere applicate a tutta l'arte del Falegname in generale.

DEFINIZIONI.

4. *Le Armature* sono una unione di legni proprj a sostenere tutto il peso del materiale di una Volta avanti che la chiave siasi posata.

5. Di più vedesi nulla esservi più importante nelle construzioni delle gran Volte, Cupole, e Ponti di pietra, che fare le Armature forti a sufficienza per sostenere tutto il peso de' materiali; e si dee ammi-

ammirare in queſte opere grandi, ed ardite le Armature, delle quali ſi è ſervito per conſtruirle; mentre ſe per diſgrazia ſi trovano troppo deboli, ſi vede in un momento perire tutta l'opera, ed alcune volte molti sfortunati operaj.

6. Le Armature ſi conſtruiſcono in mille maniere differenti *Mathurin Jouſſe* ne dà tre diſegni. La maggior parte degli Architetti ne hanno voluto inventare delle particolari, ma alcuni ſono caduti in dei difetti molto pernicioſi. Pare che *M. Blondel* non abbi voluto propor nulla del ſuo ſopra a queſta materia, e ſi è contentato di dare nel ſuo corſo d' Architettura i diſegni di *Antonio Sangallo* (*a*) dei quali ſi è ſervito *Michel Angelo* per conſtruire la volta di San Pietro di Roma. Io non cerco la forma più perfetta che ſi poſſa dare alle Armature, quello che mi propongo in queſta Memoria è di cercare delle regole per conoſcere e calcolare la loro forza, e ancora di tutta l'unione dei legnami.

Ma avanti di ſpiegare le oſſervazioni, e le eſperienze che abbiamo fatte per arrivarvi, egli è a propoſito di dare il dettaglio delle Armature che io ho ſcelte per eſempio. La prima *Figura* 1. per gli archi in pieno cinteno, e la ſeconda *Figura* 2. per gli archi ſovrabbaſſati: eſſe non hanno nulla di particolare ſe non alcuna unione che ho penſato doverli dare per renderle più forti. Daremo ancora le miſure ovvero groſſezze le più ordinarie, per

(*a*) L'armatura di cui quì ſi parla fu fatta nel 1561. Il Sangallo era morto 15. anni prima. Si riporta la figura di queſta da Carlo Fontana e dal P. Bonanni nelle loro deſcrizioni del Tempio Vaticano.

per avere almeno i rapporti delle groſſezze che cadaun pezzo dee avere, e farvi poi le mutazioni che ſi troveran neceſſarie.

AB è il diametro di una Volta, ovvero di un Arco di Ponte che ſupporremo nel proſeguimento di 60. piedi per l'arco in pieno Cinteno *Figura* 1. e di 80. piedi per l'arco ſovrabbaſſato *Figura* 2. la ſalita, ovvero altezza *CD* ſarà nell'arco ſovrabbaſſato di 30. piedi.

Le Curve *AEDFB* avranno 6. pollici ſopra 12. di groſſezza.

Il Cavallo EF avrà almeno 12. pollici ſopra altri 12. di groſſezza.

Il ſotto Cavallo GH, 12. pollici ſopra 12.

Le Gambe di forza IE, *IG*, *KF*, *KH*, 8. ſopra 10.

Il Colonnello RD, ſopra 12.

I Tiranti LM, *NO* (*Figura* 1.) 6. ſopra 10.

I Tiranti LM, *NO* (*Figura* 2.) 8. ſopra 10.

I piccoli Tiranti PQ, 8. pollici ſopra 20., ovvero 24. di groſſezza.

Dalla buona unione, e diſpoſizione di tutti queſti pezzi conſiſte la maggior parte della forza delle Armature, per la qual coſa daremo quì alcune maſſime, delle quali ſe ne potrà ſervire utilmente.

1. Che cadaun pezzo ſia appoggiato, e contributato col ſuo corriſpondente, come ſi può vedere nel diſegno dove le gambe di forza *IG*, *KH* ſono contributate per mezzo del ſotto cavallo *GH*, i tiranti ſono contributati al punto *M* del Colonnello ec.

2. Biſogna per quanto è poſſibile evitare di far traverſar due pezzi uno ſopra dell'altro con intagli o traſori, come le Croci di S. Andrea ec. mentre

i due pezzi così disposti non hanno maggior forza di un solo nel punto ove s'incrociano.

3. Non bisogna contar molto sopra la forza dei gangheri, e sopra tutto nei pezzi che sono disposti obliquamente per sostenere un peso; bisogna ancor fare degl'imbarazzamenti, e ancora mettervi dei piccoli tiranti servendosi sempre di questa massima, che le migliori unioni di legname si possono fare senza gangheri. Pare che l'Autore dell' Armatura, della quale si è servito per la Volta di San Pietro di Roma, che abbiamo citato di sopra abbia avuto riguardo a questa massima. Io oso dire, che quelle che propongo non saran meno solide quando ancora non avran gangheri (*a*).

OSSERVAZIONE I.

Sopra le Curve, e gli Archi Sovrabbassati.

8. Come che le Armature devono avere nel di fuori la stessa forma che dee aver la Volta nel di dentro, che vale a dire, che le curve *AEDBF*, devono avere precisamente la stessa curvatura di quella che si vuol dare alla Volta, bisogna sapere (per costruire le Armature degli Archi sovrabbassati) i metodi, de' quali si serve per segnare questa sorta di archi sovrabbassati, ovvero a manico di paniere. Ecco le Osservazioni, che vi feci sopra quando

(*a*) Anzi si debbono disporre, ed unire i pezzi con leggieri intacchi d'incastro per appoggio per non indebolirli. I piccoli tiranti *PQ* si potranno fermare coi cavicchj di ferro.

do ſegnammo l'Arco del Ponte *Lille-Adam*, del quale ne fui incaricato dell'inſpezione nell' 1720.

Si può dare agli Archi ſovrabbaſſati quella curvatura che ſi vuole: vi ſono molti metodi nel *Serlio* in *Blondel* ec. gli uni fanno trovar la curvatura dell'arco per più punti trovati di ſeguito, e gli altri fanno trovar queſto medeſimo arco ſovrabbaſſato, conſiderandolo come compoſto di tre porzioni di circoli eccentrici; la curvatura che ſi trova col metodo dei punti trovati di ſeguito è Ellittica; vi è però uno di queſti metodi, che dà la Parabola (*a*) come *M. della Hire* ha dimoſtrato nelle Memorie dell'Accademia del 1702. ma il metodo più uſato nella pratica è uno di quelli, ove l'arco ſovrabbaſſato è formato di tre porzioni di circolo, ed è tale *Figura* 2. *AB* è il diametro dell'apertura dell'arco, ovvero della Volta preſo nel principio della curvatura, *CD*, è la ſua elevazione, ovvero ſalita dell'arco; biſogna trovare i tre centri *S. T. S* dai quali avendo deſcritti gli archi *AV*, *BV* ciaſcheduno di 60. gradi colla ſteſſa apertura di compaſſo *AS*, *BS*, e dal centro *T* l'arco *KDV*, che pure dee eſſere di 60. gradi, per aver l'arco ſovrabbaſſato *AVDVB*, di 180. gradi; queſt'arco così deſcritto fa un effetto aggradevole alla viſta, non avendo alcun piego ſenſibile nella curvatura.

Tutta la difficoltà di queſta pratica conſiſte a trovarne uno dei centri *S*.

(*a*) Per queſta formar ſi leggano alcune Geometrie Pratiche, e ſpecialmente quella di Baldaſſarre Orſini ſtampata in Roma del 1771. Tom. 3. in 12.

Ecco il metodo che io propongo. Sia $AC=a$. $CD=b$, e l'incognita $CS=x$, il triangolo STS essendo equilatero $ST=2x$ e $CT=\sqrt{3xx}$ così $DT=b+\sqrt{3xx}$. Ma $DT=SV$, ovvero $SA a-x+ST 2x$, lo che da questa equazione, $\sqrt{3xx}=a-b+x$, dalla quale si cavano le operazioni algebraiche $x=\frac{1}{2}a-b+\sqrt{\frac{1}{2}a-b^2+\frac{1}{4}a-b^2}$. Da che cavasi questa Costruzione.

Sia presa $CT=CD$ (a) e $CZ=\frac{1}{2}CT$, si descriverà sopra ZT il semicircolo $ZÆT$, e si porterà $ZÆ$ da ZS, il punto S sarà il vero centro che si cerca.

DIMOSTRAZIONE.

Egli è chiaro che $CT=a-b$ e $CZ=\frac{1}{2}a-b$ per la costruzione, così $CÆ=\sqrt{a\cdot b\times\frac{1}{2}a-b}$ e $ZÆ=\sqrt{\frac{1}{2}a-b^2+\frac{1}{4}a-b^2}$, ma $CSX=CZ\frac{1}{2}a-b+ZS$, ovvero $ZÆ\sqrt{\frac{1}{2}a-b^2+\frac{1}{4}a-b^2}$. Dunque $x=\frac{1}{2}a-b+\sqrt{\frac{1}{2}a-b^2+\frac{1}{4}a-b^2}$, che era ciò che volevasi dimostrare.

OSSERVAZIONE II.

9. La posizione del Cavallo è stata assai arbitraria a tutti quelli che hanno dati dei disegni di Armature, credo però che sia bene situarlo in EF, ove

(a) O si deve intendere da' Pratici, che CT debba farsi eguale a CD, siccome quì si dimostra fatto nell'arco punteggiato; ovvero che CT debba misurare in tante parti uguali CD, per quante ne piacerà.

ove la diagonale *CA* (*Figura* 1.) e *TA* (*Figura* 2.) taglia le curve, mentre conſiderando che la maggior preſſione eſſendo nel punto *B*, e i punti *A* e *B* eſſendo fiſſi, ovvero non traballanti, il luogo più debole delle curve dee eſſere nei punti *E*, *F* ove paſſa la diagonale.

Il ſotto Cavallo *GH* è non ſolo neceſſariſſimo per appoggiare, e contributare le gambe di forza, ma ancora per fortificare il Cavallo il quale ſi potrà fare di due pezzi, quando la ſua lunghezza ſovrapaſſerà circa 60. piedi: come ſi è praticato nella Fabbrica degl' Invalidi.

OSSERVAZIONE III.

10. Un' Armatura come l'abbiamo deſcritta nelle *Figure* 1. e 2. non è, a propriamente parlare, che un apparato di un pezzo d' Armatura, della quale ve ne biſognano altri ſimili pezzi per armare una Volta, ovvero un arco di ponte; ſe ne mettono ordinariamente a ciaſcuna diſtanza di 6, o 7. piedi; li ſupporremo diſtanti 6. piedi nel proſeguimento; così per un arco di 30. piedi di larghezza, da una teſta all' altra vi biſognerebbero cinque armature, o apparati di armature, dei quali ciaſcheduno porterebbe una porzion di Volta di 6. piedi di larghezza.

OSSERVAZIONE IV.

11. Biſogna miſurare la ſolidità dell' arco, o porzione della Volta che un apparato di Armatura

dee portare con le regole della Geometria pratica, ſapendo quanto ſi dee dare di lunghezza di taglio, o eſtradoſſo alle pietre dell'arco; ſi dà ordinariamente 3. piedi ai quadrati, e 4. a 5. piedi agli altri, ma come che nelle grandi opere ſi prolungano fino a 6. ovvero 7. piedi più o meno ſecondo che ſi avvicina alla chiave, le prenderemo tutte di 7. piedi nel ſeguito, così per gli archi in pieno Cinteno, non ſi avrà che a miſurare la ſuperficie del profilo (*Figura* 3.) *AGDQBR* dove *AG*, ovvero *BR* ſarà di 7. piedi, e moltiplicarla per 6. piedi per avere la ſolidità dell'arco. Ma per gli archi ſovrabbaſſati ſegnati ſecondo il metodo che abbiamo dato, biſognerà col mezzo delle formole trovare il valore dei diametri *AH* ovvero *BI* (*Figura* 4.) e *DK* ovvero *EK*, con le quali ſi miſurerà ſeparatamente la ſuperficie delle poſizioni del profilo *APSE*, ovvero *BRSE* e *ESQSED*, prendendo ſempre *AP* ovvero *BR* di 7. piedi, ed in fine ſi moltiplicherà la ſuperficie intiera *APQR BDA* per 6. piedi per avere il ſolido dell'arco ſovrabbaſſato.

OSSERVAZIONE V.

112. Avendo ritrovata la ſolidità di un arco, biſogna trovare il ſuo peſo ſecondo quello della pietra, della quale ſi è ſervito, che ſi potrà conoſcere o mediante le Tavole che ci hanno laſciate alcuni Autori ſopra il peſo ſpecifico di molte materie, o con delle prove che ſi potranno fare comodamente da ſe ſteſſo colla regola ſeguente.

Prendete

Prendete un pezzo qualunque della pietra, della quale ſi vorrà conoſcere la gravità ſpecifica; dopo averla eſattamente peſata nell'aria, ſi peſerà ancora avendola profondata nell'acqua, e ſi dirà poi, come la differenza fra il peſo della pietra nell'aria, e il ſuo peſo nell'acqua, è al ſuo peſo nell'aria, così il peſo di un piede cubo d'acqua che ſi ſa eſſere comunemente di 72. libbre, ſarà il peſo di un piede cubo di queſta pietra (*a*).

Queſta regola è evidente, mentre la differenza, ovvero la diminuzione della pietra eſſendo peſata nell'acqua, è uguale al peſo di uno ſteſſo volume d'acqua, che il pezzo di pietra, ed è chiaro, che il peso di un volume qualunque d'acqua è al peſo di uno ſteſſo volume di pietra, come la gravità di un piede cubo d'acqua è a quella di un piede cubo della ſteſſa pietra.

Negli eſempj che noi daremo alla fine di queſte Oſſervazioni, ſupporremo che la pietra peſi 160. libbre ogni piede cubo.

OSSERVAZIONE VI.

13. Il peſo totale dell'arco o porzione della Volta eſſendo trovata per le due Oſſervazioni precedenti,

(*a*) Se una pietra peſa nell'aria libbre 160. e tufata nell'acqua peſa libbre 88. la differenza ſarà 72. Dunque come ſi ſta il 72: 160:: 72: 160: che è il peſo della pietra. Perciocchè la differenza di cotesti peſi è ſempre eguale ad un volume di acqua grande come quello del ſolido immerſo; onde il peſo d'un volume qualunque d'acqua ſi ſta al peſo di un medeſimo volume di pietra, come è il peſo d'un piede cubo di acqua, a quello di un piede cubo della medeſima pietra.

denti, egli è evidente che tutto queſto peſo non gravita ſopra l'armatura, ſe non che avanti che la chiave ſia poſſata, e che una parte è portata per il peſo diritto della Volta, e l'altra parte ha la tendenza orizzontale; così biſogna ridurre il peſo totale dell'arco a quello che l'armatura dee portare. Per far queſta riduzione, io dico, che (per gli archi in pieno Cinteno) il peſo totale dell'arco è a quello che dee ſoſtenere l'armatura come il quadrato del raggio *CB*, ovvero *CD* (*Figura* 3.) è alla ſuperficie del quarto di circolo *CBD* (*a*).

DIMOSTRAZIONE.

14. Avendo diviſo immaginariamente l'arco *BRQD* in un numero infinito di piccole pietre, e condotto a cadauna diviſione, ovvero a cadaun taglio dei piani *CNS*, e le linee *PNO* parallele a *CD*, ſi vede evidentemente che cadauna pietra *V* può eſſere riguardata come un piccolo peſo appoggiato ſopra il ſuo piano inclinato *CN*, *CS* ec.; ma per le proprietà del piano inclinato, *CN*, è a *NO*, come il peſo della pietra *V* è al peſo, ovvero alla forza relativa che biſogna impiegare per ritenerla ſopra il ſuo piano: così ciaſcun raggio *CN* ovvero ciaſcuna linea *PNO* ſarà l'eſpreſſione del peſo totale ovvero della forza aſſoluta delle pietre, che formano

(*a*) Veramente è la ſola porzione *EDF*, (*Fig.* 1. *e* 2.) che gravita ſopra l'armatura, e il rimanente gravita ſu i piè *diritti*. Ma ſempre ſi deve fare il computo abbondante ſopra l'equilibrio del peſo, e della forza; e far che queſta ſuperi quello. Vogliono, che i due terzi della gravità aſſoluta della Volta premino ſopra l'armatura.

mano il volto o arco, e ciascun seno *NO* sarà quello della forza relativa che bisogna impiegare per sostenerle sopra il piano: si avrà dunque la somma di tutte le linee *PNO* ovvero la superficie del quadrato *CM* per l'espressione del peso totale di tutte le pietre, ovvero dell'arco intiero *BRQD*; e nello stesso modo la somma di tutti i seni *NO*, ovvero la superficie del quarto di circolo *CDB* esprimerà la somma di tutte le forze relative, che bisogna impiegare per ritenere tutte le pietre, ovvero, (che è lo stesso) il peso, che l'armatura dee sostenere.

COROLLARIO I.

15. Perchè il quadrato del diametro di un circolo è alla superficie, ovvero il quadrato del raggio alla superficie del quarto di circolo come 14. è a 11., di quì si troverà facilmente la riduzione che bisogna fare al peso totale d'un arco in pieno Cinteno con questa regola, come 14. a 11., così il peso dell'arco è al peso ridotto, che dee portar la Volta.

COROLLARIO II.

16. Se si vuol avere la riduzione del peso d'un arco qualunque *BRSN*, ovvero la quantità della quale quest'arco dee pesare sopra l'armatura, si dirà, come il rettangolo *QM* è al segmento di circolo *BON*, così il peso dell'arco è al peso ridotto; lo che è evidente, mentre il rettangolo

QM

OAI è composto d' uno stesso numero di linee *PNO* quante pietre vi sono infinitamente piccole nell' arco *BRSN*, e il segmento *BNO*, è medesimamente composto di ugual numero di linee *NO*; così per la nostra dimostrazione il rettangolo *OM* sarà l' espressione del peso totale dell' arco, e il segmento *BNO* sarà quello del peso ridotto.

COROLLARIO III.

17. Se l' arco della Volta è un' arco sovrabassato descritto secondo il metodo che abbiamo dato (*Art.* 8.) bisogna per trovar la riduzione che deesi fare al peso totale dell' arco *BRSQD* (*Figura* 4.) cercar alla prima quella dell' arco *BRSE* pel rapporto del rettangolo *OM* al segmento *BEO*, e poi quella dell' arco *EQSD* per rapporto al rettangolo *KXTD* al quadrilatero *KX ED*, che si troverà comodamente colle regole della Planimetria.

OSSERVAZIONE. VII.

18. Abbiamo dato nelle Osservazioni precedenti i modi di calcolare il peso, ovvero la carica dei materiali che dee portar l' Armatura, bisogna ora dar quelli di calcolare la forza dell' Armatura, secondo la resistenza dei legni disposti secondo le loro lunghezze.

Non si può conoscere la forza, ovvero la resistenza del legno se non con esperienze fatte sopra i legni dei quali si fa uso, mentre la forza di cadauna spezie di legno è differente. Abbiamo trovato con più esperienze che il legno di Quercia, che è quasi

quasi il solo che sia in uso in tali opere, sostiene circa 60. libbre per ogni linea quadrata, essendo tirato secondo la sua lunghezza, onde un bastone di questo legno di un pollice quadrato, ovvero 144. linee può sostenere circa 8. migliari 640. libbre e un pezzo di un piede quadrato di grossezza sosterebbe circa 12. e 124. migliari.

La Quercia è un legno dei più forti. Vi è apparenza che *M. Mariotte*, il quale non dice sopra qual legno abbia fatto l'esperienza, siasi servito di un legno men forte della Quercia, mentre ne risulta da quello che egli fece in presenza de' Signori di *Carray* di *Roberval* e di *Hugens*, che una linea di legno può sostenere circa 46. libbre, ma per l'esperienza che *M. Parent* ha fatto sopra la Quercia, il cui dettaglio si trova nelle Memorie del 1708. ne risulta, che la resistenza di questo legno, ovvero il peso che egli può sostentare nel suo mezzo senza rompersi, appoggiato orizzontalmente sopra i suoi due capi, essendo ridotto alla forza assoluta del medesimo legno tirato secondo la sua lunghezza per la formula di *M. Varignon*, dà di più 58. fino a 60. libbre. (*a*)

Come che *M. Parent*, ed io, ci siamo senza dubbio serviti per fare le nostre esperienze sopra della Quercia della migliore, che abbiam trovato, e che in generale non può essere nè sì buono, nè sì forte, essendovi più cause che possono rendere le sue

(*a*) Si deve avere poi riguardo ai differenti Paesi, al tempo, in cui i legni restano carieati, all'età del legno, ed alla parte del tronco da dove si taglia. In queste materie però si desiderano maggiori dilucidazioni.

ſue fibre inegualmente forti in qualunque parte del legno, non prenderemo che 60. libbre per linea di queſto legno tirato ſecondo la ſua lunghezza.

19. Un pezzo di legno poggiato verticalmente, perfettamente diritto, e di una uguale reſiſtenza in tutte le ſue parti e in tutte le ſue fibre, dee tutto almeno reſiſtere ugualmente eſſendo poggiato a ſoſtenere un medeſimo peſo di quello che ſoſtenterebbe eſſendo tirato ſecondo la ſua lunghezza: io ho fatte alcune eſperienze per conoſcere a un dipreſſo queſta reſiſtenza, e ho quaſi ſempre trovato più di 60. libbre per linea quadrata di legno di quercia poggiato ben retto ſecondo la ſua lunghezza.

Poniamo dunque, in attendendo che ſianſi fatte un maggior numero di eſperienze ſopra i legni dei quali ſi fa uſo nella coſtruzione delle Armature, prendere per la reſiſtenza di ciaſcun pezzo, ovvero il peſo aſſoluto che elle poſſono portare o tutto, almeno 50. libbre per ogni linea quadrata. Egli è vero che la reſiſtenza aſſoluta dei legni e di tutti gli altri ſolidi può non eſſer proporzionale alla loro groſſezza, ovvero alla ſuperficie delle loro baſi, (*a*) ma s' egli è poſſibile di trovare alcun rapporto coſtante ſopra queſto ſoggetto, queſto deeſi al ricorſo di un gran numero di eſperienze, le quali ſole poſſono indicare l' ipoteſi più ſicura. Seguiremo quì quelle che ſi ſon ricevute dal *Gallileo*, e che i Signori *Mariotte*, *Varignon*, e *Parent* hanno ſeguite.

20. La

(a) Un pezzo che ſia tre volte più groſſo d' un altro della medeſima lunghezza, è più forte aſſai di tre volte più dell' altro. E così pure un pezzo di piedi 12. egualmente groſſo che uno di piedi 6. ſoſtiene molto più del doppio.

20. La forza assoluta di ciascun pezzo di legno, essendo in tal modo stabilita, si troveranno le loro forze relative, ovvero le loro resistenze mezzane secondo tutte le posizioni oblique che elle possono avere, per le regole della resistenza dei solidi delle quali i Signori *della Hire*, *Varignon* ec. hanno trattato. Ma come che nelle armature che io propongo per esempio, i pezzi che deono portare il peso de' materiali della Volta sono disposti in tal modo, che non solamente sono ciascuni appoggiati, e contributati coi loro corrispondenti; ma di più sono fermati fortemente con piccioli tiranti, potiamo in questo caso farne alcuna riduzione alla forza assoluta di ciascun pezzo di legno, eccetto quello che risulta dalle loro posizioni oblique, delle quali vogliam dare la spiegazione, ed è bene osservare, che prendendo in tal modo tutta la forza assoluta di ciascun pezzo, i nostri calcoli non daranno la maggior forza delle nostre Armature, dalla quale bisogna ribattere qualche cosa per l'impossibilità che vi è di fare una perfetta unione (*a*),

OSSERVAZIONE VIII.

21. Deesi riguardare ciascun pezzo che serve in un unione di legname a portare, o sostenere un gran peso, come altrettante potenze più o meno inclinate, e si troverà l'espressione della forza risultante

(*a*) A' legni da fare perpetuamente negli edifizj si vuol dare per la metà del carico, che può farli rompere; ma per le armature basteranno i due terzi. *M. du Buffon* ha compilate delle Tavole per il valore de' legni diritti in piedi.

ſultante dal concorſo di queſte potenze per un principio generale di meccanica, ove ſi dimoſtra *Figura* 5. che ſe un peſo *P* è ſoſtenuto nei punti *BD*, ec. ovvero tirato ſecondo le direzioni *ABE*, *GDE* per delle potenze, o forze eſpreſſe per le linee *EF*, *EG*; avendo fatto il parallelogrammo *FE*, *GH*, la diagonale *EH* eſprimerà la forza totale che riſulta dal concorſo delle due potenze *EF*, *EG*. Se vi foſſe una terza potenza ſi farebbe un altro parallelogrammo, dove uno de' lati ſarebbe l'eſpreſſione di queſta terza potenza, e l'altro lato la diagonale *EH*, la diagonale di queſto ultimo parallelogrammo ſarebbe l'eſpreſſione della forza riſultante delle tre potenze, e così delle altre potenze ſe più ve ne foſſero (*a*).

OSSERVAZIONE IX.

22. Biſogna dividere la maggior parte delle grandi unioni di legname in più parti, poggiate le une ſopra le altre, e calcolare la forza di ciaſcuna ſeparatamente: così nelle Armature che propongo per eſempio, deonſi riguardare come compoſte di due parti ſeparate dal Cavallo, dove l'inferiore dee ſola aver la forza di portarne tutto il peſo dell'arco della Volta ridotto come nella Seſta Oſſervazione; e la ſuperiore quella dell'arco al di ſopra del Cavallo.

(*a*) Si dichiara quì, che la dottrina di queſto meccaniſmo è fondata ſu di quel noto principio della Meccanica, che quando due potenze tirano, o ſpingono ſecondo diverſe direzioni, lo ſforzo ſi riunisce in una ſola; cioè nella diagonale del parallelogrammo compito ſu quelle direzioni.

Cavallo. Egli è vero che ſi può dire che la parte inferiore non porta l'arco intiero della Volta, avendovi ſempre 8. 10. e ancora 12. aſſiſe da un lato dalla naſcenza, o principio, che poſſono ſoſtenerſi ſenza Armature, perchè a queſte piccole altezze la forza del ſtegamento della pietra ſorpaſſa il ſuo peſo ſopra dei piani più inclinati: ma non terrem conto di queſta diminuzione, perchè è meglio dare alle Armature più forza, del peſo, che deon ſoſtenere.

23. Ci reſta ancora da oſſervare che le curve avendo le loro parti conveſſe premute ſubito dai materiali, elle ſono ritenute, e non poſſono piegare da queſto lato, e così poſſiamo riguardarle nel noſtro calcolo come pezzi diritti, la parte *ABE*, per eſempio, ſarà riguardata come un pezzo della medeſima groſſezza, che le curve poggiate ſecondo l'inclinazione *AE*.

PROBLEMA I.

Eſſendo date le groſſezze di cadaun pezzo di un' Armatura; trovare colla riga e compaſſo la ſua forza totale, ovvero il peſo che può ſoſtenere; per avere il rapporto di queſto peſo con quello che dee portare l' Armatura.

24. Avendo trovato, per la 7. Oſſervazione, il peſo aſſoluto, o relativo che cadaun pezzo di Armatura può portare ſecondo la groſſezza data, ſi dividerà l'Armatura, per la 9. Oſſervazione in

in due parti, che ſi ſegneranno ſeparatamente con tutta la poſſibile giuſtezza, contentandoſi di ſegnare in linee per la parte inferiore (*Tavola xxxi. Figura* 1. e 2.) *AEFB* le gambe di forza *AE*, *AG*, *BF*, *BH*, con le curve, e per la ſuperiore i tiranti *LM*, *NO Figura* 1. i tiranti *NO*, e *LM Figura* 2.

Ciò fatto ſi dividerà una Scala in tante parti quante ſi giudicheranno a propoſito, delle quali ciaſcheduna eſprimerà un migliajo di libbre di peſo; Si prenderà ſopra queſta Scala il valore della forza di ciaſcun pezzo. Intanto per trovar la forza totale della parte inferiore delle noſtre Armature, ſi porterà ſopra ciaſcheduna gamba di forza le lunghezze *AS*, *AT*, del valore del peſo che elle poſſono ſoſtentare, preſo ſopra la Scala; ma per l'articolo 23, ſi può riguardare la forza delle curve (*Tav. xxxii. Figura* 6.) *ADE* come unite con quelle della gamba di forza *AE*, così ſi porterà il valore della forza delle curve da *T* in *V*, e ſi terminerà il parallelogrammo *AVXS*, la diagonale *AX* ſarà per l'ottava Oſſervazione l'eſpreſſione della forza che riſulta dalle due gambe di forza *AG*, *AB* e delle curve *ADE*: ſi farà la ſteſſa operazione dall'altro lato alle gambe di forza *BH*, *BF*, e alle curve *BIF*, per avere la diagonale *BN* uguale ad *AX*, ed ugualmente inclinata ſopra *AB*; in fine ſi porterà la diagonale *AX* ovvero *BN* da *M* in *R* e in *Z* per terminare il parallelogrammo *RMZY*, e la diagonale *MY* ſarà l'eſpreſſione di tutte le forze oblique, ovvero il valore del peſo che può ſoſtenere l'Armatura. Se queſto valore preſo ſopra la Scala è più grande del peſo dell'arco della Volta

che

che dee portar l'armatura, trovato mediante le Oſſervazioni 4., 5., 6., l'Armatura ſarà aſſai ſuffi-ciente, ma ſe al contrario ec.

25. Per avere la forza della parte ſuperiore della piena Armatura (*Figura* 1.) ſi prolungheranno i tiranti *LM*, *NO*, fino al loro puntò di rincontro *X*, dal quale ſi porterà ſopra la linea (*Figura* 7.) *XLS* da *X* in *S*, i valori della forza del tirante *LM* e delle curve *LPM*. Si prenderà ancora ſopra *XON* il valore della forza del tirante *NO*. Ciò fatto ſi terminerà il parallelogrammo *XVASX* per avere la diagonale *AX*; col fare poi la ſteſſa operazione dall'altro lato, ſi avrà medeſimamente una diagonale *AX* ugualmente inclinata, così ſi porterà *AX* da *Z* in *R* per terminare il parallelogrammo *ZRIR*, la cui diagonale *ZI*, eſprimerà la forza della parte ſuperiore dell'Armatura, la quale dee eſſere almeno tanto forte quanto il peſo ridotto dell'arco della Volta, e ciò per eſſere ſempre ſuperiore in forza nella pratica, dalla parte dell'Armatura, mentre a rigore ſi può dire, che la parte ſuperiore non dee portare che l'arco della Volta al diſopra del Cavallo.

26. Per conoſcere la forza della parte ſuperiore dell'armatura ſovrabaſſata (*Figura* 2.) biſogna oſſervare, che i tiranti (*Fig.* 8.) *NO* ed *LM* ſono paralleli, e che così ſi può prendere ſopra una medeſima linea *NO* prolungata li valori della forza del tirante *NO* da *O* in *T*, poi quella del pezzo *LM* da *T* in *S*, e in fine quella delle curve *LPD* da *S* in *R*; ciò fatto ſi prenderà *ONZ* dall'altro lato ugua-le ad *OR* per terminare il parallelogrammo *ORYZ*,

la cui diagonale ſarà l'eſpreſſione della forza della parte ſuperiore della noſtra ſeconda Armatura.

PRIMO ESEMPIO

Per le piccole Armature di 60. piedi di diametro.

Calcolo del peſo della Volta che dee portare l'Armatura.

27. Si troverà per le Oſſervazioni precedenti, che il ſolido della porzione della Volta, che dee portare un'apparato d'Armatura è di 4422. piedi cubi di pietra, e ſe per la quinta Oſſervazione ſi moltiplicheranno i detti piedi cubi per 160. libbre peſo di ogni piede cubo, ſi avrà il peſo totale dello ſteſſo arco di 707520. libbre, che ſi ridurrà per la ſteſſa oſſervazione a 555908. libbre per il peſo che deve portar l'armatura di 60. piedi.

Calcolo della forza dell'Armatura 1. per la parte inferiore.

28. Abbiamo dato (*Figura 6.*) a cadauna gamba di forza 8. pollici ſopra 10. di groſſezza, ed alle curve 6. ſopra 12. Così per la 7. Oſſervazione la forza aſſoluta di ciaſcheduna gamba di forza ſarà di 576000. quella delle curve di 8064000, a 50. libbre per linea quadrata di forza del legno di quercia poggiato da capo, o conſiderato poggiato ſecondo la ſua lunghezza, lo che è veramente la maggior orza che ſi poſſa darli a cagione dei differenti difetti

fetti che si possono trovare nel legno; ma quelli i quali vorranno operare nelle costruzioni con minor arditezza, potranno prendere questa forza di ciascuna linea di legno minore di 50. libbre particolarmente quando non si farà alcuna riduzione alla forza assoluta di ciascun pezzo come negli esempj che dò quì. Si prenderà per il problema (art. 24.) (*Figura* 6.) *AS*, *AT* uguale a 576000. libbre, e *TV* uguale a 518400. libbre, e si opererà come è spiegato nel Problema per avere la diagonale *MY* che si troverà sopra la Scala di 2850000. libbre, per la forza della parte inferiore dell' Armatura di 60. piedi, questa forza e molto più grande del peso ridotto dell' arco della Volta, che si è trovato di libbre 555900.

Calcolo della parte superiore della stessa Armatura.

29. Abbiamo dato *Figura* 7. a ciascheduno tirante *LM*, *NO* 6. pollici sopra 10. di grossezza, le curve sono le stesse che quelle di sopra di 6. sopra 12; così la forza assoluta di ciascun tirante sarà per la 7. Osservazione di 432000. libbre, e le curve di 518400. libbre, si prenderà per l'art. 27., *XS* uguale alla forza del tirante *LM*, libbre 432000, e quella delle curve *LMP* libbre 518400., e sopra *XN*, avendo presa *XV* uguale alla forza del tirante *NO* libbre 432000; si terminerà il parallelogrammo *XSAVX*, e con la diagonale *XA* uguale a *ZR* si farà come è stato detto il parallelogrammo *ZKYR* la cui diagonale *ZY* sarà l'espressione della forza della parte superiore, la quale si troverà sopra la scala di libbre 1160000.

SECONDO ESEMPIO.

Per un' armatura ſovrabbaſſata di 80. *piedi di diametro e* 30. *piedi di ſalita, o altezza.*

Calcolo del peſo della Volta che dee portar l' armatura.

30. Si trovi nella formola della prima Oſſervazione il valore di $IB = X$ di piedi $25.\frac{2}{5}$, così per la quarta Oſſervazione IR ſarà piedi $33.\frac{2}{5}$, dove ſi troverà il ſettore IBE di $365.\frac{1}{5}$, e il ſettore IRS di $584.\frac{1}{2}$ *Figura* 4. la loro differenza darà $219.\frac{3}{10}$ per la ſuperficie dell' arco $BESR$, che biſogna moltiplicare per 6. piedi, per la 3. Oſſervazione per avere il ſolido dell' arco della Volta di $1315.\frac{4}{5}$ piedi cubi, e ſe per la 5. Oſſervazione cadaun piede cubo peſa 160. libbre, ſi avrà il ſuo peſo totale di 210528. libbre.

Si ridurrà queſto peſo per il 3. Corollario (art. 17.) dicendo.

Come il rettangolo OM di piedi —— $348.\frac{12}{25}$
è al ſegmento OBE di piedi —————— $214.\frac{16}{25}$
Così il peſo totale dell' arco libbre —— 210528.
è al ſuo peſo ridotto, libbre ———— 129462.

il quale biſogna duplicare perchè queſt' arco $BESR$ di 60. gradi è compreſo due volte nell' arco ſovrabbaſſato, la che dà 258924., per la ſomma del peſo ridotto dei due archi.

31. Biſogna intanto trovare il peſo del grand' arco $ESQSED$, ſi trova il raggio QD di 53. piedi, $\frac{3}{5}$ dunque

dunque *KV* ſarà di 60. piedi $\frac{3}{5}$, e ſi troverà la ſuperficie dell'arco 418. $\frac{216}{350}$ che biſogna moltiplicare per 6. piedi per avere il ſuo ſolido di piedi cubi 2511. $\frac{245}{250}$; ſe cadaun piede peſa 160. libbre, ſi avrà per il peſo intero dell'arco *ESQSED*, libbre 401872., le quali ſi ridurranno con queſta regola.

Come il quadrato del raggio *KD* —— 53. $\frac{3}{5}$
ovvero *TXVY* —— 2872. $\frac{24}{25}$
è alla ſuperficie dello ſpazio *VXEDE*,
che ſi troverà —— 2748. $\frac{1}{2}$
Così il peſo dell'arco —— 401872.
al ſuo peſo ridotto, che ſi trova —— 384457.

In fine biſogna aggiungere queſto peſo dei due piccoli archi di 60. gradi, per aver quello di tutto l'arco ſovrabbaſſato che dee portare un apparato d'armatura di 643381. libbre.

Calcolo della forza dell'armatura 1. *per la parte inferiore.*

32. Abbiamo dato alle gambe di forza di queſta armatura 10. pollici ſopra 12. di groſſezza, e alle curve 6. piedi ſopra 12., così la forza aſſoluta di ciaſcuna gamba di forza ſarà di 864000. libbre, e quella delle curve di 518400. Si porterà come ſopra *art.* 28. *Figura* 6. da *A* in S e in *T* la lunghezza preſa ſopra la ſcala di 864000., e da *T* in *V* quella di 518400., ſi farà la ſteſſa operazione per avere la diagonale *MY* che ſi troverà di 3700000., per la forza della parte inferiore della noſtra grand'armatura: dunque ec.

2. *Per la parte ſuperiore dell' armatura.*

33. I tiranti (*Figura* 8.) *NO* di queſta parte hanno 8. pollici ſopra 10. gli altri *LM*, 10. ſopra 12., e le curve 6. ſopra 12. Così la forza aſſoluta del tirante è di 576000., quella dell'altro *LM* di 864000., e quella delle curve di 518400.. Si porterà come è ſtato detto (*art.* 26.) da *O* in *T* la forza aſſoluta del tirante, da *T* in *S*, quella dell' altro cioè del *LM*, e da *S* in *R* quella delle curve; in fine la diagonale *OT* darà ſopra la ſcala 1400000. libbre per la forza che ſi cerca. Queſta forza è un pò più che doppia del peſo che dee portare l' armatura.

34. Si vede dagli eſempj che ho dati ſopra le due Armature che propongo, che la forza è molto ſuperiore al peſo della Volta che deono portare, ſe tutte le coſe foſſero le ſteſſe preciſamente nella pratica come quelle che abbiamo ſtabilite nelle noſtre Oſſervazioni, verbi grazia, il peſo della pietra 160. libbre cube ec. Ma in tutti i caſi che poſſono accadere ſarà ſempre facile di applicarvi il noſtro metodo, e ciò chiaramente potiamo far vedere con eſempio, ſe non credeſſimo di moltiplicarli d' avvantaggio con eſſere obbligati di aggiungere diverſi diſegni di Armature, ſopra i quali doveſſimo applicare il noſtro calcolo. Per eſempio quelle delle quali ci ſiamo ſerviti per la coſtruzione del Ponte di *l' Isle-Adam*, non avendo che due tiranti nelle loro parti ſuperiori, ſarebbero ſtate troppo deboli ſe non vi ſi foſſero poſti dei puntelli ſotto il Cavallo

vallo coll'ajuto di più pezzi piantati nel mezzo del fiume, mentre io trovo che la loro forza era circa di 529000. libbre, e il peso dell'arco della Volta 613000. libbre.

PROBLEMA II.

Essendo dati gli anguli dell'inclinazione dei pezzi di un'armatura, e le loro forze assolute, e relative essendo le stesse che nel precedente Problema; trovare la forza dell'armatura col calcolo Trigonometrico.

35. Gli angoli (*Figura* 6.) *CAG*, *CAE* essendo dati con le forze *AS*, *AV*. Fgli è chiaro che *SX* essendo parallela, ed uguale ad *AV*, si avranno nel triangolo *AXS*, i lati *AS*, *SX* cogniti, con l'angolo *GSX* uguale all'angolo *GAV*, dove si troverà il valore dell'angolo *SAX*, e del lato *AX*. Sia condotta *RK* parallela ad *AC*, la quale taglierà la diagonale *MT* in due parti uguali, e perpendicolarmente nel punto *K*, gli angoli *CAG*, *SAX*, essendo cogniti, la loro somma ovvero l'angolo *CAX* uguale a *KRM* sarà cognito, così nel triangolo rettangolo *KRM* si avranno gli angoli, e il lato *KR* uguale a *AX* cognito dove si troverà la lunghezza *KM* metà di *MT*, ovvero dell'espression della forza dell'armatura.

36. Si calcolerà la forza della parte superiore della nostra piccola Armatura, mentre per l'artic. 29. abbiamo le forze *XS*, *XV* cognite (*Figura* 7.) Se gli angoli *TNX*, *TLX* sono cogniti, la loro dif-

ferenza ſarà l'angolo *NXL* uguale all'angolo *NVA*, così nel triangolo *VXA* ſi avranno i lati cogniti *VX*, *VA*, coll'angolo *NVA*; dove ſi troverà il valore di *AX*, e dell'angolo *VXA*: Ciò fatto ſi condurrà *KK* parallela a *LT* che ſi troverà perpendicolare ſopra il mezzo della diagonale *MT*, e avendo prolungata la linea *XVN* in *Q*; egli è chiaro, che l'angolo *KQX* ſarà uguale all'angolo *TNX*, ma l'angolo *VXA* ovvero *QXR* eſſendo cognito ſi avrà il valore dell'angolo *XRK*; così nel triangolo rettangolo *MKR* ſi avrà il valore degli angoli, e dell'ipotenuſa *RM* uguale a *AX*, dove ſi troverà quello di *KM* metà di *MT* eſpreſſione della forza della parte ſuperiore dell'Armatura.

37. La parte ſuperiore *Figura* 8. dell'armatura ſovrabbaſſata è comoda da calcolare, mentre l'angolo *TNO* eſſendo cognito, e la linea *KO*, per l'articolo 33. ſi avrà nel triangolo rettangolo *RKO*, il lato cognito *KO*, e l'angolo *KRO* uguale all'angolo *TNO*, dove ſi troverà il valore di *KO* metà della diagonale *OT*, dunque ec.

Primo eſempio per le piccole armature. 1. per la parte inferiore.

38. Sia (*Figura* 6.) l'angolo *CAG* dell'inclinazione della gamba di forza *AG* di 49. gradi, e l'angolo *CAE* di 65. gradi, la loro differenza ovvero l'angolo *GAE* uguale all'angolo *GSX* ſarà di 16. gradi; così nel triangolo *SAX* ſi avrà il lato *AS* di 576000. libbre: il lato *SX* o *AV* di 1094400. con l'angolo compreſo *GSX* di 16. dove ſi troverà

rà il lato *AX* di 1655000., e l'angolo *SAX* di 10. 30., il quale essendo aggiunto all'angolo *CAS*, 49. si avrà l'angolo *CAX* uguale all'angolo *KRM* di 59. 30. Intanto nel triangolo rettangolo *MKR* si ha l'ipotenusa *RM* uguale a *AK* coll'angolo *KRM*, si troverà il valore del lato di 1425000. libbre metà della forza che si cerca.

2. *Per la parte superiore.*

L'angolo (*Figura* 7.) *XNT* è di 32. e l'angolo *XLT* di 22. così l'angolo *NKL* sarà di 10. il quale è uguale all'angolo *NVA*. Ma il lato *XV* è di 432000. e il lato *XS* ovvero *VA* di 950400., dove si troverà il lato *AX* uguale a *RZ* con l'angolo *VXA*, il quale essendo levato dall'angolo *TNX* darà l'angolo *TIX* uguale a *KRZ*, così nel triangolo rettangolo *KRZ* si troverà il lato *KZ* di 584000. metà della forza che si cerca.

Secondo esempio per l'armatura sovrabbassata
1. *per la parte inferiore.*

39. L'angolo (*Figura* 6.) *CAS* di 43. e l'angolo *CAE* di 64. Dunque l'angolo *SAE* uguale a *GSX* sarà di 19., il lato *AS* è di 864000., e il lato *AV* uguale a *SX* di 138400; così si troverà il valore di *AX* di 2216000., e l'angolo *SAX* di 11. 45., lo che darà 56. 43. per l'angolo *CAX* uguale all'angolo *KRX*: in fine nel triangolo rettangolo *RKM*, si troverà il lato *KM* di 1856000., metà della forza che si cerca.

2. Per

2. Per la parte ſuperiore.

L'angolo (*Figura* 8.) *TNO* uguale a *KRO* è di 21., e il lato *RO* è (per gli articoli 33. 37.) di 1958400. libbre, dove ſi troverà il valore del lato *KO* di 702000. metà della forza che voleaſi trovare.

COROLLARIO.

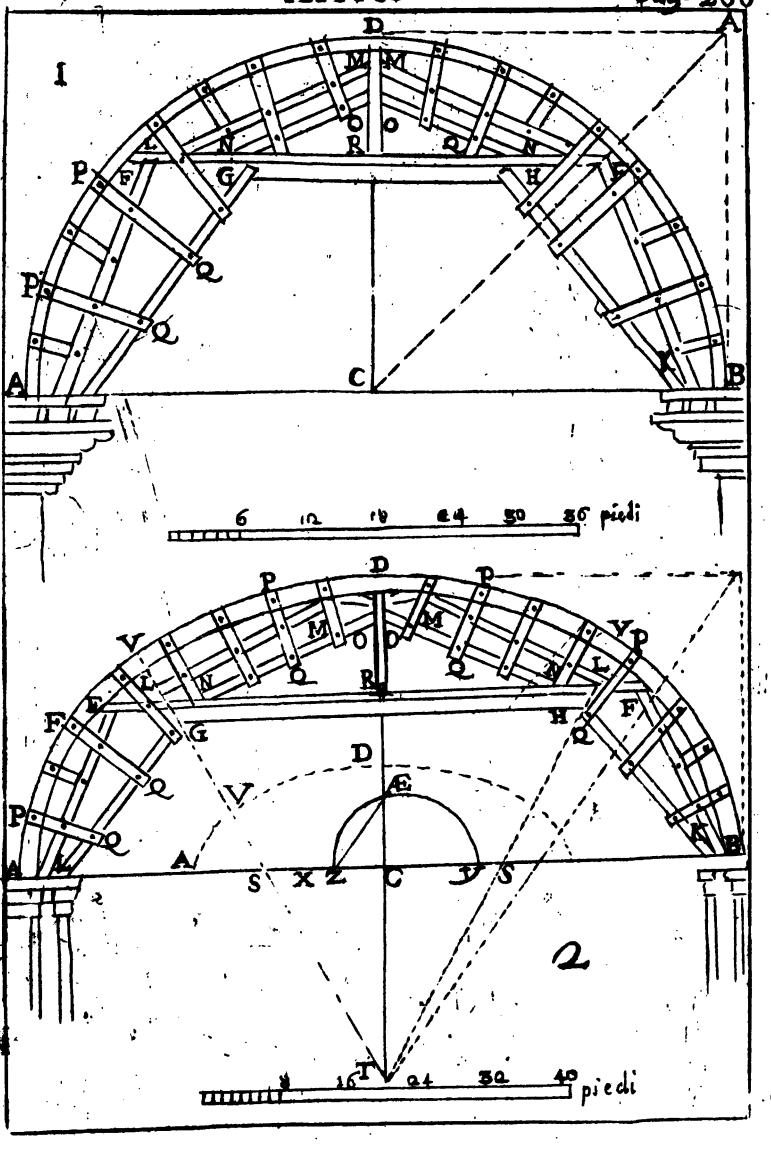
Si potrà con queſto Problema trovare fra molte armature quella che ſarà capace di portare un maggior peſo, mentre avendo trovato per ciaſcheduna l'ultima diagonale *MT*, ovvero l'eſpreſſione della forza riſultante dal concorſo di quella di tutti i pezzi; quella dove queſta diagonale ſi troverà la più grande ſarà evidentemente la più forte, e perciò preferibile a tutte le altre.

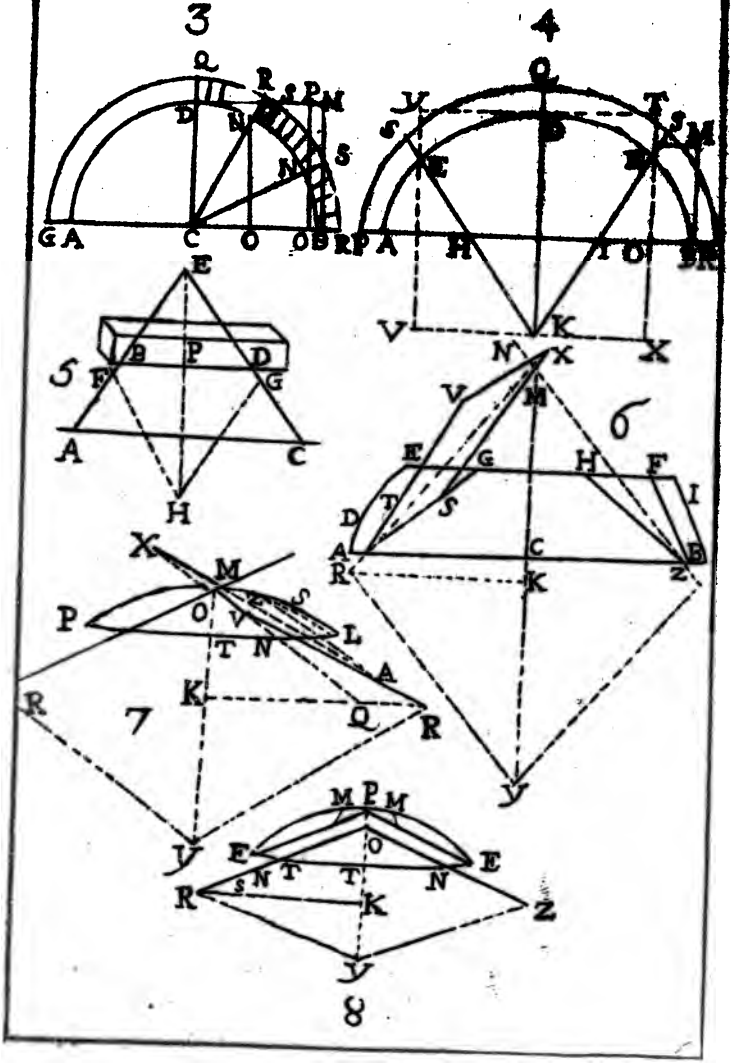
PRATICA III.

Eſſendo data un' armatura col peſo dell' arco della Volta, che dee portare, ovvero la forza che dee avere, trovare la groſſezza che ſi dee dare a ciaſcun pezzo di legno.

Per riſolvere queſto Problema ſi darà 1. a ciaſcun pezzo dei valori come vorremo, purchè queſti valori abbiano fra loro lo ſteſſo rapporto che quelli i quali deono realmente avere queſti pezzi. 2. Si opererà con queſti valori ſuppoſti come nei Problemi precedenti per avere il valore della diagonale

MT


I
D
A
M
M
O
O
R
N
Q
N
L
P
F
G
H
F
Q
P
Q
A
C
K
B
6 12 18 24 30 36 piedi
D
P
P
V
M
M
V
P
O
O
L
N
Q
R
Q
N
L
F
F
G
H
Q
D
Q
V
E
P
Q
K
B
A
L
A
S
X
Z
C
Y
S
2
T
8 16 24 32 40 piedi


3
4
5
6
7
8

MY relativa a quelle che si son date a ciascun pezzo. 3. Si faran poi queste operazioni, come il valore relativo della diagonale *MY*, e a quello che si è dato a uno dei pezzi, così la forza ovvero il peso dato che dee portar l'armatura sarà al peso o alla forza che questo stesso pezzo dee avere. 4. Avendo fatta questa proporzione per ciascun pezzo si avranno le loro forze assolute, allorchè l'armatura data sarà tale che si possano prendere le forze assolute dei pezzi; ma se questa stessa armatura data, è disposta in tal modo che non si possano prendere che le forze ridotte, si riguarderanno i valori che si saran trovati per ciascun pezzo come forze ridotte, le quali si ridurranno in forze assolute con le regole della resistenza dei solidi per dividerle in fine per 50. libbre, per averne la superficie in linee quadrate della base di cadaun pezzo.

AGGIUNTA.

Sebbene posta la chiave all' Arco, o alla Volta si venga l'armatura a scaricare del peso che prima reggeva; non per questo la Volta potrebbe sussistere se subito si disarmasse. Dee essere ispezione de' Fabbricatori il far allentare egualmente l'armatura a grado che il materiale si assetta. Non allentandosi, si corre pericolo nelle grandi Volte, che la loro sommità possa essere balzata in aria dal peso laterale. E non allentandosi egualmente, il materiale perde la sua direzione, e l' equilibrio; onde alterasi la centina della Volta, ed anche potrebbe succedere qualche brutto scherzo. A tal fine bisogna

gna ordire i legni, e congegnarli in modo, che levate alcune zeppe, ſi poſſa l'armatura abbaſſare con ogni facilità.

Deſcrizione di un aggiunta da fare a i Sportelli delle fineſtre per impedire che l'acqua della piog-gia non entri nelle Camere di M. della Hire il Giovine.

Tratta dal Tomo dell'anno 1716. delle Memorie della Real Accademia di Parigi.

E' un grande incomodo quando la pioggia entra nelle Camere per i ſportelli delle fineſtre benchè chiuſi, tanto a cagione che ella guaſta gli appoggi, quanto perchè ella guaſta anche il pavimento, e per qualſivoglia precauzione che ſiaſi, quando i ſportelli non hanno che dei ſemplici telari, è impoſſibile che non ſucceda queſto inconveniente, quando il vento ſi ſpinge contro la pioggia.

Per rimediarli mi ſono immaginato di fare alla traverſa d'abbaſſo dei ſportelli, dell'aggiunta della quale vò farvi la deſcrizione, ma avanti di cominciarla ſarà bene far conoſcere coſa ſia queſta traverſa.

Si diſtinguono i Sportelli de' quali ſe ne ſerve nelle Fabbriche che ſi abitano in due ſorte, nell' una i telari a vetro che ſono a ſaracineſca, nell' altra queſti medeſimi telari, ma s' aprono di quà e di là ſu i gangheri, e di queſt' ultima ſorta io parlo non eſſendovi che queſta la quale ſia ſoggetta all' inconveniente della pioggia. Queſta ſorta di ſportelli è compoſta di un telaro di legno co' ſuoi incavi.

incavi. Questo telaro è quasi sempre fatto di quattro pezzi di legno, i due de' quali posti da capo o pel lungo si chiamano *battenti*, e gli altri due che si uniscono con essi nella parte superiore e inferiore si chiamano *traverse*; di quelle traverse quelle che sono nella parte d' abbasso son quelle di cui si parla, e dove è la questione.

La parte *ABCHDEL* (*Tav. xxxiii.*) rappresenta la traversa d' abbasso del battente col suo getto d' acqua tagliata pel traverso, nel luogo ove i due sportelli a vetro si uniscono per di fuori, e *NOPQRS* rappresenta il taglio della traversa d' abbasso di esso telaro col suo getto d' acqua, e del battente dei telari a vetro secondo la sua altezza nel medesimo luogo: *BCHD* è l' incavo dei vetri tagliato nella traversa d' abbasso, e *NOPQ* è il medesimo incavo tagliato al contrario nella traversa d' abbasso del telaro a vetro. Ordinariamente l' acqua passa fra le traverse d' abbasso dei sportelli a vetro, perciò bisogna usare una grande attenzione per farli avvicinare più che sia possibile, perchè l' acqua che vi s' insinua non cada sopra la faccia *BC* e di là sopra l' appoggio interiore *T* dello sportello, e in seguito nella Camera.

Per rimediare a questo inconveniente mi sono immaginato di far abbattere in pendenza dal lato del fondo dell' incastro dei vetri la parte *FG* della faccia *BC* per tutta la lunghezza di essa faccia; e verso l' estremità, e in tutta la lunghezza della faccia in pendenza *FG* dal punto *G* fino al fondo *C* dell' incastro, ho fatto cavare un canale di *CVG* di quattro o cinque linee di larghezza, e di sei

linee

linee di profondità verſo il mezzo dello ſportello allorchè non eccede quattro piedi e mezzo, perchè queſto canale diminuiſce ſempre di ¼ profondità nell' avvicinarſi al battente, ove non ha più che due linee ſopra la medeſima larghezza.

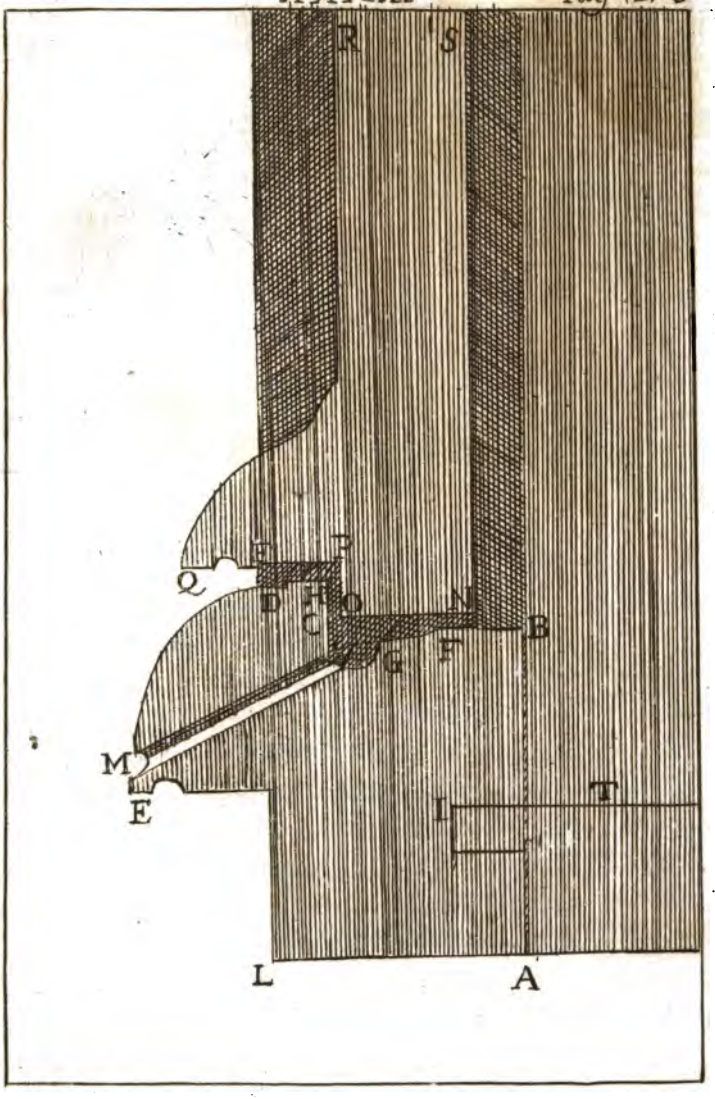
Nel luogo ove queſto canale è più profondo, che è rimpetto il rincontro delle due traverſe di abbaſſo dei telari a vetro, vi fo fare col trivello un condotto *VM* di tre in quattro linee di diametro, che prendendo dal fondo del canale *GVC*, fora la traverſa del battente, e che il ſuo getto d' acqua *DME*, uſciſce di fuori; biſogna che queſto condotto abbia la maggior pendenza poſſibile, e che ſia coperto a oglio, come anche il canale *CVG*, e la traverſa del battente in tutta la ſua parte *FGVCHDMEI* ſe lo ſportello non è coperto a oglio, che per di fuori.

Facilmente ſi conoſce da queſta coſtruzione, come l'acqua, la quale può inſinuarſi nel fondo *BCH* dell' incaſtro *BCHD* non potrà cadere ſopra l'appoggio *T* a cagione del canale *CVG*, e della faccia in pendenza *FG*, e che ella uſcirà comodiſſimamente per il canale *VM*, che è quanto mi è ſtato confermato dall eſperienza.

BOTTICELLA

Per eſtinguere la fiamma degl' incendj, tratta dalle Memorie della Reale Accademia di Parigi dell' anno 1722., e deſcritta da M. Reaumur.

Nella figura quì appreſſo, *A* moſtra la Botticella alta circa pollici 22. ½ di diametro pollici 13. leggiermente


R
S
Q
P
D
H
O
N
C
B
G
F
M
E
I
T
L
A

giermente cerchiata. *B* tubo cilindrico di latta di diametro quattro pollici, il quale tiene circa due libbre di polvere ed ancor meno. *C* cannello, che esce fuori del fondo della botticella in *D*. Si riempie di polvere granita il tubo cilindrico *B*, poi si riempie il cannello *C* di mistura lenta, ed il rimanente della botticella si riempie d'acqua. Per averne l'uso si pone la Botticella più avanti che sia possibile nell'incendio, poi s'accende la mistura del cannello *D*, la quale fra poco accenderà la polvere rinserrata nel tubo *B*, e spezzerà la botticella, facendo saltare i suoi cerchj, e rarefà prodigiosamente l'aria, e dà alla fiamma dell'incendio delle scosse terribili, e lancia da tutte le parti una infinità di getti d'acqua, così vicini gli uni agli altri, quanto è possibile immaginarsi, ed estingue la fiamma.

L'utilità di questa Botticella si restringe a dei casi particolari, mentre non farebbe molto effetto sopra una massa di legna accese, e ridotte in bragie, ed esposte all'aria libera, ma fa il suo maggior effetto in luogo chiuso, mentre allora la rarefazion dell'aria produce tutto il suo effetto. Deesi inoltre far operar la Botticella nel principio dell'incendio; e benchè questa Botticella non estingui i legni ridotti in bragie, ed altri simili di modo che fra poco non tornasi a riaccendere il fuoco, non ostante è di molto utile, perchè negli incendi estinta la fiamma sarà poi più comodo far agire con maggior successo le trombe da acqua, e l'acqua portata con i secchj.

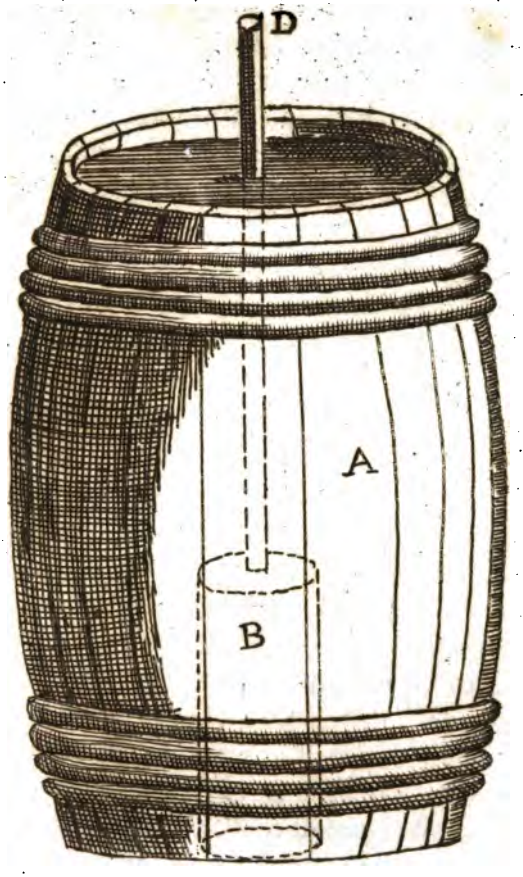
Questa

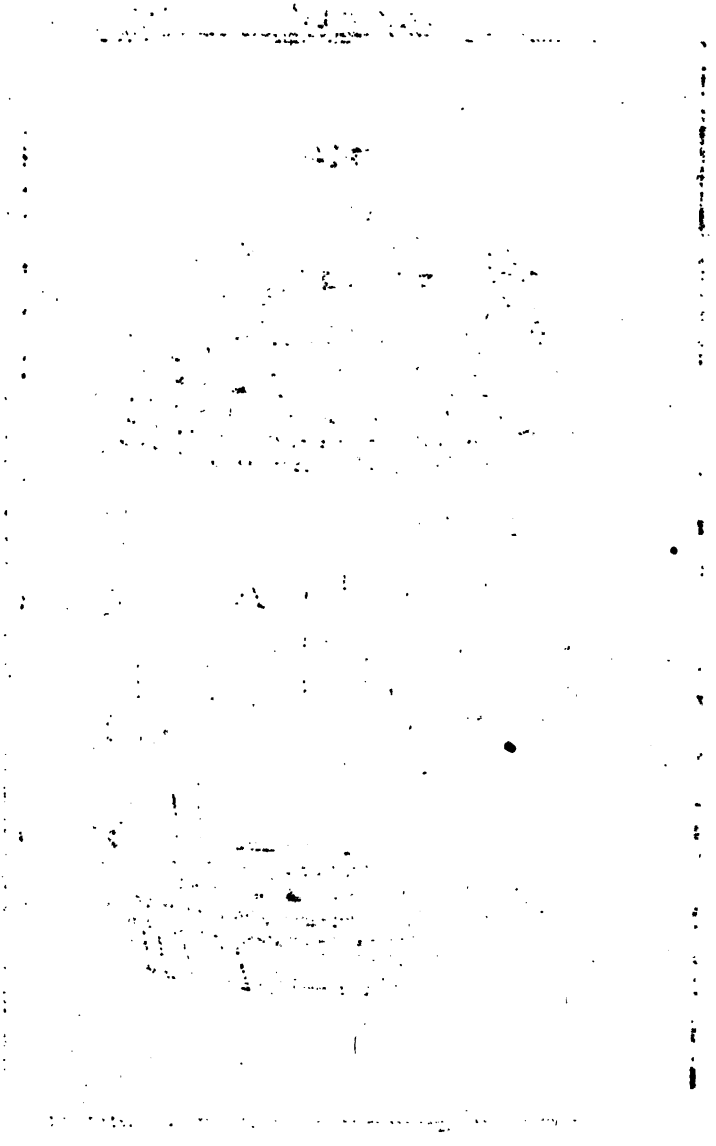
Queſta Botticella è ancora utiliſsima in tutti i caſi ove l'acqua è rara, mentre con una piccola quantità d'acqua ſi potrà fare quello che ſi farebbe con una quantità molto conſiderabile, equivalendo l'acqua di una di queſte botticelle a una gran quantità di acqua gettata in qualſivoglia altra maniera.

Pare ancora che queſto modo ſia ſufficiente a fermare totalmente un incendio ſucceduto alla campagna in una Teggia piena di paglia, e di fieno. Queſta Botticella è di un mirabile ſoccorſo negl' incendj de' Magazzini, o cave rlpiene d'acqua vite, d'ogli ec. Quando non ſi potrà porre nel principio dell'incendio la Botticella, per fare che faccia qualche effetto, ſe ne adoprerà più d'una dopo l'altra, ovvero più inſieme, e delle più grandi.

Biſogna avvertire, che ſe ſi voleſſe eſtinguere l'incendio fatto in una camera, o magazzino in Volta, di moderar l'effetto della polvere, meſcolandola con altre materie, o diminuirne la ſua quantità, acciocchè l'urto di eſſa non faceſſe rovinare la Volta della Camera, o Magazzino. E perchè le Botticelle più groſſe ſono difficili da condurre nell'luogo dell incendio, a ciò ſi penſa, che più botticelle piccole gettate le une dopo le altre poſſon ſupplire.

Monſieur Geoeffroy il giovine nello ſteſſo Tomo dice, che ſe ſi prende due parti di Sal alkali, una di Salnitro, e una di Sal marino, e una mezza parte di Zolfo, ponendo queſta polvere ſopra un legno ridotto in bragia, ſi fa una ſpecie di fulminazione, la quale pone in fuſione il Sale marino, e il Sale alkali, che penetra nelle bragie, e legno incenerendolo


D
A
B



incenerendolo ed eſtinguendolo.

Dalla ſuddetta coſa ricavaſi, che in cambio dell' acqua pura poſta nella botticella, farà maggior effetto un' acqua, nella quale ſia ſtato ſciolto tanto ſale quanto ne potrà riſolvere, come per eſempio dell' allume, o pure del ſal marino, e del ſal alkali, e ciò perchè queſti ſali impediſcono al fuoco di riaccenderſi, molto meglio che non fa l' acqua ſemplice. Tutta la queſtione conſiſte nel ſapere, ſe la piccola quantità di ſale, la quale potrà eſſer ſciolta dall' acqua di una delle dette botticelle, ſia ſufficiente per produrre un effetto ſenſibile ſopra le bragie di una camera acceſa, la qual coſa ricerca delle eſperienze.

TROMBA.

Per eſtinguere gl' incendj, inventata da M. di Fay *l' anno* 1725. *alla ſimilitudine di quella del Signor* Jacopo Leopoldo *Mattematico, e Meccanico del Re di Pruſſia, tratta dalle Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Parigi del ſuddetto anno.*

AB Tav. XXXV. *Figura* 2. è un corpo di Tromba di rame longa circa un piede, e di diametro interiore due pollici. Alla ſua eſtremità inferiore *B* è ſaldata una valvola di Rame, la quale ſi alza nel tempo ſteſſo che il piſtone laſcia d' entrare l' acqua nel corpo della Tromba, la qual acqua, ricadendo la ſteſſa valvola, l' impediſce ad uſcire. *C* è un canale di rame curvato, il quale è ſaldato al capo della Tromba, con la quale ha comunicazione, e

si allarga nella ſua parte ſuperiore in forma d'imbottatore per ricevere una ſeconda valvola pure di rame, la quale vi è ſaldata. Queſto primo pezzo così conſtruito ſarà racchiuſo nello Elliſſoide di rame *D Figura* 3. in modo tale che il corpo della Tromba uſcirà un poco nelle ſue eſtremità, come ſi vede nella ſteſſa figura.

Nella parte d'abbaſſo di queſto Elliſſoide, ovvero Ballone, come in *E* ſi ſalderà un cannello di rame aſſai lungo in modo che arrivi in circa all'altezza della Tromba; nell'eſtremità *F* di queſto canale ſe ne può accomodare un altro di cuojo nel modo delle Trombe ordinarie, al capo del quale vi ſarà una aggiunta, la quale ſervirà a dare quella quantità d'acqua che ſi giudicherà a propoſito.

Eſſendo in tal modo terminata la Macchina coll'inviluppo di rame eſattiſsimamente ſaldato ſi diſporrà in un Vaſo di legno, ovvero in un ſecchio di rame della grandezza che ſi vorrà, nel quale ſi aſſoderà bene nel modo che ſi vede nella *Figura* 4. o in altra maniera che ſi voglia.

G è una tavola groſſa attaccata al fondo del ſecchio, e forata con un buco uguale al capo inferiore della tromba, per ricever eſſa Tromba, e ritenerla ſenza alcun movimento; queſta tavola può avere alcuni altri buchi in *H* per laſciar entrar l'acqua nel corpo della tavola: ſi aſſoderà medeſimamente l'eſtremità ſuperiore della Tromba che eſce al diſopra dell'Elliſſoide con un pezzo di ferro, o di legno il quale abbia un goletto che contorni la Tromba, e ſarà attaccata per le due eſtremità ai bordi del ſecchio, ſe queſto ſecchio ſarà di rame,

allora

allora ſarà più facile aſsicurarla ſenza alcun movimento; ſi può fare che reſti ſempre così, ponendovi un rampino per poterla levare quando ſi vuole dal ſecchio.

Il tutto eſſendo così preparato, e diſpoſto nel modo che ſi vede nella *Figura* 4., ed il ſecchio eſſendo riempiuto d'acqua, ſi chiuderà col dito il buco dell'aggiunta *L*, e coll'altra mano ſi alzerà, e abbaſſerà il piſtone in più volte, ciaſcuna volta che il piſtone ſarà alzato l'acqua entrerà per la valvola nel corpo della Tromba, e quando il piſtone ſarà abbaſſato ella uſcirà dal corpo della Tromba, e paſſando per la valvola *K* della 3. *Figura*, entrerà nel ballone *D* ove ella reſterà, nè potendo uſcire pel canale *E* eſſendoſi chiuſa la ſua eſtremità col dito, per conſeguenza l'aria, che occupava tutta la capacità *D* reſterà compreſſa nella parte ſuperiore, e maggiormente ſarà compreſſa allora quando vi s'introdurrà maggior quantità d'acqua.

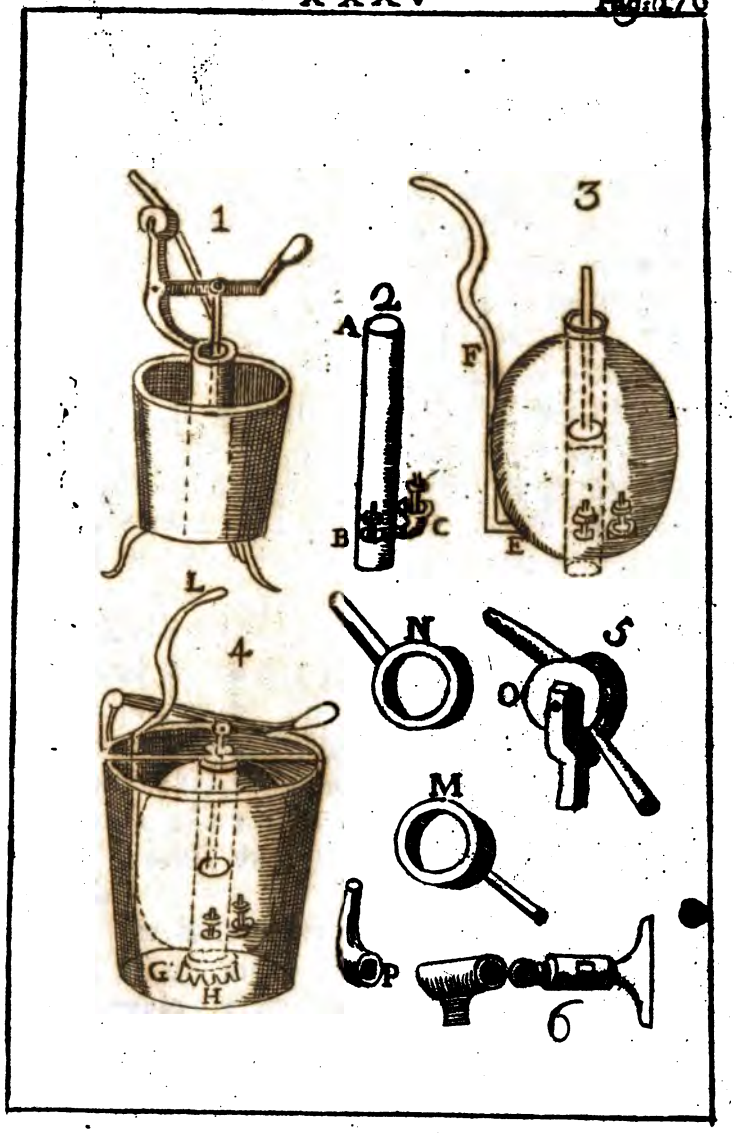
Quando ſi giudicherà dalla reſiſtenza che ſi avrà a far giuocare il piſtone, e che l'aria ſia ſufficientemente compreſſa, ſi leverà il dito dall'aggiunta *L*, e ſi dirigerà il canale in quella dirittura ove ſi vuol far andar l'acqua, e così ſi continuerà a Trombare, e rimettere dell'acqua nel ſecchio, a miſura che quella la quale vi è anderà fuori.

Facilmente ſi conoſce che queſta tromba dee gettar l'acqua ſenza intermiſſione ſempre alla medeſima altezza, perchè la compreſſione dell aria sì poco diminuiſce nel tempo che ſi alza il piſtone, che non ſi può averne ſenſibile differenza, e che ſi può provedere, nella capacità *D* maggior quanti-

tà d'acqua di quella che può uſcire per il capo dell'aggiunta. Così la compreſſione dell'aria eſſendo continuamente nella parte ſuperiore della capacità del Ballone, ella avrà ſempre la medeſima forza per alzar l'acqua nel canale *E*, e farla uſcir con violenza per il buco dell'aggiunta.

Si può ſe ſi vuole, in luogo del canale di cuojo ſervirſi di uno di rame, con una ſpecie di cerniera ſimile a quella che è alla Tromba del *Signor Leopoldo*; e queſta è compoſta di due pezzi di rame, come ſi vede in *N* ed *M Figura* 5. che eſſendo uniti aſſieme hanno la figura *O*, e alla cavità interiore di uno di queſti due pezzi, corriſponde il canale che ſaliſce dalla parte d'abbaſſo dello inviluppo di rame, ed all'altro è attaccato il capo del canale, che porta l'aggiunta, queſti due pezzi di rame ſono bene uniti nelle parti che ſi toccano e ſono ſerrati l'uno contro l'altro con una vite come ſi vede nella *Figura* 5. ſarà ancor più comodo da eſeguire, ponendo nell'eſtremità del canale un Galetto come ſi eſprime nella *Figura* 6. La chiave di queſto Galetto è forata ſecondo la ſua lunghezza, e la ſua eſtremità che è prolungata porta una vite che entra nella madre vite dell'aggiunta ricurvata *P*, con tre buchi che paſſano da parte a parte queſta chiave comunicando coll'apertura fatta ſecondo la ſua lunghezza, e laſciando paſſaggio libero all'acqua da qualunque lato ſi giri la chiave per dirigere l'aggiunta verſo il luogo ove ſi vuole mandar l'acqua; ſi può laſciare uno dei buchi di queſta chiave chiuſo, affine di non aver la briga di tenere il dito al capo dell'aggiunta.

Queſta


1
2
A
B
C
3
F
E
4
L
G
H
N
5
O
M
P
6

Queſta diſpoſizione richiede un poco di apparecchio come il canale di cuojo, ma ha due avvantaggi conſiderabili, l'uno che ella non ricerca alcun incomodo per conſervala come il canale di cuojo, il quale è neceſſario conſervare in luogo umido per poterſene ſervire, e l'altro che l'aggiunta reſta ſempre diretta nel luogo ove ſi mette ſenza avere biſogno di tenerla colla mano, la qual coſa fa che quello il qual Tromba non viene faticato, e ſi può ſervire di tutte due le mani, ovvero alternativamente dell'una, e dell'altra.

Avendo con queſto mezzo evitata la neceſsità di conſervare una coſa che pare che lo richiedi, reſta a fare in modo che il piſtone non ne abbia biſogno maggiore. *Il Sig. Leopoldo* dice bene che la ſua Tromba è tale, che il piſtone non ſi diſſecca, e che egli non ha alcun incomodo per averne, ma non deſcrive il modo che ſi conſtruiſce.

Quello che ho trovato riuſcir meglio è un unione di pezzi di capello tagliati bene eſattamente ſopra il diametro del corpo della Tromba, e ſerrati mediocremente forte fra due tavole di rame, queſto piſtone eſſendo ſtato una volta bene unito non ricerca altra oſſervazione, e fa ſempre il medeſimo effetto, benchè ſiaſi ſtato un anno o più ſenza farne uſo.

Come che la leva, la quale ſerve per alzare il piſtone, ha un moto circolare attorno il ſuo punto d'appoggio, e che per conſeguenza il piſtone non ſaliſce perpendicolarmente, ho preſa la precauzione di fare nella parte ſuperiore del piſtone un cannone di rame di un pollice di diametro, nel

quale giuochi liberamente il manico del piſtone. Con queſto mezzo ſi può fare andare eſattiſsimamente il piſtone da un capo all' altro del corpo della Tromba, benchè baſti farlo fare quattro cinque pollici di camino, per avere tutto l' effetto, che ſi può ſperare.

MACCHINA

Per eſtinguer gl' incendj, tratta dalle eſperienze Fiſiche di M. Polinier.

Tav. XXXVI. *Figura* 1. *AB* è una tavola attaccata, e intagliata a traverſo ſopra un' altra *CD*; l'una, e l'altra di conſiderabil groſſezza. *AB* porta in *EF*, e in *GH*, i capi di due Trombe sopra quattro eminenze, fra le quali ſono quattro cannelli. *FG* è uno ſpazio un poco incavato per portare il capo del vaſo il quale è fra queſte Trombe. *CD* contiene quattro fori ne' ſuoi due capi, che ſervono a ritenere per di ſotto i capi di quattro viti lunghe, come vedeſi in *DDDD Figura* 8. E queſte due tavole così accomodate con queſte quattro viti, ſono poſte ſopra il fondo della Tina *IL Figura* 2.

Queſta Tina *IL* è di rame alta 16. pollici, come ſono le Trombe *M* ed *N Figura* 3. ed è lunga circa 20. pollici, e fatta in forma ovale; potrebbe però eſſere anche di legno.

Figura 3. *M* ed *N* ſono due canali di rame di quattro pollici di diametro, i quali ſono le Trombe. Nella parte inferiore di ciaſcheduno vi è una apertura della grandezza di un pollice, e tre quarti;

ti, alla quale è attaccata una animella o sia valvola di rame mediante una cernicra come *K Figura* 4. Questi due canali *M* ed *N* sono attaccati al vaso *OP*, che ha otto pollici di diametro con due cannelli di comunicazione, i quali hanno delle animelle in questo vaso *OP* che è chiuso nella parte superiore *O*. Questi cannelli di comunicazione sono coperti di cuojo, e legati con corde impeciate. *PQ* è un canale per condurre l' acqua fuori del vaso *OP*.

Queste Trombe *M* ed *N*, ed il vaso *OP* essendo così disposte sono situate nella Tina *IL Figura* 2. sopra il legno *AB*, *Figura* 1. e attorno a questa è appoggiato il contorno della Cassa *ST Fig.* 5. forato con una moltitudine di fori, che serve di crivello, per impedire, che le lordure non abbiano coll'acqua l' ingresso nelle Trombe.

Il pistone *AD Figura* 6. è composto d'un legno rotondo *BC*, ai due capi *BC* vi sono due altri rotondi di Sughero, sopra i quali sono inchiodate due pelli o cuoj, e sopra queste ne sono cucite due altre di modo che sono in linea retta *AC* e *BD*. Questi tre rotondi *AB*, *BC*, *CD*, sono ritenuti da una brocca, e in uno de' suoi capi è un anello per ricevere l' uncino d' un manico; nel suo altro capo in *E*, è una vite con una madrevite, la quale fortemente serra questo pistone *AD*; e questa madrevite è ancora ritenuta da un altra piccola vite, queste viti e madreviti sono nel capo del pistone più profonde, che il bordo *A* del cuojo, di circa due pollici.

FG, ed *HI*, *Figura* 7. è uno ſteſſo pezzo di legno di circa tre pollici di groſſezza. In *L* ed *M* ſono due aperture per mettervi il capo ſuperiore delle Trombe. Verſo il capo *F* ſono due altri fori, e ancora verſo *G*. *C* è fatto per ricevere le viti dove *FG* ſarà ritenuto dal di fuori della Tina. E nello ſpazio *HI* ſono quattro altri fori per contenere i capi delle viti dove *FG* ſarà ritenuto pel di dentro della Tina.

AB Tav. XXXVII. *Figura* 8., è una bara o leva di ferro attaccata in *C* a un aſſe portato da due ferri attaccati ad altri fortemente ritenuti ſopra il legno in *DDDD* delle viti del di dentro della Tina. Queſti due ferri, i quali portano l'aſſe, ſono ancora attaccati l'uno all'altro da una cavicchia di ferro come *Z* Tav. XXXVI. *Figura* 9. Il pezzo di legno poſto ſopra la Tina è ancora attaccato da quattro viti *EEEE*, a un altro forte pezzo di legno *FG* appoggiato ſopra queſta Tina: In *H* ed *H* lungo dall'aſſe al punto d'appoggio *C* circa 4. pollici. Sono attaccati a *AB* i capi delle mani, che dei piſtoni come quelle dei piſtoni *IK*, di modo che eſsi ſono mobili ciaſcheduno attorno un piccolo aſſe ſimile a *Z Figura* 9.

Figura 8. *LLLL* è un telajo di legno per portare ſopra il ſacco *LM* fatto di coltre impeciata. Queſto ſacco è continuato da un cannello *OOP* pure di coltre impeciata, ed è lontano dalle Trombe ſecondo il luogo ove ſi cava l'acqua, ed aſſai lontano da quelli, che fanno movere i piſtoni per non imbarazzarli. In *N* è una rete le cui maglie ſono ſtrette per impedire, che qualche lordura non ſi

meſcoli

meſcoli con l' acqua, lo che impedirebbe le animelle.

Queſto canale può eſſere lontano, aggiungendovi una o più parti attaccate con viti, e madreviti in *OOO* ec. ſi poſſono ancora accorciare ſecondo il biſogno. Finiſce nell' apertura *P* della Tina ove è attaccato.

QRS è un canale di rame, che ſerve per condur l' acqua fuori del vaſo, che è fra le Trombe. In *S* è attaccato il principio del canale di cuojo *STTV*. Queſto cuojo è unto di ſego, o cera ec. per renderlo pieghevole, e non lordi le mani, ed è imbevuto d' infuſione di coloquintida, ovvero altra ſimile preparazione per difenderlo da' ſorci, *VX* è un canale di rame lungo circa tre piedi, e di un pollice e mezzo di diametro in *V*, e di 4. linee in *X*. Il canale di cuojo *STV* può eſſere allontanato quando biſogna ſalire in alto, e non deeſi che aggiungervi delle porzioni *TT* con delle viti, e madreviti di rame; e per non volgere tutto il canale di cuojo quando ſi allunga, in queſti luoghi *TT* ſi può accomodare delle madreviti, ovvero delle viti giranti.

Verſo il capo *A* e *B* della leva ſono dei cannelli per paſſar il legno nel ferro, lunghi quattro piedi in circa *Figura* 10., *Y* e *Y*, e con queſto, due o quattro uomini follano fortemente ed alternativamente ſopra i capi *A* e *B* della leva.

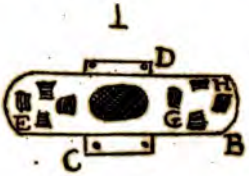
Al pezzo di legno *FG* ſono attaccate quattro corde a degli uncini di ferro. Con queſto mezzo quattro uomini portano tutto l' equipaggio ne' luoghi ove è neceſſario.

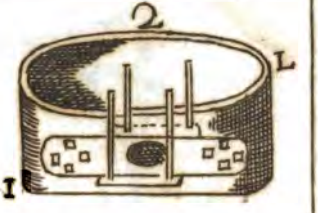
Ho veduto di queſti ſtrumenti ne' quali non v' era che la parte *AC* della leva, ritenuta in *C*; la Tromba

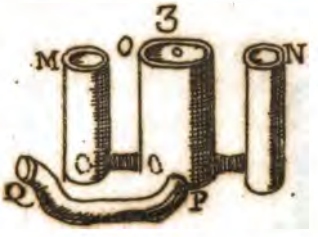
la *HI* e il vaſo, che vi è attaccato col cannello *QR ST*, che eſce. La Tina più piccola, e il reſto a proporzione.

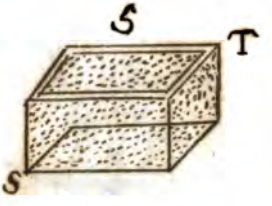
L'uſo è di mettere molt'acqua nel ſacco *LLM* la quale va nella Tina. Allorche *B*, e il piſtone *K* ſono alzati, l'acqua entra in queſta prima Tromba, e quando *A* ed il piſtone *I* ſono alzati, l'acqua entra in queſta ſeconda Tromba; ma il piſtone *K* folla nello ſteſſo tempo l'acqua della prima Tromba, la cui animella ſi ferma, e un altra animella è aperta nel vaſo che è fra le Trombe; e queſt'acqua v'entra. Quando il piſtone *K* è ancora alzato, l'acqua della ſeconda Tromba premuta dal piſtone *I*, e l'animella di queſta ſeconda Tromba ſi chiude, e un'altra s'apre nel vaſo, che è fra le Trombe, ove queſt'acqua v'entra ancora. Ciaſcuna animella di queſto vaſo eſſendo chiuſa dal peſo dell'acqua, allorchè ciaſchedun piſtone dal medeſimo lato è alzato, e l'aria eſſendo premuta da queſt'acqua nella parte ſuperiore di queſto vaſo, ſi fa col ſuo sforzo una preſsione continua con le preſsioni alternative di questi piſtoni. Allora continuando ad elevare, e ad abbaſſare fortemente i capi *A* e *B* l'acqua è cacciata impetuoſamente pel canale *QRSTV*, ed eſce per la piccola apertura *X*, con una velocità, forza, e diſtanza ſorprendente.

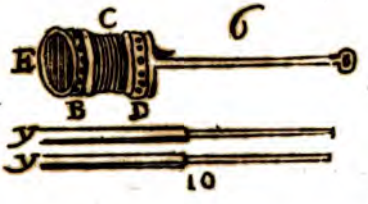
DESCRIZIONE


1
D
H
E
G
C
B


2
L
I


3
M
O
N
Q
P

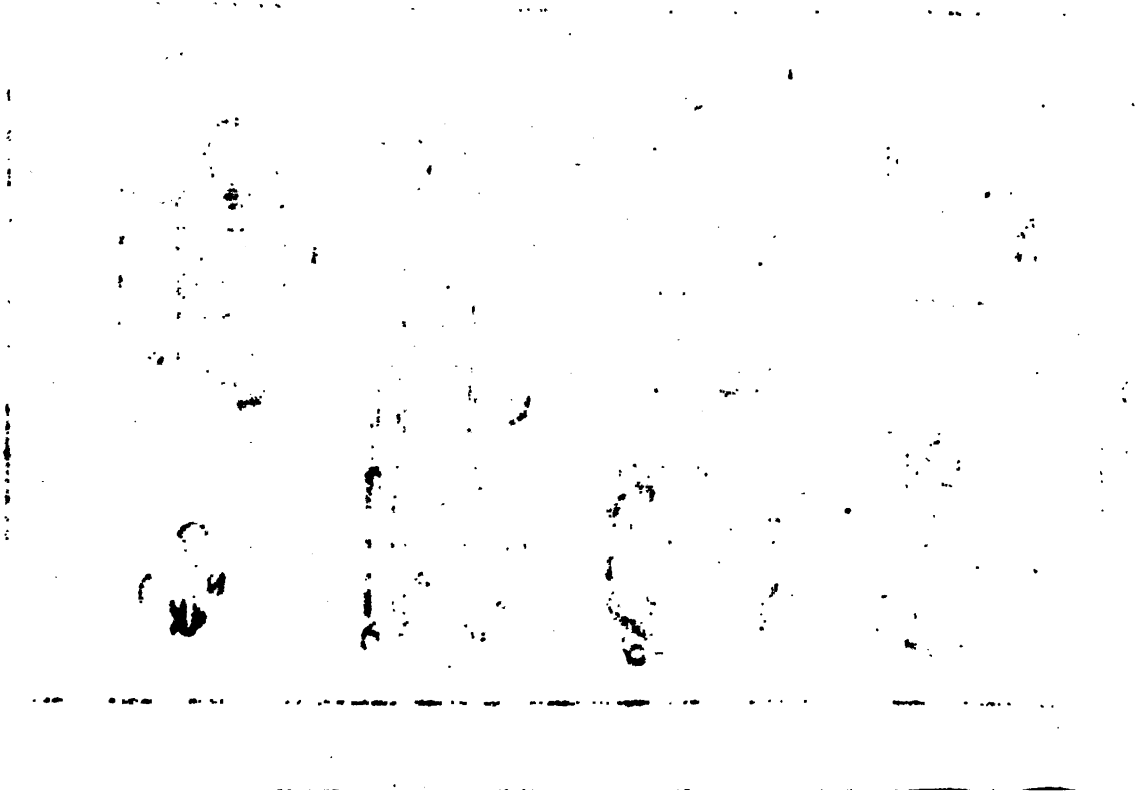

5
T
S

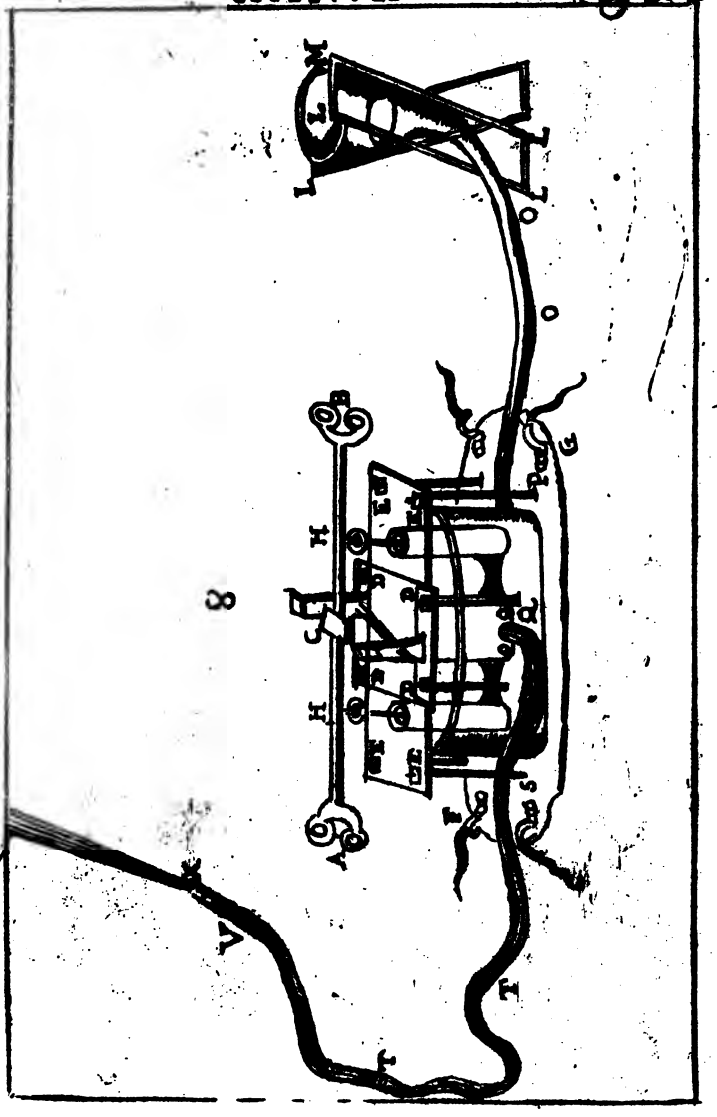

C
6
E
B
D
y
y
10

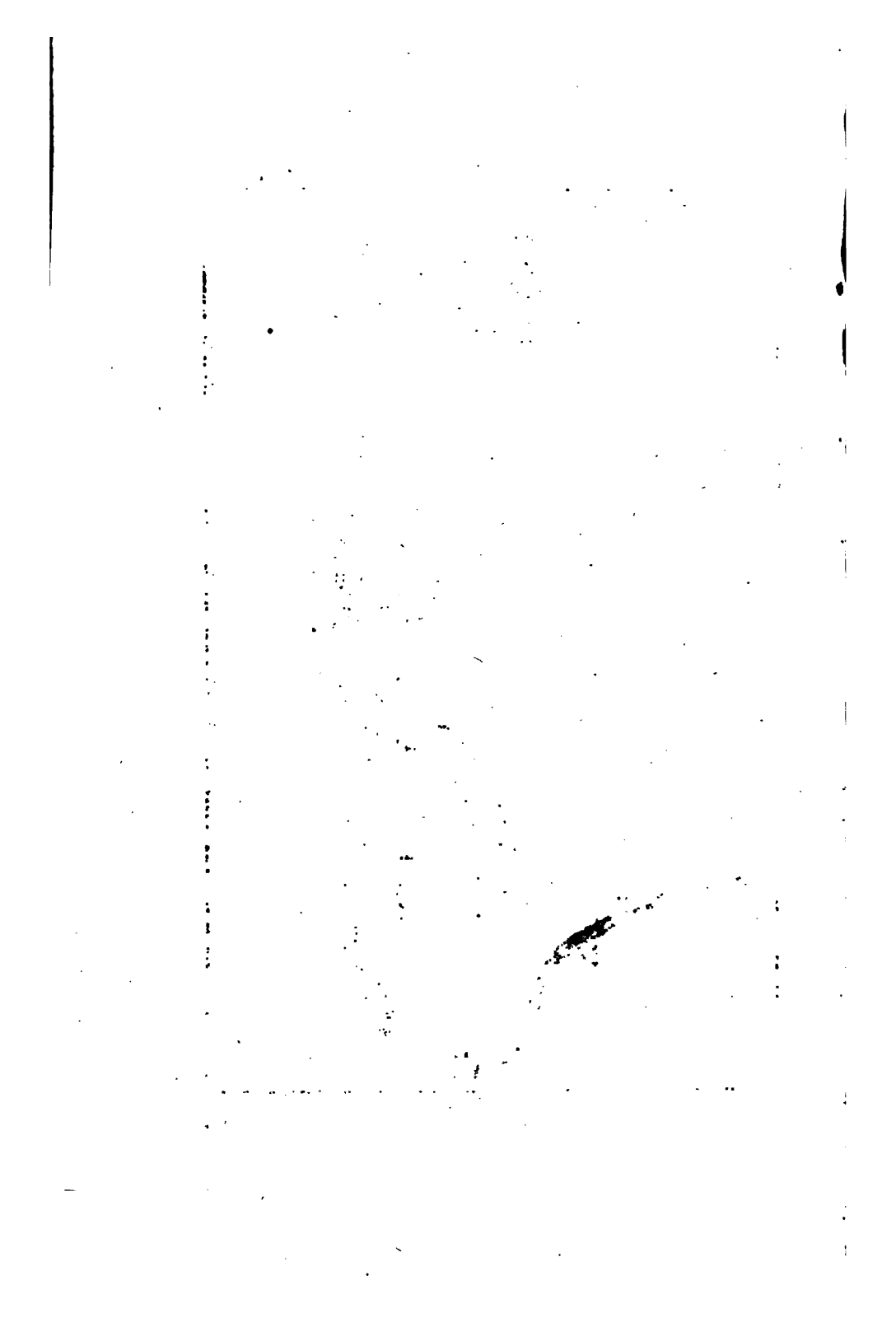
4
R

z
9

7
F
L
M
G







DESCRIZIONE

Di uno Strumento proprio per misurare le Botti, e gli altri vasi, che servono a contenere dei liquori di M. Camus, *tratto dalle Memorie della Reale Accademia di Parigi nel Tomo dell' anno* 1741.

Lo strumento del quale voglio dare la costruzione è un bastone, mediante il quale si misurano i differenti diametri, e la lunghezza di un vaso proposto, il quale dà mediante la sua graduazione senza alcun calcolo la capacità di questi vasi.

Benchè lungo tempo sia, che si usano dei bastoni simili in qualche cosa a quelli che io propongo, e che si è avuto in Parigi una Comunità di misuratori da Botti, i quali misurano con questi bastoni, non se ne conosce però la loro costruzione, ed il loro uso è un secreto, che questi misuratori hanno fedelmente conservato alla loro Comunità.

La comodità di questi bastoni ha fatto desiderare ai Mercanti, che commerciano i liquori e agli appaltatori del Re che ne cavano dei diritti, di avere uno Strumento simile per conoscere giustamente la capacità delle Botti.

I Mercanti hanno fatto fare dei bastoni chiamati *Veltes*, che s' introducono nelle Botti pel cochiume, e con li quali si misurano, per così dire, diagonalmente le distanze che si trovano dal cochiume alle estremità inferiore dei fondi.

Questo bastone essendo diviso in misure, le quali a prenderle dalla estremità del bastone sono radici

dici cube di una progreſſione aritmetica, e ſono numerate per i termini di queſta progreſſione, fanno vedere tutto in un colpo la capacità della Botte, ſe la Botte è ſimile a quella, ſopra la quale è ſtata fabbricata la Velta.

Suppoſto dunque che tutte le Botti ſieno ſimili, e in effetto ſono pochiſſimo differenti in una Provincia; ſi può ſervire indubitatamente della Velta ſenza dubbio di commettere un errore ſenſibile nella Provincia, ove ella è ſtata verificata ſopra le Botti che vi ſono in uſo. Si può ancora ſervirſene nelle altre Provincie ove ſi sa che la figura delle Botti è a un dipreſſo ſimile, benchè le capacità ne ſieno differenti.

Ma vi ſono delle Provincie ove la figura delle Botti è così differente da quella, per la quale la Velta è ſtata fatta, ed è ancor facile alterare la capacità di una Botte ſenza cangiar nulla alla diſtanza, che vi è dal ſuo cochiume all' eſtremità inferiore del ſuo fondo, nel qual caſo ſi commetterebbero degli errori aſſai conſiderabili, ſe ſi ſerviſſe indiſtintamente della Velta per miſurare tutte le ſorte di Botti.

La Velta non dee eſſere dunque riguardata come uno ſtromento proprio a miſurare ſicuramente tutte le ſpezie di Botti, biſogna ricorrere a qualche altro mezzo nelle Città, come Parigi, ove ſi conducono da tutti i Paeſi dei liquori in Botti di figure eſtremamente differenti.

Come che il baſtone dei Miſuratori da Botti è proprio a miſurare delle Botti di tutte le ſpezie, gli appaltatori del Re che levano dei diritti ſopra i liquori,

i liquori, hanno fatto fare una misura all'imitazione di quella dei misuratori da Botti; ma o sia che questa misura abbia qualche difetto nella sua costruzione, o sia che i sostituiti negligono qualche precauzione nell' uso che ne fanno, ella passa per meno esatta di quella dei misuratori da Botti. Siasi come si voglia, come che la costruzione, e l' uso di questa misura non sono cogniti, che a poche persone, che ancora ne fanno misterio, il pubblico non ha nulla guadagnato nella sua intenzione, e non è più nello stato che era di assicurarsi, se gli si rende giustizia, sopra la quantità di liquore che se gli vende, e sopra il diritto che se li fa pagare.

Queste considerazioni mi hanno eccitato a travagliare sopra la misura delle Botti, e ho costruito un bastone col quale si può senza alcun calcolo trovare la capacità di tutte le sorte di Botti.

Costruzione della Misura delle Botti.

La misura delle Botti che propongo, è relativa alla pinta di Parigi, che contiene 48. pollici cubi.

Per conoscere la mia misura ho supposto che la pinta sia un cilindro di 5. pollici 9. linee $\frac{61}{100}$ di diametro sopra un' altezza di un pollice 9. linee $\frac{8}{10}$. Avrei potuto prendere qualunque altro cilindro della medesima capacità, ma questo mi ha parso più comodo.

La divisione della riga che serve a misurare i diametri, comincia dunque a 69. linee $\frac{61}{100}$ dalla sua estremità, e la divisione del bastone che serve a misurare

a misurare le lunghezze comincia a 21. linee $\frac{8}{10}$ di un punto, che può essere riguardato come l'estremità del bastone, ma che 46. linee dal cochiume, perchè si contano 46. linee per le salite delle caprugini, e le grossezze dei fondi nelle Botti ordinarie.

Figura 1. Fra 69. 61. linee diametro di una pinta e 696. 1. linee diametro di 100. pinte, ho preso 999. mezzi proporzionali, i quali ho segnati sopra la scala de' diametri, e che ho numerati da 5. in 5. per i termini della progressione aritmetica, 0., 5., 10., 15., ... 1000. mettendo o al primo termine 69. 61. linee, e 1000., all' ultimo termine 696. 1. linee.

Figure 2. fra 21. 8. linee, lunghezza di una pinta è 2180. linee lunghezza di 100. pinte ho preso parimenti 999. mezzi proporzionali geometrici, e ho numerato da 5. in 5. i termini di questa progressione per i termini della progressione aritmetica, 0., 5., 10., 15., 20..... 1000. mettendo zero al primo termine 21. 8. linee, e 1000 all' ultimo 21. 80. linee.

Le divisioni delle mie due righe essendo i termini di due progressioni geometriche, e i numeri per i quali le ho segnate, essendo i termini di due progressioni aritmetiche, egli è chiaro che i numeri delle mie divisioni sono i logaritmi delle divisioni medesime, o piuttosto le distanze di queste divisioni dall' estremità di questa riga.

Figura 3. Il bastone ha un gregame nel quale è collocata una riga che vi scorre; due lati della riga sono divisi, e il bordo del gregame è ancor esso diviso. Io voglio spiegare queste tre divisioni.

Il

Il bordo del gregame è diviso cominciando dalla sua estremità ove è zero, in parti uguali di grandezze qualunque numerate di 10. in 10., le quali sono destinate a rappresentare i logaritmi de' quali ho parlato, o sia per i diametri, o sia per le lunghezze.

Un lato della riga nascosto nel gregame è anch' esso diviso in parti uguali della medesima grandezza di quelle del bordo del gregame, e queste parti di divisioni sono fatte per rappresentare i logaritmi delle capacità dei vasi che si avranno da misurare.

In fine il lato superiore, ovvero apparente della riga è diviso in parti inuguali numerate dai numeri dei septieri, e pinte, che rispondono ai logaritmi segnati sopra il primo lato. Ecco come questa divisione è fatta.

Il diametro di un cilindro di 100. pinte, la sua altezza essendo 21. 8. linee è numerata per 1000. che è il suo logaritmo, ovvero che è lo stesso, la lunghezza di un cilindro di 100. pinte, il cui diametro è 69. 61. come quello di una pinta, è numerato per il suo logaritmo 1000. sopra la scala delle lunghezze; così ho situate 100. pinte, ovvero 12. septieri, 4. pinte sopra la parte superiore della riga mobile, nel luogo ove risponde il logaritmo 1000.

Il numero delle pinte essendomi dato col suo logaritmo 1000., ho posti gli altri numeri di pinte col mezzo della Tavola dei logaritmi, facendo per ciaschedun numero di pinte che ho voluto situare questa operazione.

Come

Come il logaritmo di 100. preſo nelle tavole è a 1000., rimpetto al quale ſi ſono poſte 100. pinte.

Ancora il logaritmo di un numero di pinte, che ho voluto porre, è al numero della diviſione a lato del quale ho poſto queſto numero di pinte.

Per queſta proporzione ſi vede che non ho preſa che la metà delle 4. prime figure dei numeri artificiali delle tavole, ſupprimendo il punto, e che queſta metà mi hanno dato i numeri delle diviſioni, rimpetto alle quali ho poſti i termini della progreſſion naturale delle pinte.

Uſo dello Strumento.

L'uſo dello Strumento, del quale ho data la conſtruzione, è eſtremamente facile, allorchè i vaſi che ſi propongono da miſurare ſono cilindrici, perchè la pinta ſopra la quale egli è ſtato conſtruito, è ſtata riguardata come un cilindro, ma comechè le Botti che ſono il principal oggetto della miſura, non hanno la figura di cilindro, io voglio eſaminare ſe ſi poſſano rapportare a qualche figura, la quale abbia col cilindro un rapporto facile da trovare. Fino al preſente non ſi ſono rapportate le figure delle Botti che a tre ſpecie di ſolidi cogniti.

1. Si è riguardato le Botti come due Coni tronchi, oppoſti dalle loro gran baſi.

2. E' ſtato conſiderato come due tronchi di paraboloidi oppoſti per le loro maggiori baſi.

3. In fine è ſtato riguardato come un Elliſſoide allungato, e troncato per i due capi perpendicolarmente al ſuo aſſe di rivoluzione.

Egli

Egli è evidente che la prima figura è quella delle tre che è la più lontana dalla figura di una Botte. Il ſecondo ſolido vi ſi avvicina più, ma ha il difetto di rappreſentare la Botte come ſe foſſe tagliata per il circolo del ſuo mezzo aſſe. In fine il terzo ſolido è difettoſo in queſto, che le doghe della Botte avrebbero la loro maggior curvatura alle loro eſtremità, quando ſono più curvate nel mezzo, di modo che calcolando le Botti ſecondo queſta ipoteſi, ſi potrebbe loro attribuire maggior capacità di quella che hanno. Conoſcendo i difetti di queſte tre figure, ne ho cercata una quarta più conforme alla curvatura che apparisce avere le Botti.

Figura 4. Una doga *ABCDE*, che aveſſe la curvatura d'una teſta di parabola nella ſua parte mezzana, che riſponde alla metà *BD* della lunghezza della Botte, e che ſarebbe diritta nelle ſue parti reſtanti *AB*, *DE*, mi ha parſa eſente dagl'inconvenienti che ho trovati nei tre ſolidi, ai quali quelli che hanno trattato della miſura, hanno creduto dover rapportare le figure delle Botti, mentre con una tal figura la doga avrà la ſua maggior curvatura nel ſuo mezzo, e rappreſenterà aſſai bene quella che ſi vede nelle Botti. Mi ſon dunque fermato a queſta curvatura come a quella che mi potrebbe dare la capacità che devo trovare, o alla quale devo avvicinarmi ſenza errore ſenſibile.

PROBLEMA.

Figura 4. *Essendo dati, la lunghezza interiore GF della Botte, il suo diametro CN preso nel mezzo della sua lunghezza, e il diametro AM del suo fondo; trovare la capacità allora quando le doghe ABCDE hanno nella loro parte mezzana BD che risponde alla metà della lunghezza della Botte, la curvatura d'una parabola la di cui sommità è in C, e che li capi BA, DE delle medesime doghe sono delle tangenti della parabola.*

SOLUZIONE.

Sia $GI = l$, $CI = a$, $AG = b$, si avrà $OL = a - b$, e per l'ipotesi $BK = \frac{1}{2} l$; e prolungando AB fino all'asse della parabola in O, si avrà $KL = KO$, e $KC = \frac{1}{2} KO = \frac{1}{2} KL$, e per conseguenza $KC = \frac{1}{3} CL = a - b$.

Il segmento parabolico BKC sarà dunque $\frac{2}{3} BK \times KC \frac{1}{3} l \times a - b$. Il punto P dell'asse ove risponde il centro di gravità P di questo segmento, darà $CP = \frac{3}{5} CK = \frac{3}{5} ab$, così si avrà $IP = 4a + b$.

Prendendo m per il rapporto della circonferenza al diametro si avrà la circonferenza descritta per il punto $P = 2m \times 4ab$, così il solido generato dalla rivoluzione del segmento BKC, sarà $m l (8aa - 6ab - 2bb)$.

Il

Il cilindro generato dalla rivoluzione del rettangolo BI, è $m \times BK \times (BH)^2$; ma $BK = \frac{1}{3} l$, e $(BH)^2 = (2a+b)^2 = 4aa+4ab+bb$ così il cilindro generato dalla rivoluzione del rettangolo BI ſopra l'aſſe GF, ſarà $\frac{ml}{2}(\frac{4aa+4ab+bb}{9})$.

In fine il tronco di cono generato dalla rivoluzione del trapezio $AGHB$, è $m \times GH \times [(BH)^2 + BH \times AG + (AG)^2]$; ma $GH = \frac{1}{6}$ e $\frac{3}{(BH)^2} + BH \times AG + (AG)^2 = \frac{4aa+4ab+bb}{9} + \frac{2ab+bb+bb}{3} = \frac{4aa+10ab+13bb}{9}$; così il tronco di cono generato dalla rivoluzione del trapezio $AGHB$, è $\frac{ml}{6}(\frac{maa+10ab+13bb}{9})$, aggiungendo inſieme queſti tre ſolidi di rivoluzione, ſi avrà, dopo di aver ridotto ogni coſa al medeſimo denominatore, $ml(\frac{64aa+37ab+34bb}{135})$ per la capacità della mezza Botte. Che era ciò che biſognava trovare.

COROLLARIO I.

Dunque ſe ſi fa uguale alla lunghezza intiera GF della Botte, ſi avrà la capacità della Botte intiera $= ml(\frac{64aa+37ab+34bb}{135})$.

COROLLARIO II.

Dunque $(\frac{64aa+37ab+34bb}{135})$ è il quadrato del raggio mezzano della Botte.

OSSERVAZIONE.

1. Conſiderando la Botte come due tronchi di cono, ſi troverebbe per la ſolidità $ml\,(aa+ab+bb)$.
3

2. E conſiderandola come due tronchi di paraboloidi, ſi troverebbe la ſolidità $=ml\,(aa+bb)$.
2

3. E conſiderandola come un Elliſſoide allungato, e troncato dai due capi, ſi avrà la ſolidità $=ml\,(2aabb+bb)$
3

4. Dando alla doga la curvatura di una parabola nel loro mezzo, e facendole diritte dai capi, abbiamo trovato $ml\,(64-aa+37ab+34bb)$.
1 3 5

5. A queſte quattro formule ne aggiungo una quinta, che è felicemente e eſtremamente comoda nella pratica, la quale dà la ſolidità della Botte $=ml\sqrt[3]{(a^4bb)}$.

In queſte cinque formule, il quadrato del raggio mezzano è fra gli ſcaglioni.

Eſaminiamo intanto nei differenti rapporti del maggior diametro al piccolo, quelle differenze che vi ſono fra i quadrati dei raggi mezzani.

I

Allorchè il maggior raggio è 10., *e il piccolo* 9.

I due tronchi danno ———	90. 33) Quadra-
I due Coni parabolici tronchi —	90. 50) to del
L' Elliſſoide tronco da ———	93. 66) raggio
La curvata miſtilinea che io pro-	) mezza-
pongo ———	92. 50) no.
e $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ ———	93. 2)

II

Allorchè il maggior raggio è 10., *e il minore* 8.

I due Coni tronchi danno — 81. 33) Quadra-
I due Coni parabolici tronchi — 82) to del
L' Ellisfoide tronco da ——— 88) raggio
La curvatura mistilinea che pro-) mezza-
pongo ——————— 85. 45) no.
e $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ ——————— 86. 25)

III

Allorchè il maggior raggio è 10., *e il minore* 7.

I due Coni tronchi danno —— 73.) Quadra-
I due Coni parabolici tronchi — 74. 50) to del
L' Ellisfoide tronco ——————— 83.) raggio
La curvatura mistilinea ——— 78. 93) mezza-
e $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ ——————— 78. 8) no.

IV

Allorchè il maggior raggio è 10., *e il minore* 6.

I due tronchi di Cono danno — 65. 33) Quadra-
I due coni parabolici tronchi — 68.) to del
L' Ellisfoide troncato ——— 78. 66) raggio
La curvatura mistilinea ——— 72. 92) mezza-
e $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ ——————— 71. 2) no.

Come che le doghe in parabola nel loro mezzo, e diritte nei loro due capi, hanno evidentemente la figura che affettano le Botti per l' ordinario, bisognerebbe prendere queſta figura, ſe la formula che viene da queſta figura per la capacità di una Botte foſſe comoda nella pratica; ma queſta formula $ml\left(\frac{64aa+37ab+34bb}{135}\right)$ ha tre termini con dei coefficienti differenti, ancora le operazioni che ella richiede non poſſono farſi con la prontezza che ſi deſidera nell' arte di miſurar le Botti, biſogna dunque ricorrere a un altra formula.

Benchè ſi poſſa rigettare i due coni tronchi, e le due paraboloidi tronche, come che danno troppo poco nel quadrato del raggio mezzano, e che ſi poſſa ancora rigettare l' Elliſſoide tronco per la ragione oppoſta, per attenerſi alla figura della formula $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ per il quadrato del raggio mezzano e come che ſi poſſono incontrare delle Botti alle quali convenivan meglio queſte figure di qualunque altra, e che vi ſono de' vaſi i quali realmente ſono di queſte figure, e ancora ve ne ſon dei cilindrici, per lo che darò il metodo di miſurare i cilindrici, e per trovare le capacità delle Botti ſecondo le cinque formule che ho propoſte.

PROBLEMA L.

Riconoſcere quanto liquido tenga un Cilindro.

Figura 1. e 2.; Miſurate il diametro del cilindro colla ſcala dei diametri, e la lunghezza del cilindro colla ſcala delle lunghezze.

Tirate

Tirate poi la riga mobile fino a tanto che (*Figura* 3.) il numero del diametro viene nell' eſtremità del gregame.

In fine cercate ſopra il bordo del gregame il numero della lunghezza, e troverete rimpetto a queſto numero la quantità dei ſeptieri, e delle pinte, che contiene il cilindro.

Si può ancora tirare la riga mobile fino a tanto che il numero della lunghezza viene all' eſtremità del gregame, allora biſogna cercare il numero del diametro, ſopra il bordo del gregame, e rimpetto a queſto numero ſi troverà la quantità dei ſeptieri, e delle pinte contenute in queſto cilindro.

In queſta operazione la diſtanza che vi è dal zero della riga mobile fino al numero che ſi è trovato ſopra il bordo del gregame, è la ſomma dei logaritmi della ſezione del cilindro, e della ſua lunghezza, così il numero dei ſeptieri e delle pinte che conviene a queſta diſtanza, è il prodotto della ſezione, e della lunghezza, ed è per conſeguenza la capacità del cilindro, come volevaſi moſtrare.

PROBLEMA II.

Miſurare un Vaſo gonfio nel ſuo mezzo, prendendo per il quadrato del ſuo raggio mezzano $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ *che vale a dire la radice cubica della quarta potenza del ſuo maggior raggio, moltiplicata per il quadrato del minor raggio.*

SOLUZIONE.

Figura 1. Eſſendo miſurati il maggiore, e minor diametro colla ſcala dei diametri, e aggiunto al numero del piccolo diametro i due terzi della differenza che vi è dal numero del piccolo al numero del grande, e prendete queſta ſomma per il numero del diametro mezzano, che vale a dire per il logaritmo della ſezione mezzana del vaſo.

Figura 2. Miſuraſi ancora la lunghezza interiore del vaſo colla ſcala delle lunghezze.

Figura 3. In fine avendo tirata la riga mobile fino a tanto che il numero del diametro mezzano venga all'eſtremità del gregame, cercate ſopra il bordo del gregame il numero della lunghezza, e avrete rimpetto a queſto numero ſopra la parte ſuperiore della riga mobile la quantità dei ſeptieri e delle pinte contenute nel vaſo.

DIMOSTRAZIONE.

Prendendo l per ſignificare il logaritmo.

Il numero del maggior diametro è —— $lmaa$
Il numero del piccolo diametro —— $lmbb$
I due terzi della loro differenza $-\frac{2}{3}lmaa-lmbb$
eſſendo aggiunto al numero —— $lmbb$, ſi avrà il numero del diametro mezzano $-\frac{2}{3}lmaa+\frac{1}{3}lmbb$.
E paſſando da queſti logaritmi ai loro numeri, la ſezione del diametro mezzano ſarà $\sqrt[3]{(m^2a^4)} \times \sqrt[3]{(mbb)} = m\sqrt[3]{(a^4bb)}$; e per conſeguenza $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ è il quadrato del raggio mezzano propoſto.

Per

Per il reſto dell' operazione ſi è giunto il logaritmo della ſezione mezzana con quello della lunghezza del vaſo; e così ſi è dovuto trovare al capo della ſomma la capacità del vaſo in ſeptieri, e pinte, ſopra la parte ſuperiore della riga mobile come voleaſi dimoſtrare.

PROBLEMA III.

Miſurare un Vaſo che abbia la figura di due Conoidi parabolici tronchi.

SOLUZIONE.

Benchè le botti non abbiano la figura del vaſo, che ſi propone da miſurare, pereiò non voglio laſciare di dare il modo di miſurare un tal vaſo, affinchè non ſi creda che lo ſtrumento il quale propongo ſia incapace di miſurare le botti conſiderate come due conoidi parabolici.

Figura 1. 2. 3. 1. Si miſurerà il maggior diametro colla ſcala dei diametri, ſi miſurerà ancora la lunghezza colla ſcala delle lunghezze, e avendo tirata la riga mobile fino a tanto che il numero del diametro ſia alla eſtremità del gregame, ſi cercherà il numero della lunghezza ſopra il bordo del gregame, e rimpetto a queſto numero ſi troverà la capacità che il vaſo avrebbe ſe foſſe un cilindro che aveſſe per diametro il maggior diametro miſurato.

2. Si miſurerà il minor diametro, e avendo tirata la riga fino a tanto che il numero del piccol diametro

diametro sia all' estremità del gregame, si cercherà ancora sopra il gregame il numero della lunghezza, e si troverà rimpetto questo numero la capacità che avrebbe il vaso se fosse un cilindro che avesse per diametro questo piccol diametro.

3. In fine si prenderà la metà della somma di queste due capacità, e questa metà sarà la capacità del vaso proposto.

Questa operazione è evidente, mentre la capacità del vaso proposto è un medio aritmetico fra i due cilindri della medesima lunghezza del vaso, l'uno dei quali avesse per diametro il maggior diametro del vaso proposto, e l'altro avesse per diametro il minor diametro del medesimo vaso.

PROBLEMA. IV.

Misurare il liquore contenuto in un Vaso Conico.

SOLUZIONE.

Figure 1. 2. 3. Misurate il diametro della base del cono colla scala dei diametri, e l'altezza del cono con la scala delle lunghezze, avendo poi tirato all'estremità del gregame il numero del diametro, come si è sempre fatto, cercate sopra il bordo del gregame il numero dell'altezza del cono, rimpetto a questo numero troverete una capacità, la quale sarà tripla di quella del cono, perciò preso il terzo di questa capacità, si avrà la misura del liquido contenuto nel cono.

Per

Per prendere il terzo della ſua capacità, ho meſſo ſopra il ſecondo bordo del gregame la figura 3. lontana dal capo del gregame di una quantità $=l$ 3.; e avendo condotto il numero della capacità tripla rimpetto queſto numero 3. ſi troverà ſopra la riga rimpetto il capo del gregame una capacità che ſarà il terzo della prima, e per conſeguenza ſarà quella del cono propoſto.

PROBLEMA. V.

Miſurare la capacità del liquido di un Vaſo che abbia la figura di uno Elliſſoide troncato da due capi.

SOLUZIONE.

La ſezione mezzana del vaſo propoſto è $m\left(\frac{2aa+bb}{3}\right)$ onde queſto vaſo dee eſſer miſurato in due volte.

1. Avendo miſurato il maggior diametro e la lunghezza del Vaſo colle loro Scale, tirate la riga fin' a tanto che il numero del maggior diametro ſia rimpetto a $\frac{2}{3}$, e cercate ſopra il bordo del gregame il numero della lunghezza, e avrete rimpetto a queſto numero la capacità della prima parte del vaſo.

2. Avendo miſurato il piccol diametro, tirate la riga fin a tanto che il numero di queſto diametro ſia rimpetto al 3. che è ſopra il ſecondo bordo del gregame, e cercate ſopra il primo bordo il numero della lunghezza, troverete a lato di queſto numero la capacità della ſeconda parte del Vaſo.

DIMOSTRAZIONE.

1. Il numero o logaritmo del maggior diametro essendo rimpetto $\frac{3}{2}$, ovvero logaritmo $\frac{3}{2}$, il numero che è all'estremità del gregame è il logaritmo della maggior sezione, meno il logaritmo di $\frac{3}{2}$, così questo numero è il logaritmo di $\frac{m\ 2aa}{3}$ ovvero di $\frac{2}{3}$ della maggior sezione, e la capacità che si è trovata è al capo della somma dei logaritmi dei due terzi della maggior sezione, e della lunghezza del vaso, così questa capacità è il prodotto dei due terzi della maggior sezione, e della lunghezza, e corrisponde per conseguenza ad $ml\ (\frac{2\,aa}{3})$.

2. Il numero del piccolo diametro, ovvero il logaritmo della piccola sezione essendo rimpetto al 3. il numero che è al capo del gregame è il logaritmo della piccola sezione meno il logaritmo di 3. egli è dunque il logaritmo del terzo della piccola sezione; così la seconda capacità che si è trovata è al capo della somma del logaritmo del terzo della piccola sezione, e della lunghezza del vaso, e per conseguenza questa capacità è il prodotto del terzo di questa sezione, e della lunghezza, mentre questo prodotto è la seconda parte del vaso, che corrisponde ad $ml\ (\frac{bb}{3})$.

PROBLEMA VI.

Misurare il liquido di un Vaso, considerato come due coni tronchi opposti per le loro maggior basi.

SOLU-

SOLUZIONE.

La capacità di queſto vaſo è, $ml\left(\frac{aa+ab+bb}{3}\right)$ ovvero $ml\left(\frac{(a+b)\,2-ab}{}\right)$; così può miſurarſi in tre volte, ovvero in due volte; noi vogliamo miſurarlo in due volte.

1. Per miſurare la parte $ml\left(\frac{(a+b)^2}{3}\right)$ ſi aggiungerà inſieme la lunghezza del maggior diametro con la lunghezza del piccolo, e avendo rapportata queſta ſomma ſopra la ſcala dei diametri per averne il numero, ſi tirerà la riga fino a tanto che queſto numero ſia rimpetto al 3., ſi cercherà poi il numero della lunghezza ſopra il bordo del gregame, e ſi rroverà rimpetto a queſto numero la capacità della prima parte del vaſo.

2. Per miſurare la ſeconda parte, $ml\left(\frac{-ab}{3}\right)$ ſi miſurerà colla ſcala dei diametri il maggiore, e il minor diametro, e ſi prenderà un numero medio aritmetico fra i loro numeri, e avendo condotto queſto numero medio, preſo ſopra la riga rimpetto al 3. ſi cercherà ſopra il bordo del gregame, il numero della lunghezza, e rimpetto a queſto numero ſi avrà la ſeconda parte della capacità, la quale eſſendo negativa, dee eſſer levata dalla prima.

La dimoſtrazione di queſt' operato è troppo ſimile alla precedente, per la qual coſa ſi ttalaſcia.

PROBLEMA VII.

Misurare il liquido di una Botte, la cui capacità sia espressa per ml $\frac{(64aa+37ab+34bb)}{135}$.

SOLUZIONE.

La formula della capacità del vaso proposto avendo tre termini, si misurerà esso in tre volte.

1. Avendo misurata la lunghezza e il maggior diametro colle loro scale proprie, si condurrà il numero del diametro preso sopra la riga, rimpetto al numero $\frac{135}{64}$ scritto sopra il secondo bordo del gregame, e cercando sopra il primo bordo il numero della lunghezza si avrà rimpetto a questo numero la prima parte della capacità del vaso.

2. Avendo misurato il piccol diametro si prenderà un numero mezzano aritmetico fra il numero del grande, e quello del piccolo, e si tirerà la riga fin' a tanto che questo numero mezzano sia rimpetto a $\frac{135}{37}$ e cercando il numero della lunghezza sopra il bordo del gregame vi si troverà rimpetto la seconda parte della capacità del vaso.

3. In fine si tirerà la riga fin' a tanto che quel numero del piccolo diametro sia rimpetto $\frac{135}{34}$, e cercando il numero della lunghezza sopra il primo bordo del gregame, si troverà rimpetto a questo numero la capacità della terza parte del vaso.

Egli è evidente che queste tre parti di capacità essendo unite insieme la loro somma sarà la capacità intera del vaso.

La

La dimoſtrazione di queſta pratica è pure la medeſima, mentre le diſtanze dal capo del gregame ai numeri $\frac{135}{64}$, $\frac{135}{37}$, $\frac{135}{34}$, ſono i logaritmi di queſti numeri.

PROBLEMA VIII.

Miſurare il liquido contenuto in uno Elliſſoide qualunque ſia il rapporto dei ſuoi due aſſi.

SOLUZIONE.

Avendo miſurato il diametro del maggior circolo, e la lunghezza dell'aſſe che è perpendicolare a queſto circolo, cadauno colla ſua propria ſcala, tirate la riga fin'a tanto che il numero del diametro ſia rimpetto al numero $\frac{3}{2}$ ſegnato ſopra il ſecondo bordo del gregame, e cercate ſopra il primo bordo il numero dell'aſſe, troverete rimpetto a queſto numero la capacità dello ſferoide ellittico.

La dimoſtrazione è ancor la ſteſſa, mentre il ſolido dello Elliſſoide è, $\frac{ml}{3}$ (244).

Egli è evidente che queſta operazione conviene ancora alla miſura di una sfera, mentre la sfera è un Elliſſoide, il di cui aſſe è uguale al diametro dell'equatore.

Se l'Elliſſoide non foſſe uno sferoide, e ſe tutte le ſezioni perpendicolari all'aſſe o lunghezza, foſſero Elliſſi, ſi prenderebbe un medio aritmetico fra i numeri dei due aſſi della maggior ſezione, e ſi tirerebbe la riga fin'a tanto che queſto numero

medio

medio ſia rimpetto $\frac{3}{2}$, poi ſi cercherebbe il numero della lunghezza perpendicolare a queſta ſezione, ſopra del primo bordo del gregame, e rimpetto a queſto numero ſi troverebbe la capacità dello Elliſſoide non ſferoide.

PROBLEMA IX.

Miſurare il liquido contenuto nei Parallelepipedi.

SOLUZIONE.

Si poſſon miſurare queſti in due maniere.

1. Si miſurano due dimenſioni del propoſto parallelepipedo colla ſcala dei diametri, e ſi prenderà un medio aritmetico fra i numeri di queſte dimenſioni. Si miſurerà ancora la terza dimenſione con la ſcala delle lunghezze, poi ſi tirerà, come pel cilindro, la riga fin' a tanto che il numero medio delle due prime dimenſioni ſia all' eſtremità del gregame, e cercando ſopra il lato del bordo del gregame il numero della terza dimenſione, ſi avrà rimpetto a queſto numero una capacità, la quale biſognerà moltiplicare per $\frac{14}{17}$, ovvero per $\frac{400}{314}$ per avere quella del parallelepipedo, ma ſi ſparagnerà la moltiplicazione portando la capacità trovata all' eſtremità del gregame, mentre allora ſi avrà la capacità dimandata, rimpetto una diviſione ſegnata $\frac{14}{11}$ ovvero $\frac{400}{314}$ ſopra il ſecondo bordo del gregame.

La

UNIV. OF MICH.

La dimoſtrazione di queſto modo è ſimile alle precedenti, ed è fondata ſopra ciò che la diviſione ſegnata $\frac{14}{11}$ ovvero $\frac{400}{314}$ è lontana dal capo del gregame di una diſtanza che è il logaritmo di $\frac{14}{11}$ ovvero $\frac{400}{314}$.

2. Si poſsono miſurare le tre dimenſioni del parallelepipedo propoſto con la ſcala delle lunghezze, allora biſognerà tirare la riga fin' a tanto che ſi abbia il numero di una dimenſione al bordo del gregame, e tirare ancora la riga di una quantità uguale al numero della ſeconda dimenſione, lo che è facile, mentre avendo oſſervato ſopra il bordo del gregame il numero della ſeconda dimensione, si può comodamente tirare all' eſtremità del gregame il punto della riga che è rimpetto a queſto numero: in fine si cercherà ſopra il bordo del gregame il numero della terza dimensione, e rimpetto si troverà la capacità in ottave di pinte, che vale a dire che biſogna contare i ſeptieri per pinte, e le pinte per ottave di pinte.

La dimoſtrazione della ſuddetta maniera è fondata ſopra queſto, che l' unità delle miſure delle lunghezze è di 21. 8. linee, che è il lato di un cubo di 6. pollici cubi, ovvero dell' ottava parte di una pinta.

Avrei potuto aggiungere un maggior numero di Problemi, per far vedere che la miſura la quale io propongo è uno Strumento proprio a miſurare tutti li ſolidi dove ſi può avere le eſpreſſioni; ma credo che i ſolidi, dei quali mi ſon propoſto avere la capacità ſieno ſufficienti per dare un' idea delle operazioni, che biſognerebbe fare per miſurare altri ſolidi.

AGGIUNTA

Regola per proporzionare il ſolido, o vaſe di un edifizio con la proporzione armonica; tolta dalla Diſſertazione Egiziana del Conte Jacopo Belgrado.

AVendo i moderni Architetti conoſciuto, che ci biſogna una regola certa, e ſicura per dare l' altezza ad un ſolido, o vaſe, di cui foſſe data la lunghezza, e la larghezza; cominciarono a ſpeculare intorno il modo di ſciogliere queſto Problema. Vi ha chi dice, che la media *arimmetica* fra la lunghezza, e la larghezza debba ſcegliersi, ed altri vogliono la media *geometrica*, e chi finalmente si determina per la media *armonica*. Secondo quelli, che si appigliano alla media arimmetica, volendosi un portico lungo 100. piedi, e largo 8., si dovrebbe alzare 54. piedi; il che ſarebbe moſtuosità grande, e ſe foſſe più lungo, ancora più alto dovrebbe coſtruirsi. Coloro che amano ſervirsi della media geometrica, ſecondo coteſta regola, dovrebbero innalzare coteſto medesimo portico a piedi 28. ed un $\frac{1}{4}$ all' incirca; la qual miſura ſarebbe ancora ſoverchia; perciocchè, ſecondo l' ipoteſi della media armonica, ci si darebbe l' altezza di piedi 14. $\frac{3}{4}$ a un di preſſo.

Nominando pertanto a la lunghezza, b la larghezza, ed y l' incognita altezza del vaſe propoſto da coſtruirsi, ſarà la media arimmetica $\frac{a+b}{2}=y$; la media geometrica $\sqrt{ab}=y$; e la media armonica $\frac{2ab}{a+b}=y$. Dalle quali formule chiaramente s' intende,

de, che variandosi la lunghezza b, cosicchè essa divenga indefinita nelle medie arimmetiche, e geometriche, indefinita farà pure l'altezza y; quando all'incontro nelle armoniche ci si offere soltanto la formula cangiata in $2b = y$, o sia che l'altezza diverrà doppia della larghezza, la quale proporzione si vuol praticare da' buoni Architetti ne' portici assai lunghi. E può questa servire in tutti i somiglianti casi senza portarci all'indefinito.

Si avvera questa regola nelle fabbriche degli antichi Egizj; ed anche cotestе misure ci vengono ricordate nelle sagre Carte del Tempio di Salomone. Egli era lungo 60. cubiti, largo 20., ed alto 30. dunque la formula applicata al caso di questo Tempio, ridotta in numeri, ci darà $\frac{2.\ 20.\ 60.}{20+60} = \frac{2400.}{80} = 30.$

Se si degni di un guardo imparziale questa regola, ella è la più antica, e servirà a condurre al giusto scopo gli Architetti, che ne useranno. Per ottenere questa praticamente si espone il seguente.

PROBLEMA.

Dati due numeri ritrovare ad essi il medio armonico.

Sieno 6. e 12. i numeri dati. Si moltiplichino insieme, fanno 72. si addoppierà il prodotto 72. e fa 144., il quale va partito per la somma dei dati numeri 6. e 12., la quale è 18., ed il quoziente 8. sarà il medio armonico, che si cercava.

MISURA

DELLE OPERE DEGLI SCARPELLINI

Saſſo Ruſtico.

Saſſo ruſtico ſi dice quello che ſi toglie dalla cava, sgroſſato ſecondo la grandezza dell' opera, per cui dee ſervire.

In Roma il ſaſſo ruſtico ſi miſura a palmo cubo, e trenta palmi cubi compongono una *carrettata*.

In Perugia, perchè ſi paga ſolamente la manifattura al cavatore che sgroſſa il ſaſſo, ſi miſurà il ruſtico a piede quadrato, o ſia in *pelle*, contandoſi però ſolamente la metà delle faccie di tal ſaſſo ruſtico. A modo di eſempio, ſia *ABCDE* Tav. XXXIX. *Fig.* 1. il ſaſſo ruſtico, ed abbia la figura di un parallelepipedo. *AB* ſia piedi 8., *AC* piedi uno, ed *AE* piedi 2. Unite inſieme la larghezza *AE* piedi 2. e la groſſezza *AC* piedi 1. ſommano piedi 3., ſi moltiplichi tal numero 3. con *AB* piedi 8. ed il prodotto ſaranno 24. piedi quadrati. Indi miſurata la ſuperficie *ACDE*, che è piedi 2. quadrati, ſi ſommi con 24., che il numero 26. moſtrerà la quantità dei piedi, i quali porta il ſaſſo ruſtico *ABCDE*.

Architrave lavorato.

Il lavoro dello Scarpellino va miſurato in *pelle*. Sia da miſurarſi un pezzo di architrave *DEFGHI*. *Fig.* 2. Biſogna con un filo circondare la ſua ſago-

ma

ma, incominciando dal vivo dell'aggetto in *A*, e camminando in *B*, si giunga fino in *C*. Di poi misurando esso filo con distenderlo sopra il passetto, e che, per modo di esempio, sia palmi 2. Si misuri di poi la lunghezza *DE* dell'architrave, la quale si distenda palmi 5.; e moltiplicando 5. per 2. si avranno palmi 10. superficiali per la misura del lavoro.

Oltre cotesto lavoro, costumano gli Scarpellini, di misurare ancora in disparte la metà delle superficie piane che da essi si chiamano *letti*; cosicchè nel dato architrave si dee misurare superficialmente il *letto* rettangolare *FGHK*, e l'altro *letto DFHI*. Il prezzo è quello che fa distinguere il merito del lavoro delle opere da quello dei *letti*.

Cornice con aggetti da tre parti.

Avendosi a misurare la cornice *ABC*, *Fig.* 3. che ha i suoi aggetti in tre lati; si misura prima col filo la sagoma di essa, incominciando dal vivo *D*, seguitando in *E*, finchè si giunga a circondare tutta la sagoma *DEF*, la quale estensione sia di palmi 3. Indi si misuri la lunghezza *AB* di palmi 6. e si moltiplichino insieme cotestе misure, che produranno 18. palmi quadrati. Il medesimo è da praticarsi nei lati della cornice, moltiplicando l'estensione della sagoma palmi 3. per *AC* palmi 2. ed il prodotto sarà di palmi 6. quadrati. Il medesimo valore si avrà nell'altra banda della cornice da dietro il *B*; e sommate insieme le misure trovate, si avranno palmi 30. pel lavoro in *pelle* di tal cornice.

Rimane a misurarsi il *letto. GHI*, moltiplicando *GH* palmi 4.., per *HI* palmi uno, e sarà esso *letto* di palmi 4. quadrati.

La regola di misurare le opere degli Scarpellini dipende dal modo con cui essi fanno i lavori, e dalle manifatture che v' impiegano. A cavare dal sasso rustico la cornice precedentemente proposta, bisogna che lavorino tutta l' estensione *AB Fig.* 4. del sasso, secondo la sagoma che hanno tra mani; onde di poi vi formano gli aggetti laterali. Atteso questa manifattura, è ben giusto che loro si accordi di misurare l' estensione della cornice nel membro maggiore, e non nel medio, come taluni vorrebbono. E' altresì doveroso il misurare le parti laterali della cornice dal membro maggiore, compensandosi in tal guisa la molta diligenza, e 'l tempo richiesto a condurre a perfezione la sagoma della diagonale.

Cornice con il risalto.

A formare il risalto *AB Fig.* 5. bisogna, che lo Scarpellino lavori doppiamente la cornice, dove il risalto incavasi indentro nella parte *AC*; poichè prima dee tirare nella sua sagoma tutta la lunghezza *BC*, e di poi formasi il risalto, incavando la porzione da *A* in *C*; e la piccola superficie scorniciata *A D*; dove gli Artefici d'ordinario fanno le *ugnature* (*a*).

Per

(*a*) Chiamano *ugnatura* gli Artefici il letto dove il sasso si taglia diagonalmente sull' angolo del risalto.

Per questo motivo bisogna nella parte *AC* della cornice raddoppiare la misura. Egli è però vero, che in opere di molta grandezza, si abbozzano i sassi coi loro risalti; ovvero ci si fanno le *ugnature* ed in questo caso non dee radoppiarsi la misura, ma si dee considerare la piccola superficie *AD*, e la metà delle *ugnature*, le quali vanno misurate in *pelle*; quando però ci sieno fatte.

Si dee ancora considerare, che se una cornice fosse composta di due pezzi, o più, lo Scarpellino, per congiungerli in *LM*, o altrove, *Fig.* 4. è obbligato a fare due *letti*, o più. Sicchè dei due *letti* formati in *LM*, un solo se ne dovrà misurare, come già si diceva, e l'altro si lascia.

Cornice con due risalti.

Adunque lo Scarpellino dovendo lavorare in cotesta cornice *due ugnature* per banda in *C*, e *D*, *Fig.* 6., quando queste ci sieno fatte, bisogna misurarne la metà, siccome si pratica dei *letti*. Ma se l'opera è di grandezza mediocre, bisogna prima lavorare colla sua sagoma tutta l'estensione *AB*, indi sfondare in dentro per quanto porta l'estensione *AC*, a fine di stabilire il risalto in *C*; e in appresso si dovrà lavorare la parte *AD*, facendo l'altro risalto in *D*.

Per questa triplicata manifattura si dee considerare ancora triplicata la misura; cioè misurando la sagoma *F* col filo, come innanzi si è detto, e cotesta estensione si dovrà moltiplicare per tutta *AB*; e questa medesima estensione del filo si moltiplicherà

rà di nuovo per *AC*. E finalmente ſi moltiplicherà ancora per *AD*; e la ſomma di tutte le moltiplicazioni darà la miſura in pelle della parte davanti della cornice.

Se l'opera ſi farà in grande, ſi uſerà la regola data precedentemente, cioè di miſurare ſolamente l'eſtenſione del filo, e moltiplicarla colla lunghezza *AB*, e con quella dei riſalti *C*, *D*, perchè il riſultato darà la miſura in *pelle*.

Rimangono da miſurarſi gli agetti de' lati in *AE*, ed in *B*; operando come già ſi è detto di ſopra. Oltre il *letto* ſottopoſto *GH*, da miſurarſi ſeparatamente.

Specchio del piediſtallo con riquadro.

Facendoſi un riquadro nello ſpecchio di un piediſtallo *ABCD Fig. 7.*, lo Scarpellino forma prima il ſuo piano tirato a pulimento; e dipoi forma il riquadro, o sfondandolo, o innalzandolo, giuſta il diſegno dell'Architetto. Sicchè ſempre ſi dovrà prima miſurare tutto il piano *ABCD*, come ſi diceva, in *pelle*. Indi ſe il riquadro ha la cornicetta, e 'l liſtello all'intorno, ſi piglia il filo, e ſi applica in larghezza a tutto il giro del piano; ed il medeſimo ſi pratica ſe eſſo nell'altezza ſi eleva. Ambedue queſte miſure, al modo ſolito, ſi moltiplicano inſieme, e ne verrà la miſura in *pelle*, del riquadro, che ſi ſommerà coll'altra già fatta del piano *ABCD*.

Baſe della colonna.

Si miſura il plinto, e dipoi il toro con gli altri membri. La miſura del plinto ſi fa così. Si piglia la ſua altezza *AB*, *Fig.* 8. e il ſuo *letto BC*, fino al vivo della colonna, e preſa di poi la larghezza *DE* del plinto quattro volte, un tal numero ſi moltiplichi per la miſura lineare di *ABC*, e ſi avrà una ſuperficie anche maggiore del giuſto; onde con queſto ſuperfluo ſi verrà a compenſare la manifattura dei quattro triangoli miſtilinei ai cantoni del plinto in *F*.

Si circondi col filo la ſagoma del toro, e degli altri membri che può avere la baſe, e queſta miſura ſi moltiplicherà per la circonferenza di eſſo toro, per ottenere la miſura in *pelle*; la quale ſebbene è maggiore del vero, tuttavia così ſi accorda agli Scarpellini per la diligenza maggiore, che s' impiega nel lavoro delle baſi.

Rimane a miſurarſi il *letto* circolare *G*, dove pianta la colonna.

Le medeſime regole ſerviranno per i capitelli Dorici, e Toſcani.

Cortina di pietra.

Si moltiplica l' altezza di eſſa per la larghezza, ed il prodotto moſtrerà la ſua miſura in *pelle*.

Se la cortina abbia la ſua groſſezza determinata, ſi debbono ancora miſurare per metà i letti orizzontali, e verticali. Ma ſe la groſſezza ſia indeterminata i *letti* non ſi miſurano perchè realmente non ſi potranno miſurare. Egli è però da conſiderarſi

rarſi ſu di ciò, perchè non ne naſcano diſturbi con gli Artefici; e perciò ſi dovranno ſtabilire i prezzi della cortina, o la ſua groſſezza, in modo che non ne naſca equivoco, e ſvantaggio, tanto per i Fabbricieri, che per gli Scarpellini.

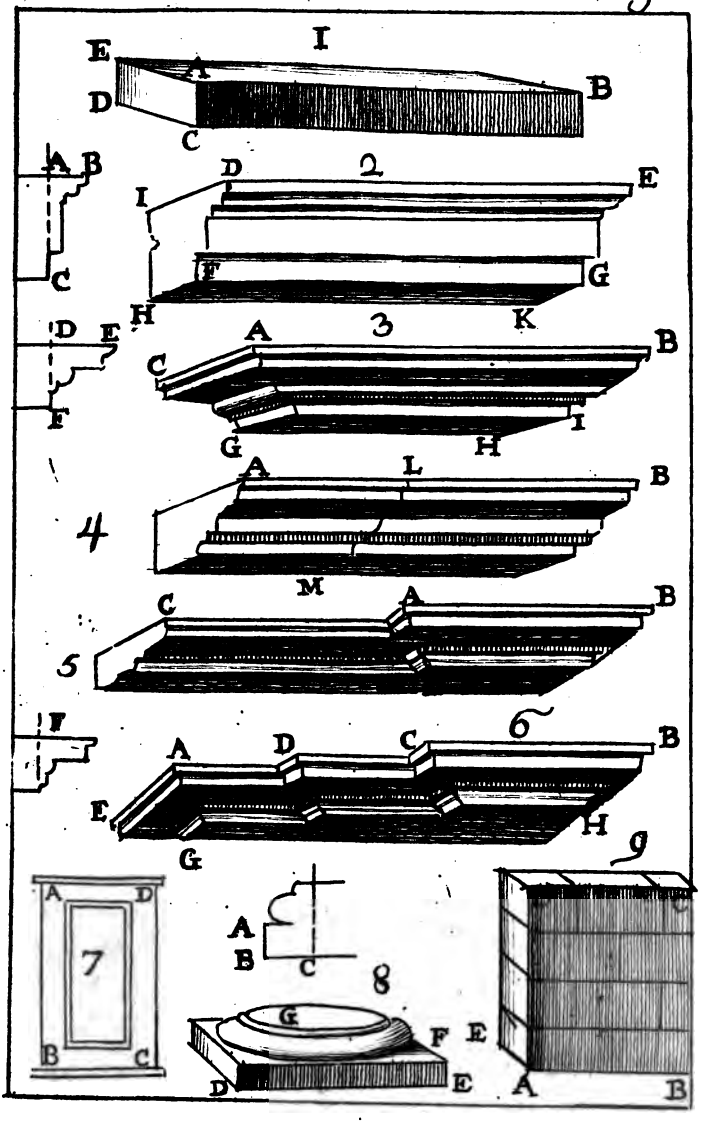
Sia *ABCD Fig. 9.* la cortina da miſurarſi, ed abbia di larghezza *AB* palmi 4., e di altezza *AC* palmi 4. $\frac{1}{2}$: moltiplicate coteſte miſure inſieme, ſi produrranno palmi 18. in *pelle* per il valore della cortina *ABCD*.

Poſta la ſua groſſezza *AE* di un palmo, ed eſſendo i *letti* orizzontali in numero di 4. file, ſarà ciaſcuna fila di palmi 4. in *pelle*, e tutti inſieme palmi 16.

I *letti* verticali eſſendo diſpoſti a 4. per fila, in due fila e mezza, ſono in numero 10. ed occupando ogni fila palmi 4. $\frac{1}{2}$ di altezza, ſarà il ſuo valore in *pelle* di palmi 4. $\frac{1}{2}$, poichè *AE*, come ſi diſſe, è groſſa un palmo. Adunque preſo il valore di una fila 4. $\frac{1}{2}$ per due volte e mezzo ſi produrranno palmi 11. $\frac{1}{4}$ per il valore di tutti i *letti* verticali. E ſommandoſi queſti cogli orizzontali, ne verranno palmi 27. $\frac{1}{4}$ per il valore di tutti i *letti* della cortina *ABCD*.

IL FINE.

INDICE


I
E
A
B
D
C
A B
D
2
E
I
C
F
G
H
K
D E
A
3
B
C
F
G
H
I
A
L
B
4
M
C
A
B
5
F
A
D
C
6
B
E
H
G
7
A
D
B
C
A
B
C
8
G
F
E
D
E
9
C
A
B

INDICE
DEI CAPITOLI.

PARTE PRIMA.

Capitolo I. *Della misura dei Triangoli.* pagina 1
Cap. II. *delle misure delle figure quadrilatere regolari.* 8
Cap. III. *Della misura dei Trapezi, e Capi tagliati.* 15
Cap. IV. *della misura dei Poligoni regolari, e irregolari.* 20
Cap. V. *Della misura del Circolo, e sue parti.* 24
Cap. VI. *Della misura dell'Ellisse, e sue parti.* 37
Cap. VII. *Della misura della Parabola, e Iperbole.* 42

PARTE SECONDA.

Cap. I. *Della misura della superficie cilindrica, e sue parti.* 47
Cap. II. *Della misura della superficie degli Cono, e sue parti.* 57
Cap. III. *Della misura della superficie della Sfera, e sue parti.* 60
Cap. IV. *Della misura della superficie degli Sferoidi.* 75
Cap. V. *Della misura delle superficie dei Conoidi Parabolici, ed Iperbolici.* 78

PARTE

PARTE TERZA.

Cap. I. *Della misura della solidità dei Cubi, dei Parallelepipedi, e dei Prismi.* 82
Cap. II. *Della misura della solidità delle Piramidi, e sue parti.* 85
Cap. III. *Della misura della solidità dei Cilindri, e sue parti.* 89
Cap. IV. *Della misura della solidità dei Coni, e sue parti.* 91
Cap. V. *Della misura della solidità della Sfera, e sue parti.* 95
Cap. VI. *Della misura della solidità degli Sferoidi, e sue parti.* 99
Cap. VII. *Della misura della solidità dei Conoidi Parabolici, ed Iperbolici.* 103
Cap. VIII. *Della solidità dei Corpi vuoti.* 104
Cap. IX. *Misura della solidità dei cinque corpi regolari.* 112
Cap. X. *Misura della solidità dei corpi irregolari.* 115
Cap. XI. *Applicazione della misura delle Fabbriche, alla pratica per la cognizione della quantità de' Materiali.* 117
Appendice che contiene la misura dei Legnaj, Fenili, Granaj, Vasche ec. 119
Memorie della Reale Accademia di Parigi. 130
I. *Memoria di* M. Senes *sopra la misura delle Volte.* 132
II. *Memoria di* M. della Hire, *sopra le misure dei piè diritti delle Volte.* 225
III. *Di* M. Pitot *sopra la forza delle Armature.* 238

IV.

IV. Di M. della Hire *il giovine per impedire che l' acqua della pioggia non entri nelle Camere.* 268

V. Di M. Reamur. *Sopra una Botticella per eſtinguere gl' incendj.* 270

VI. Di M. di Fay, *ſopra una tromba per eſtinguer gl' incendj.* 273

VII. *Macchina che uſaſi in Parigi per eſtinguer gl' incendj.* 278

VIII. *Memoria di* M. Camus. *Sopra la miſura delle Botti.* 283

IX. *Regola per proporzionare la lunghezza, larghezza, ed altezza di un ſolido, o vaſe di un edifizio ſecondo la proporzione armonica.* 306

X. *Metodo di miſurare le opere degli Scarpellini.* 308

REIMPRIMATUR.

Philippus Pacetti Vicarius Generalis Perusiæ.

Fr. Raymundus Sanpaolo Ord. Præd. ac Vic. Gen. Sancti Officii Perusiæ.